



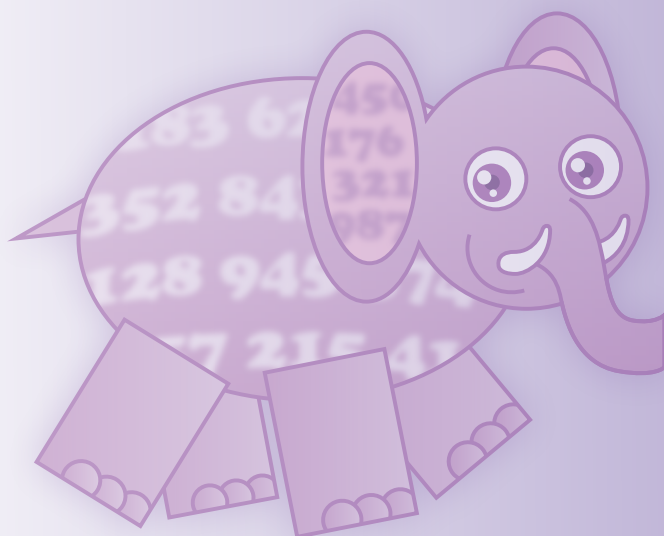
**GOBIERNO
FEDERAL**

SEP

AFSEDF

Desafíos

Docente



Cuarto grado

Primaria

El material *Desafíos Docente. Cuarto Grado* fue realizado por la Secretaría de Educación Pública a través de la Administración Federal de Servicios Educativos en el Distrito Federal y de la Coordinación Sectorial de Educación Primaria, en colaboración con la Dirección de Normas y Estándares para el Aprendizaje y el Proceso Pedagógico de la Subsecretaría de Educación Básica

José Ángel Córdoba Villalobos

Secretaría de Educación Pública

Luis Ignacio Sánchez Gómez

Administración Federal de Servicios Educativos en el Distrito Federal

Francisco Ciscomani Frenner

Subsecretaría de Educación Básica

Antonio Ávila Díaz

Dirección General de Operación de Servicios Educativos

Germán Cervantes Ayala

Coordinación Sectorial de Educación Primaria

Coordinación General

Hugo Balbuena Corro
Germán Cervantes Ayala
María del Refugio Camacho Orozco
María Catalina González Pérez

Coordinación Editorial

María Catalina González Pérez

Ilustración

María Guadalupe Peña Rivera
Moisés Aguirre Medina

Equipo técnico-pedagógico de la DGC que elaboró los Planes de Clase:

Hugo Balbuena Corro, Javier Barrientos Flores, Esperanza Issa González, Daniel Morales Villar, Mauricio Rosales Ávalos, María del Carmen Tovilla Martínez, Laurentino Velázquez Durán

Primera Edición, 2012

D.R. © Secretaría de Educación Pública, 2012

Argentina 28, Centro,
06020, México, D.F.

Administración Federal de Servicios Educativos en el Distrito Federal,
Parroquia 1130, Santa Cruz Atoyac, Benito Juárez, 03310, México, D.F.

ISBN:

Impreso en México.

DISTRIBUCIÓN GRATUITA-PROHIBIDA SU VENTA

Este material es una adaptación de los *Planes Clase* elaborados por la Subsecretaría de Educación Básica

“Este programa es de carácter público, no es patrocinado ni promovido por partido político alguno y sus recursos provienen de los impuestos que pagan todos los contribuyentes. Está prohibido el uso de este Programa con fines políticos, electorales, de lucro y otros distintos a los establecidos. Quien haga uso indebido de los recursos de este programa deberá ser denunciado y sancionado de acuerdo con la ley aplicable y ante la autoridad competente”. Artículos 7 y 12 de la Ley Federal de Transparencia y Acceso a la Información Pública Gubernamental.

PRESENTACIÓN

PRIMER BLOQUE

1. Los librereros (Actividad 1 y 2)	9
2. Suma de productos	12
3. ¡Lo tengo!	16
4. La fábrica de tapetes	19
5. Fiesta y pizzas (Actividad 1 y 2)	22
6. Y ahora ¿cómo va?	26
7. ¿Cuáles faltan?	29
8. La tienda de Doña Lucha (Un Desafío más)	32
9. Los uniformes escolares (Actividad 1 y 2)	36
10. Butacas y naranjas	40
11. Combinaciones	43
12. ¿Alcanza?	46
13. Al compás del reloj (Actividad 1 y 2)	48
14. El tiempo pasa	53
15. Piso laminado de madera (Actividad 1 y 2)	56
16. Sólo para conocedores	59

SEGUNDO BLOQUE

17. ¿Cuál es la escala?	62
18. ¿Es necesario el cero?	65
19. Cero información	68
20. ¿Qué fracción es?	70
21. Partes de un todo (Actividad 1 y 2)	74
22. En busca del entero	78
23. El más rápido	80
24. Tarjetas decimales	83
25. Figuras para decorar (Actividad 1 y 2)	85
26. Como gran artista	88
27. Desarrolla tu creatividad	90
28. El transportador	92

29. Geoplano circular_____	95
30. Uso del transportador_____	98
31. Pequeños giros (Actividad 1 y 2)_____	101
32. Dale vueltas al reloj (Actividad 1 y 2)_____	106
33. Trazo de ángulos_____	109
34. Cuadros_____	111
35.Cuál es el más útil_____	114

TERCER BLOQUE

36. Camino a la escuela (Actividad 1 y 2)_____	117
37. Los cheques del jefe_____	121
38. De diferentes maneras (Un Desafío más)_____	124
39. Expresiones equivalentes_____	128
40. ¿Tienen el mismo valor?_____	131
41. Tiras de colores (Actividad 1 y 2)_____	133
42. La fiesta sorpresa_____	137
43. Sumas y restas I_____	139
44. Sumas y restas II_____	143
45. Los ramos de rosas_____	146
46. Cuadrículas grandes y pequeñas_____	148
47. Multiplicación con rectángulos_____	151
48. La multiplicación_____	154
49. Algo simple_____	156
50. Hagamos cuentas_____	158
51. De viaje_____	160
52. En la feria_____	163
53. Cuadriláteros_____	166
54. ¿En qué se parecen? (Actividad 1 y 2)_____	168
55. Los habitantes de México_____	170
56. Cuida tu alimentación_____	174

CUARTO BLOQUE

57. ¿Qué parte es?_____	177
58. ¿Qué fracción es?_____	181
59. ¿Cuántos eran?_____	185
60. ¡Primero fíjate si va!_____	188

61. Estructuras de vidrio (Un Desafío más)	190
62. De varias formas	193
63. Problemas olímpicos (Un Desafío más)	196
64. Cambiemos decimales	200
65. De varias formas (Un Desafío más)	203
66. La medida de sus lados	207
67. ¿Habrá otro?	210
68. Lo que hace falta	214
69. Mucho ojo	216
70. De práctica (Actividad 1 y 2)	218
71. Cuadriculando (Un Desafío más)	221
72. Contorno y superficie (Un Desafío más)	226
73. Relación Perímetro Área	229
74. Memorama	233
75. Las costuras de Paula	236
76. ¿Cuántos caben?	239
77. Superficies rectangulares (Actividad 1 y 2)	241
78. En busca de una fórmula (Actividad 1 y 2)	244
79. Medidas en el salón de clases	249
80. ¿Cómo es?	253

QUINTO BLOQUE

81. ¿Por qué son iguales?	255
82. Sólo del mismo valor	259
83. El número mayor (Un Desafío más)	262
84. ¿Cuánto más?	265
85. ¿Cuánto menos?	267
86. Dobles, triples y cuádruples	270
87. Sucesión con factor	273
88. No basta con mirar	276
89. ¿Cuánto le falta?	280
90. Los más cercanos	283
91. De frutas y verduras (Actividad 1 y 2)	285
92. ¡Nos vamos de excursión?	289
93. Libros y cajas	293
94. ¿A cuál le cabe más?	297
95. Entre uno y otro	299
96. ¿Cuántos de esos?	301
97. ¡Pasteles, pasteles!	303
98. Cuando la moda se acomoda	308

Presentación

Presentación

El Plan de estudios 2011 para la educación básica señala, acertadamente, que las actividades de aprendizaje –deben representar desafíos intelectuales para los estudiantes, con el fin de que formulen alternativas de solución-. Este señalamiento se ubica en el contexto de los principios pedagógicos, en particular el que se refiere a la planificación, considerados como -condiciones esenciales para la implementación del currículo-.

Si en verdad se trata de actividades de aprendizaje que representan desafíos intelectuales, entonces los alumnos participan en ellas y producen ideas que es necesario analizar para sacar conclusiones claras y poder avanzar en el aprendizaje. En síntesis, lo que el Plan de estudios 2011 postula es, que el docente plantee desafíos intelectuales a los alumnos, para que estos produzcan ideas, que se analizarán colectivamente con ayuda del docente. Sin duda se trata de una orientación diferente, a la práctica común que privilegia las explicaciones del maestro como único medio para que los alumnos aprendan.

La Coordinación Sectorial de Educación Primaria en el Distrito Federal, consciente de las bondades que encierra el postulado descrito anteriormente, para mejorar las prácticas de enseñanza y, en consecuencia, los aprendizajes de los alumnos, se propone acompañar en esta empresa a los docentes y directivos de las escuelas primarias, proporcionándoles un material que lleva por título *Desafíos*, elaborado originalmente por un grupo de docentes de todas las entidades federativas, bajo la coordinación del Equipo de matemáticas de la Dirección General de Desarrollo Curricular de la Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública. En dicho material destacan las siguientes características.

- a) Contiene desafíos intelectuales, vinculados al estudio de la matemática, para que los docentes puedan desarrollar su trabajo diario.
- b) Se presentan en un formato ágil para que los docentes puedan analizarlos, antes de ser utilizados con los alumnos.
- c) En su elaboración estuvo presente la experiencia del trabajo docente, además de un conocimiento amplio y profundo sobre la didáctica de la matemática.
- d) Se trata de un material que ha sido probado por un número considerable de supervisores, directores y docentes de educación primaria en el Distrito Federal.

A continuación se describen brevemente los cuatro aspectos que conforman cada uno de los *Desafíos*.

Intenciones didácticas.- Describen el tipo de recursos, ideas, procedimientos y saberes que se espera pongan en juego los alumnos, ante la necesidad de resolver el desafío que se les plantea. Dado que se trata de una anticipación, no necesariamente sucede, lo cual indicaría que la actividad propuesta no favoreció lo que se esperaba y hay que reformularla.

Consigna.- Describe la actividad o problema que se va a plantear, la organización de los alumnos para realizar el trabajo (individual, parejas, equipos o en colectivo) y, en algunos casos, lo que se vale o no se vale, hacer o usar.

Consideraciones previas.- Contienen elementos para que el docente esté en mejores condiciones de ayudar a los alumnos a analizar las ideas que producen. Por ejemplo, explicaciones breves sobre los conceptos que se estudian, posibles procedimientos de los alumnos, posibles dificultades o errores, sugerencias para organizar la puesta en común, preguntas para profundizar en el análisis.

Apuntes didácticos.- Tienen la intención de recopilar información sobre las dificultades y los errores mostrados por los niños al enfrentar el desafío, para que el docente cuente con un registro ordenado y pueda tomar decisiones para lograr que los alumnos puedan avanzar.

Para que el uso de este material arroje los resultados que se esperan, es necesario que los docentes tomen en consideración las siguientes recomendaciones generales.

- Tener confianza en que los alumnos son capaces de producir ideas y procedimientos propios, sin necesidad de una explicación previa por parte del maestro. Esto no significa que todo tiene que ser descubierto por los alumnos, en ciertos casos las explicaciones del docente son necesarias para que los estudiantes puedan avanzar.
- Hay que aceptar que el proceso de aprender implica marchas y contramarchas, en ocasiones, ante un nuevo desafío los alumnos regresan a procedimientos rudimentarios que aparentemente habían sido superados. Hay que trabajar para que se adquiera la suficiente confianza en el uso de las técnicas que se van construyendo.
- El trabajo constructivo que se propone con el uso de este material no implica hacer a un lado los ejercicios de práctica, éstos son necesarios hasta lograr cierto nivel de automatización, de manera que el esfuerzo intelectual se invierta en procesos cada vez más complejos. Dado que los aprendizajes están anclados en conocimientos previos, se pueden reconstruir en caso de olvido.
- El hecho de que los docentes usen este material para plantear un desafío diario a sus alumnos, significará un avance importante, sin lugar a dudas, pero sólo será suficiente si se dedica el tiempo necesario para analizar y aclarar las ideas producidas por los alumnos, es decir, para la puesta en común.

La Coordinación Sectorial de Educación Primaria en el Distrito Federal confía en que este material les resultará útil a quienes va dirigido, mediante sus valiosas aportaciones podrá mejorarse en el corto plazo, para que todos los docentes puedan contar con una propuesta didáctica para el estudio de la matemática cada vez más sólida.

Los libreros

1. Los libreros

Intención didáctica

Que los alumnos usen la descomposición aditiva y multiplicativa de los números al resolver problemas.

Consigna 1

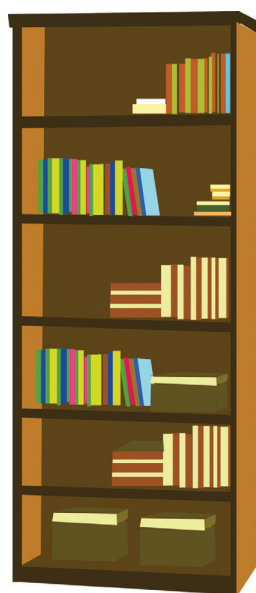
Reúnete con un compañero para resolver los problemas.

1. El tío de Sebastián quiere comprar uno de estos libreros.



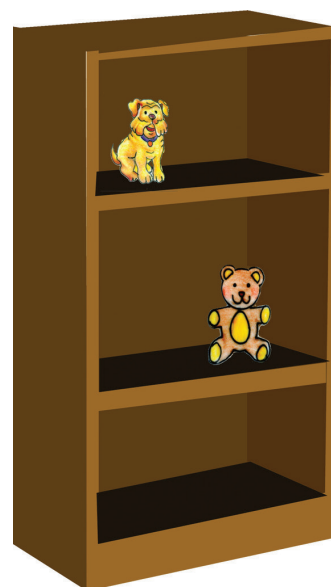
Modelo AB

Madera y aluminio.
8 Anaqueles y 4 cajones.
De \$3 860 a \$3 000.
Pago semanal de \$150.



Modelo 15A

Pino color natural.
5 repisas.
De \$4 280 a \$2 890.
Pago semanal de \$100.



Modelo A28

Pino color natural.
2 repisas.
De \$3 490 a \$2 390.
Pago semanal de \$100.

- a) ¿Cuál de los tres libreros tiene mayor descuento?

- b) De acuerdo con la información que hay en los carteles, el costo se puede cubrir en pagos semanales. ¿Cuántos pagos semanales tendría que hacer el tío de Sebastián para comprar el librero Modelo 15A?

¿De cuánto sería el último pago?

- c) ¿Con cuál de los tres libreros tendría que hacer más pagos semanales?
-

Consigna 2

Con tu mismo compañero, continúen resolviendo el problema de los libreros.

2. Haciendo cuentas, el tío de Sebastián vio que podía pagar en menos tiempo, si cada semana pagaba lo equivalente a dos, tres o hasta cuatro pagos juntos. ¿A qué librero corresponde cada forma de pago que hizo el tío de Sebastián?

4 pagos de \$400
3 pagos de \$200
1 pago de \$190

Modelo_____

4 pagos de \$600
1 pago de \$450
1 pago de \$150

Modelo_____

5 pagos de \$400
3 pagos de \$200
2 pagos de \$100
1 pago de \$90

Modelo_____

3. A continuación te mostramos las cuentas que hizo el tío de Sebastián, anota los números que hacen falta para completar cada cálculo.

a) $(4 \times 400) + (3 \times \quad) + (1 \times 190) =$

b) $(4 \times 600) + (\quad) + (\quad) =$

c) $(\quad) + (\quad) + (\quad) + (\quad) =$



Consideraciones previas



Vámonos entendiendo...

En la primera consigna se espera que el alumno recurra solamente a descomposiciones aditivas ($100 + 100 + \dots = 2\ 800$ ó $150 + 150 + \dots = 3\ 000$). Esta estrategia es válida en tanto que la multiplicación y la división que utilicen como herramientas de cálculo se consoliden en este ciclo. Sin embargo, es probable que algunos alumnos simplifiquen el proceso utilizando sumandos mayores que 100, por ejemplo, $200+200+200\dots$ o $500+500+500\dots$, para lo cual deben controlar no sólo cuántas veces 200 es igual a 3000, sino además, que cada 200 contiene dos pagos semanales.

La descomposición aditiva de números se refiere a que cualquier número se puede expresar a través de una suma, por ejemplo:

$$125 = 100 + 20 + 5$$

La descomposición multiplicativa se refiere a que cualquier número se puede representar mediante una multiplicación o una suma de multiplicaciones, por ejemplo:

$$125 = 1 \times 100 + 2 \times 10 + 5 \times 1$$

Un recurso todavía más eficiente consiste en pensar que si en 1 000 hay 10 "cienes", en 3 000 habrá 30; en 2 890 hay 28 "cienes", considerando los 20 que hay en 2 000 más los 8 que hay en 800; mientras que en 2 390 hay 23, considerando los 20 que hay en 2 000, más los 3 que hay en 300. Es muy probable que estas reflexiones surjan de los propios alumnos, pero si no es así el profesor puede sugerirlas.

Al resolver la segunda consigna alumnos se verán en la necesidad de plantear productos y sumarlos. Las representaciones pueden ser diversas y no necesariamente recurrirán a la escritura polinómica, es por ello que se plantea el tercer problema sugiriendo dicha representación:
 $(4 \times 400) + (3 \times 200) + (1 \times 190) = 2\ 390$.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Suma de productos

2. Suma de productos

Intención didáctica

Que los alumnos se familiaricen con expresiones polinómicas similares a las que resultan de la descomposición decimal.

Consigna

Organizados en equipos hagan lo siguiente:

- Lean con atención y resuelvan el problema A
- Busquen en los recuadros de abajo la operación que sirve para resolver el problema A y encuentren el resultado de esta operación.
- Verifiquen que el resultado del problema y el de la operación elegida sean iguales.
- Hagan lo mismo con los demás problemas.

A. En uno de los estantes de una ferretería hay varias cajas con tornillos. De los más chicos hay 4 cajas con 1200 tornillos en cada una, de los medianos hay 7 cajas con 180 tornillos en cada una y de los más grandes hay una caja con 550 tornillos ¿Cuántos tornillos hay en el estante?

B. Fernando lleva en su camión un costal con 1200 naranjas, 8 costales con 400 naranjas cada uno, y un costal más con 173 naranjas ¿Cuántas naranjas lleva Fernando en total?

C. Un estadio de fútbol cuenta con 6 secciones de 800 asientos cada una; 4 secciones con 400 asientos cada una y una sección con 210 asientos. ¿Cuál es la capacidad total del estadio?

D. La cajera de una tienda de autoservicio entregó a la supervisora 4 billetes de \$1000, 5 billetes de \$100, 7 monedas de \$10, y 3 monedas de \$1 ¿Cuánto dinero entregó en total?

E. Ayer jugamos boliche. los bolos rojos valían 1000 puntos, los verdes 100 puntos, los anaranjados 10 puntos y los morados 1 punto. Si derribé 6 bolos rojos, 1 bolo anaranjado y 6 de color verde, ¿Cuántos puntos conseguí?

F. A la dulcería llegó este pedido: 4 cajas con 800 chicles cada una; 5 paquetes con 250 chocolates cada uno, 6 bolsas con 20 paletas cada una y 3 algodones de azúcar ¿Cuántas golosinas incluía el pedido?

$$6 \times 1000 + 6 \times 100 + 1 \times 10$$

Poblema

$$1 \ 200 + 8 \times 400 + 173$$

Poblema

$$4 \times 800 + 5 \times 250 + 6 \times 20 + 3$$

Poblema

$$4 \times 1000 + 5 \times 100 + 7 \times 10 + 3$$

Poblema

$$6 \times 800 + 4 \times 400 + 210$$

Poblema

$$4 \times 1200 + 7 \times 180 + 550$$

Poblema

Consideraciones previas

Al resolver cada problema los alumnos podrán usar el recurso de su preferencia o dominio, es probable que algunos usen el cálculo mental y otros el cálculo escrito o una combinación de los dos. La idea de que localicen la expresión que modela el problema, es decir, la expresión que orienta la resolución del problema, es para que noten que las multiplicaciones y sumas realizadas pueden representarse con una sola expresión a la cual le corresponde un resultado. Esta es otra manera de acercarse a la notación desarrollada de los números, es decir, a la suma de productos de cada cifra por una potencia de diez.

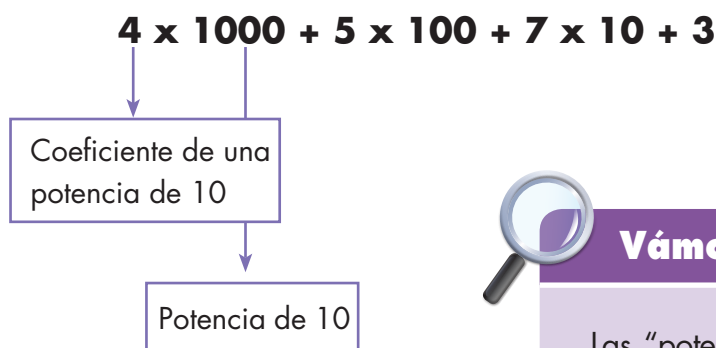


Vámonos entendiendo...

Una expresión polinómica, es aquella donde podemos utilizar sumas, restas y multiplicaciones al mismo tiempo para representar un resultado.

Es probable que este desafío se lleve más de una sesión (dependerá del dominio y ritmo de los alumnos para resolver los problemas).

Seguramente al encontrar los resultados de las expresiones se darán cuenta de que algunas implican un cálculo complejo, mientras que otras, como las descomposiciones polinómicas decimales, permiten encontrar el resultado a simple vista, considerando los coeficientes de las potencias de 10:



Vámonos entendiendo...

Las "potencias de 10" son números formados por la unidad seguida de ceros.

Ejemplo: 10, 100, 1000, etc.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¡Lo tengo!

3. ¡Lo tengo!

Intención didáctica

Que los alumnos expresen números a través de su expresión polinómica decimal.



ANTES

Antes de iniciar las actividades asegúrese de que los equipos cuentan con:

- ◆ Las tarjetas numéricas
- ◆ El decaedro armado



Consigna

Reúnete con tres compañeros para jugar ¡Lo tengo!:

- Revuelvan las tarjetas y pónganlas con el número hacia abajo. Cada jugador toma dos de ellas y las coloca de manera que todos puedan verlas.
- Por turnos, cada jugador tira el decaedro y revisa si el número que cayó le sirve para armar uno, o los dos números de sus tarjetas.
- Si el número se puede usar, el jugador decide por cual potencia de 10 necesita multiplicarlo y escribe la o las multiplicaciones correspondientes para ir armando su o sus números.
- Si el jugador se equivoca al escribir las multiplicaciones pierde su turno.
- En caso de que caiga la cara con estrellas, el jugador puede elegir la cifra que más le convenga.
- El primer jugador que logre armar los números de las dos tarjetas es el ganador.



Consideraciones previas

La actividad no es el conocimiento del decaedro, sin embargo, el armado del patrón podría ser pretexto para que los alumnos identifiquen algunas de sus características y comenten cuáles son sus expectativas respecto a la forma que tendrá al armarlo.

La consigna implica que los alumnos analicen el valor posicional que tendría la cifra en cada tiro, de acuerdo al número que quieren "armar", y lo vinculen con su expresión multiplicativa, así también, que logren desarrollar la expresión polinómica que lo representa.

Los jugadores tienen que distinguir en cada tiro el valor que representa cada cifra en los números que tienen a la vista. Por ejemplo, si un jugador tuviera las tarjetas 6 586 y 8 023 y en su tiro cae 8, tendría oportunidad de avanzar en el desarrollo de ambos números, pero distinguiendo el valor que representa 8 en cada caso, y anotar 8×10 para el primer número, mientras que para el segundo, necesita escribir $8 \times 1\ 000$.

Es importante observar y orientar, en caso necesario, para que las expresiones multiplicativas que representan un número estén relacionadas por la adición.



Vámonos entendiendo...

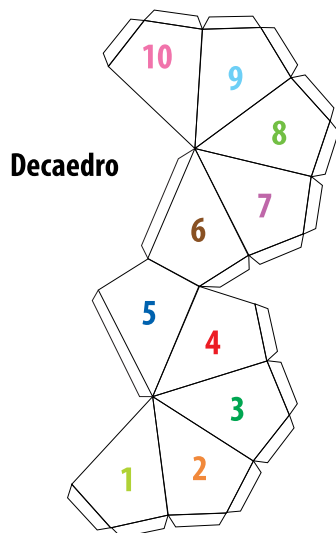
Las cifras de un número tienen un valor posicional.

Ejemplo: 457

Centenas = $4 \times 100 = 400$

Decena = $5 \times 10 = 50$

Unidad = $7 \times 1 = 7$



8 023	6 504	9 632
4 578	3 279	6 783
8 522	6 586	7 328
5 382	1 194	2 568

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

La fábrica de tapetes

4. La fábrica de tapetes

Intención didáctica

Que los alumnos comparen fracciones representadas gráficamente, al tener que dividir una unidad bajo ciertas condiciones.

Consigna

Reúnete con un compañero para resolver el siguiente problema:

Queremos un tapete cuadrangular que tenga cuatro colores:

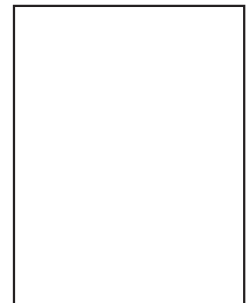
1. Una parte morada que mida el doble de la parte blanca y que cubra la tercera parte del tapete.
2. Una parte anaranjada que sea igual a la blanca.
3. Una parte verde igual a la morada.

¿Cómo tendría que hacerse el tapete para que cumpla con las condiciones del pedido? Representenlo.

1. ¿Qué fracción representa la superficie de color anaranjado?

¿Qué fracción representa la superficie morada?

Tapete



2. ¿Qué colores juntos cubren la mitad del tapete?

Consideraciones previas

Este desafío propicia que los alumnos hagan particiones diferentes a las que han practicado, como tercios y sextos; que las representen gráficamente y numéricamente, establezcan comparaciones y distingan algunas equivalencias. Las particiones con las que los alumnos tienen cierta familiaridad corresponden a fracciones cuyo denominador es una potencia de dos, en las que es suficiente con partir en mitades (mitad de un medio, cuarto; mitad de un cuarto, octavo; mitad de un octavo, dieciseisavo).

Es muy probable que para resolver el problema los alumnos se orienten por el número de colores que se presentan en el tapete, así también que apliquen la estrategia de dividir en mitades, por lo que podrían presentarse soluciones erróneas como la siguiente:

Tapete

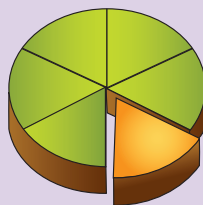


En este ejemplo la superficie se dividió primero en cuatro partes, puesto que son cuatro colores. Posteriormente se cumplió con una parte de la primera condición y de ahí se deriva el error. Enseguida se cumple con la segunda condición (una parte anaranjada igual a la parte blanca).

Vámonos entendiendo...

Si dividimos un objeto o unidad en varias partes, a cada una de ellas se le denomina fracción. Las fracciones están formadas por: el numerador y el denominador.

Ejemplo:



$\frac{1}{6}$ ← numerador
← denominador

Otra estrategia de solución podría ser que antes de intentar dividir el espacio del tapete, los alumnos contaran las partes necesarias:

Una parte morada que mida el doble de la parte blanca	2 de morado + 1 de blanco
Una parte anaranjada que sea igual a la blanca	1 de anaranjado
Una parte verde igual a la morada	2 de verde
Total de espacios para tapete	6

Con base en lo anterior se divide la unidad en seis partes iguales y después se ilumina con base en las condiciones que se señalan:

Morado	Blanco	Verde
Morado	Anaranjado	Verde

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Fiesta y pizzas

5. Fiesta y pizzas

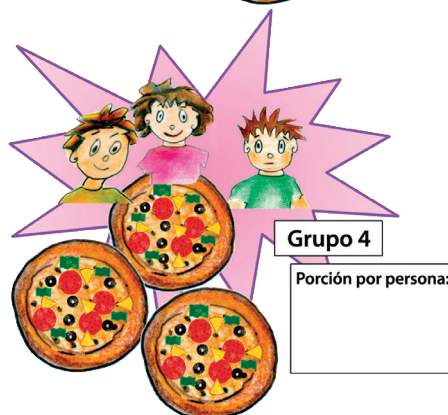
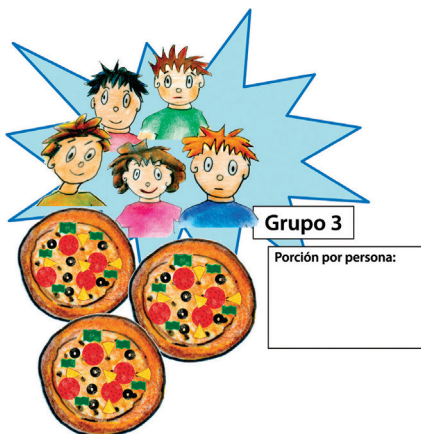
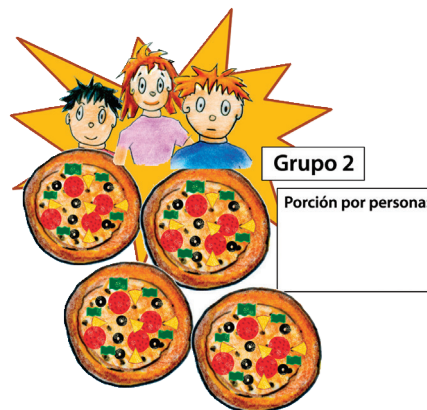
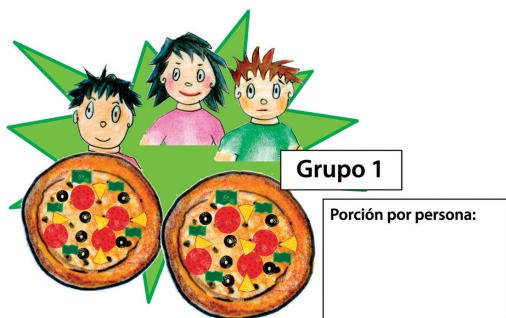
Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas de reparto que impliquen usar y comparar fracciones (medios, cuartos, octavos; tercios, sextos; quintos, décimos).

Consigna 1

Reúnete con un compañero para resolver el siguiente problema:

Al terminar un torneo de voleibol, algunos jugadores celebraron con una fiesta. Los asistentes se organizaron en pequeños grupos para comprar pizzas como se muestra en la ilustración. Si las pizzas en cada grupo se repartieron en partes iguales, ¿qué porción de pizza le tocó a los integrantes de cada grupo?

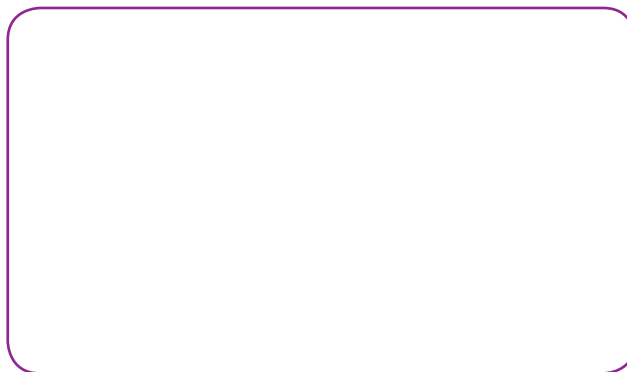


¿En cuál de los grupos le tocó menos pizza a cada persona?

Consigna 2

Reúnete con un compañero y resuelvan el siguiente problema

Representen las pizzas que necesita este grupo para que a cada persona le toque $\frac{4}{6}$ de pizza.



Consideraciones previas

Los alumnos ya han trabajado con fracciones que tienen como denominador mitades (mitad de un medio, cuarto; mitad de un cuarto, octavo; mitad de un octavo, dieciseisavo). Los problemas del desafío propician que los alumnos experimenten nuevas particiones, como tercios, quintos y sextos, representándolas gráficamente y numéricamente, estableciendo comparaciones y distinguiendo algunas equivalencias.

Es probable que este desafío se lleve más de una sesión (dependerá del dominio y ritmo de los alumnos para resolver los problemas)

En la resolución del primer problema seguramente se observarán varias formas de realizar los repartos:

- a) Primer grupo, dos pizzas entre tres personas. Los alumnos pueden repartir $\frac{1}{2}$ a cada persona, y la



Vámonos entendiendo...

Una manera de ver a la fracción es considerarla como parte de un todo.

Se representan así:

$\frac{a}{b}$ Al número de arriba lo llamamos **Numerador**, es el número de partes que tienes.

Al de abajo lo llamamos **Denominador**, es el número de partes en que se ha dividido el todo.

mitad restante, dividirla en tres partes iguales para repartirla; así, a cada persona le tocó $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$. También pueden dividir cada pizza en tres partes iguales y repartir a cada persona dos de esas partes, de manera que a cada persona le tocó $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ o bien $\frac{2}{3}$. Estos resultados brindan la oportunidad de analizar la equivalencia de expresiones aditivas: $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

- b) Segundo grupo, cuatro pizzas entre tres personas. En este caso el número de pizzas es mayor al número de personas; esto permite que a cada persona le toque más de una pizza. Los alumnos pueden iniciar repartiendo una pizza a cada integrante y dividiendo la restante en tres partes iguales, así, a cada persona le tocó una pizza entera y la tercera parte de otra, lo cual puede escribirse también como $1\frac{1}{3}$ pizza. Otra forma podría ser dividir las cuatro pizzas en tercios y dar a cada persona un tercio de cada pizza, así, cada persona recibió $\frac{4}{3}$ de pizza. Ambas respuestas son válidas ($1\frac{1}{3}$ o $\frac{4}{3}$ de pizza). Es importante aprovechar estas situaciones para que los alumnos reflexionen en torno a las diferentes maneras de expresar fracciones mayores que uno.
- c) Grupo tres, tres pizzas entre cinco personas. Los alumnos pueden partir en mitades las pizzas y relacionar cada mitad con una persona; para poder repartir la mitad sobrante, pueden dividirla en cinco partes iguales; así, a cada persona le tocó $\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$. También pueden dividir cada pizza en cinco partes iguales y repartir a cada persona tres de ellas, es decir $\frac{3}{5}$.
- d) Grupo cuatro, tres pizzas entre cuatro personas. Siguiendo los anteriores procedimientos, a cada persona le tocó $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ o bien $\frac{3}{4}$.

En el caso de los grupos 1 y 3, los alumnos podrían confundir la fracción que resulta al dividir la mitad restante en tres o cinco partes, y expresar con $\frac{1}{3}$ en lugar de $\frac{1}{6}$ la porción que se obtiene al partir un medio en tres partes iguales; o con $\frac{1}{5}$ en lugar de $\frac{1}{10}$ la porción que se obtiene al partir un medio en cinco partes iguales. Estos errores pueden aprovecharse para que el grupo analice cuál es la unidad que se toma como referencia para fraccionar.

Es importante hacer cuestionamientos como: *¿Esta fracción qué parte representa de la mitad de la pizza?, ¿cómo lo expresan numéricamente?, ¿esa misma fracción, qué parte representa de toda la pizza?, ¿cómo lo podemos comprobar?*

Para decidir en cuál de los repartos le tocó menos pizza a cada persona, los alumnos pueden hacer las siguientes reflexiones: el grupo 2 es el único caso en el que hay más pizzas que personas, por lo tanto, a cada persona le toca más de una pizza, por lo anterior el grupo 2 queda descartado. Entre los grupos 3 y 4, la porción que le tocó a cada persona del grupo 4 es mayor que la que les tocó en el grupo 3, ya que es el mismo número de pizzas entre menos personas. Finalmente, entre los grupos 1 y 3, pueden compararse las expresiones $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ y $\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$ y verificar que $\frac{1}{10}$ es menor que $\frac{1}{6}$, por lo tanto el grupo donde les tocó menos cantidad de pizza a cada persona es el 3. La representación gráfica, y en ciertos casos el uso de material concreto, son buenas alternativas para comprobar sus hallazgos.

El segundo problema representa un proceso inverso al primero, se parte de la cantidad que le toca a cada persona y la incógnita es el total de pizzas que se repartieron. Es muy probable que para solucionarlo los alumnos dibujen las pizzas, una por una, al mismo tiempo que las van dividiendo en sextos, para asignar uno a cada persona, hasta completar los cuatro que se necesitan de acuerdo a la consigna.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Y ahora, ¿cómo va?

6. Y ahora, ¿cómo va?

Intención didáctica

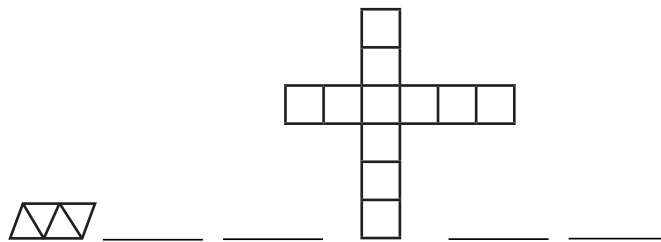
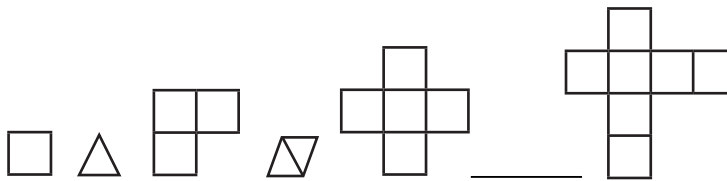
Que los alumnos identifiquen la regularidad en una sucesión compuesta formada por figuras.

Consigna

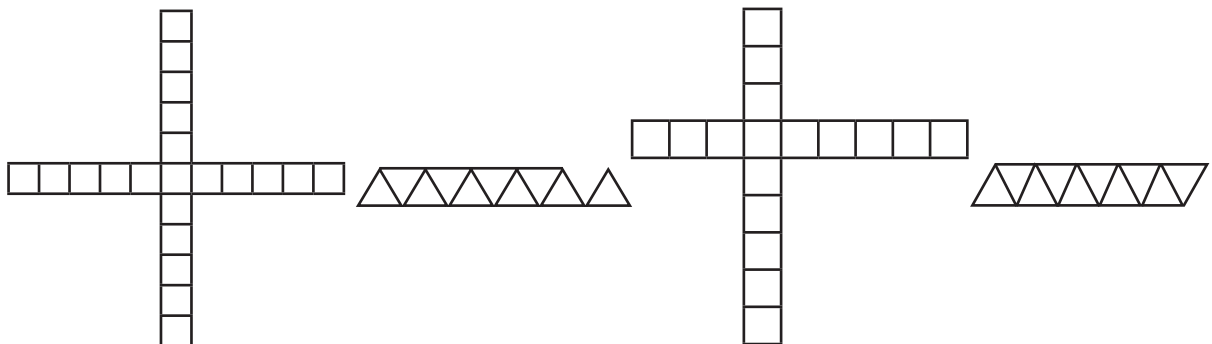
Reúnete con dos compañeros para analizar, discutir y posteriormente resolver los siguientes ejercicios:

Encuentra los elementos faltantes en las siguientes sucesiones.

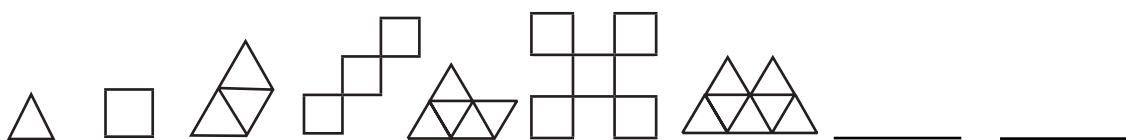
1.



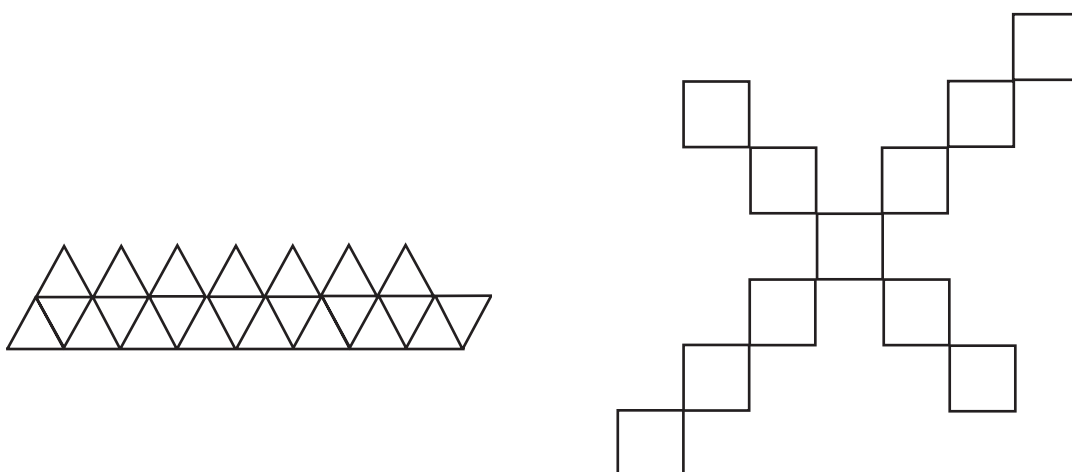
a) ¿Cuáles de las siguientes figuras forman parte de la sucesión anterior y en qué lugar irían?



2. ¿Qué elementos faltan en esta sucesión?



a) Las figuras siguientes forman parte de la sucesión anterior. Di qué lugar ocupan.



Consideraciones previas

Si los alumnos han tenido experiencias anteriores para encontrar elementos faltantes en una sucesión, seguramente la mayor dificultad que encontrarán en éstas, es el hecho de que hay dos sucesiones intercaladas, las cuales deben tener presentes para encontrar los elementos que faltan. Tener presente la alternancia de ambas no es cosa simple, por lo que es importante el análisis grupal de las respuestas y la forma en que llegaron a ellas.

La resolución de este tipo de problemas permite desarrollar en los alumnos un aspecto de la llamada "habilidad matemática" que se incluye en di-

versas pruebas. Pero también los encamina para entender, más adelante, el uso de la literal como número general, es decir, expresiones como $2n+1$ que representa un número impar, independientemente del valor que tomen.

Por esto, en el momento de que expliquen cómo obtuvieron las respuestas, será importante resaltar cómo enuncian la "regla" de variación que encontraron entre los elementos dados.

En el primer ejercicio se tiene que la sucesión está formada por cuadrados y triángulos, donde los cuadrados aumentan de dos en dos, pero no en cualquier orden y los triángulos aumentan de uno en uno, pero invertidos. Lo mismo habrá que analizar en la segunda sucesión.



Vámonos entendiendo...

Una **sucesión** es un conjunto ordenado de elementos (pueden ser números, letras, figuras) que responden a una ley de formación o regla.

A los elementos de la sucesión se les llama **términos**.

Las sucesiones se construyen siguiendo una regla: por ejemplo, cada término se obtiene sumando una constante al término anterior.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Cuáles faltan?

7. ¿Cuáles faltan?

Intención didáctica

Que los alumnos reconozcan la regla de variación en una sucesión compuesta formada por números, ya sea creciente o decreciente e identifiquen los elementos faltantes o siguientes.

Consigna

Reúnete con dos compañeros para analizar, discutir y resolver los siguientes ejercicios:

Encuentra los elementos faltantes en las siguientes sucesiones y contesta las preguntas.

a) 3, 5, 8, 8, 13, 11, 18, __, __, 17, __, 20, 33, __, 38, 26, 43, __, __, 32, 53, __, 58, 38, __, 41, 68, 44, __, __, ...

1. ¿Qué números deben ir en los lugares 40 y 41?

2. ¿Qué regla hay en la sucesión anterior? Escríbela con tus propias palabras:



Vámonos entendiendo...

La regla te dice cómo calcular el valor de los números que siguen en la sucesión.

b) 300, 5300, 600, 5250, 900, 5200, __, 5150, __, __, 1800, __, __, __, ...

3. ¿Qué número corresponderá al lugar número 20?

4. ¿Hay algún número que se repita en esta sucesión?

5. De los números que van disminuyendo, ¿alguno podrá ocupar el lugar 31?

¿Por qué?

6. Escribe con tus palabras la regla que hay en esta sucesión.

Consideraciones previas

La primera sucesión compuesta de este desafío es creciente, esto es, en todos los números hay un aumento, a diferencia de la segunda donde mientras una sucesión va aumentando la otra va disminuyendo.

A diferencia del desafío anterior, donde fácilmente los alumnos se pueden percatar de que se trata de dos figuras diferentes que varían, en éste se les puede dificultar ya que se trata de números. Si los alumnos no se dieran cuenta de que se trata de una sucesión compuesta, es decir, que hay dos sucesiones intercaladas, el maestro podría decirlo, o bien, escribir con diferente color los números que pertenecen a cada una.

Por ejemplo:

a) 3, 5, 8, 8, 13, 11, 18, ____, ____, 17, ____, 20, 33, ____, 38, 26,
43, ____, ____, 32, 53, ____, 58, 38, ____, 41, 68, 44, ____, ____, ...

Para saber los números que faltan, seguramente escribirán toda la sucesión hasta llegar al lugar que se le pregunta. Esta estrategia es muy común, ya que aún no cuentan con la posibilidad de obtener una regla general que les permita hacerlo.

Se sugiere que se resuelvan las actividades por separado a) y b), es decir, que primero se resuelva y analicen las preguntas correspondientes a la primera sucesión a) y después la segunda b), con la finalidad de que los alumnos puedan seguir los razonamientos hechos por sus compañeros y analizarlos. Incluso, se puede considerar la necesidad de pasar para otra clase la segunda sucesión b).

En esta sucesión se pregunta si hay algún número que se repita. El profesor podría solicitar que los alumnos trataran de anticipar la respuesta y después buscaran la comprobación de ésta. La misma estrategia se puede llevar a cabo con la tercera pregunta.

En ambos casos se pide que los alumnos enuncien con sus palabras la regla que "detectan" en cada sucesión. Después habrá que ver si en realidad estas "reglas" se aplican a los números dados.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

La tienda de doña Lucha

8. La tienda de doña Lucha



Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen sumar números decimales en contextos de dinero, utilizando diferentes procedimientos, entre ellos, el algoritmo usual o convencional.

Consigna

En equipo, analicen la siguiente información, luego contesten lo que se pide. No se vale usar calculadora.

Tortas		Bebidas	
Pollo	\$14.75	Licados	\$13.50
Chorizo	\$15.75	Jugos	\$9.45
Huevo	\$10.50	Vaso de agua de sabor	\$5.60
Especial	\$21.80	Yogurt	\$15.95



1. Juan compró una torta de pollo y un jugo, mientras que Raúl compró dos tortas de chorizo y un vaso de agua de limón. ¿Quién de los dos pagó más?

2. Doña Lucha le vende a los maestros comida para llevar, para ello se las coloca dentro de bolsas y a cada una le pone una etiqueta con el nombre del maestro y la cuenta. Anoten lo que puede haber en las bolsas de Jessica y Rogelio:





Consideraciones previas

En el primer problema, para obtener lo que gastó Juan ($\$14.75 + \9.45), es probable que los alumnos sumen por separado los pesos y los centavos ($14 + 9 = 23$ y $75 + 45 = 120$) y que en algunos casos no relacionen la parte entera y la parte decimal. Algunas posibles respuestas son las siguientes:

- 23 pesos con 120 centavos
- 24 pesos con 20 centavos
- \$24.20
- \$23 120
- \$23.120

En la puesta en común hay que ayudar a los alumnos a analizar cuál o cuáles de todas estas respuestas son correctas. Las tres primeras son acertadas, sin embargo, en el caso de la respuesta "23 pesos con 120 centavos", habría que hacerles notar que 120 centavos equivalen a un peso con veinte centavos, por lo que finalmente la respuesta se transforma en 24 pesos con 20 centavos, o bien \$24.20.

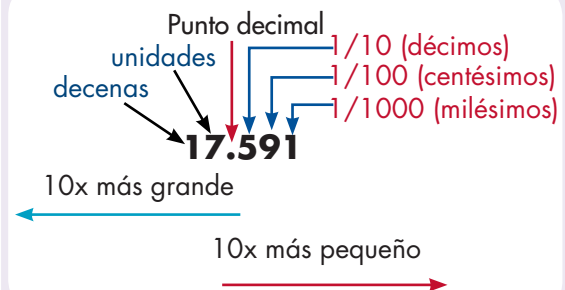
Con respecto a las respuestas "\$23 120" y "\$23.120", hay que ayudar a los alumnos a que se den cuenta que la primera, donde no hay punto decimal, no es una respuesta lógica, ya que el gasto de una torta y un jugo no puede ascender a varios miles de pesos; y en la segunda como la unidad mínima de nuestro peso es un centavo, es decir una centésima parte de un peso, no es correcta porque este número significa 23 pesos con 120 milésimas de un peso, o lo que es lo mismo 23 pesos con 12 centavos (\$23.12).



Vámonos entendiendo...

La palabra "decimal" quiere decir "basado en 10" (de la palabra latina décima: una parte de diez).

Un "número decimal" normalmente tiene un punto decimal, que indica que los números situados a la derecha del mismo disminuyen su valor en potencias de 10.



Otros alumnos es probable que usen el algoritmo usual para sumar números naturales, es decir, sin tomar en cuenta el punto decimal:

$$\begin{array}{r} 14.75 \\ + 9.45 \\ \hline 24.20 \end{array}$$

Por lo tanto, su respuesta sería \$2420.

Aquí, sería conveniente que los alumnos comparen el resultado correcto (24.20) y el que obtuvieron los que aplicaron el algoritmo usual para sumar números naturales, la idea es que identifiquen la ausencia del punto decimal en el segundo y que puedan deducir un algoritmo sintético para sumar números decimales. En caso necesario, el profesor podría dar una explicación, la cual debe considerar los siguientes puntos:

- Acomodar los números verticalmente, de tal manera que los puntos decimales queden alineados.
- Resolver la suma como si se tratara de números naturales.
- Colocar el punto decimal del resultado, de tal manera que quede alineado con los puntos de los números que se están sumando.

Es de suma importancia comentar que la alineación del punto decimal obedece a una razón matemática; hay que sumar décimos con décimos, centésimos con centésimos, etcétera. Con los números naturales se alinean unidades con unidades, decenas con decenas, centenas con centenas, etcétera.

Para la compra de Raúl (\$15.75 + \$15.75 + \$5.60), independientemente del procedimiento empleado para sumar, se sugiere solicitar a los alumnos que verifiquen sus resultados utilizando el algoritmo convencional.

$$\begin{array}{r} 15.75 \\ 15.75 \\ + 5.60 \\ \hline 37.10 \end{array}$$

La riqueza del problema 2 es que la búsqueda de los productos cuyos precios sumen \$29.25 y \$31.25, obliga a realizar varias sumas de decimales. Se espera que los alumnos determinen que la bolsa de Jessica contiene una torta de chorizo (\$15.75) y un licuado (\$13.50), cuyo importe total es

de \$29.25; mientras que la bolsa de Rogelio contiene una torta especial (\$21.80) y un jugo (\$9.45), con un importe total de \$31.25.

Finalmente, se podría pedir a los alumnos que comprueben sus operaciones con la calculadora.

Para ejercitar el algoritmo estudiado se puede solicitar a los alumnos que lo utilicen para resolver problemas como el siguiente.

Paula registró en una libreta sus ahorros de una semana: el lunes \$21.50, el martes \$42.75, el miércoles \$15.25, el jueves \$32.20 y el viernes \$13.45. ¿Cuánto ahorró en total?

También lo pueden utilizar en ejercicios sin contexto como los siguientes:

a) $35.90 + 5.60 =$ b) $89.68 + 15.60 =$ c) $145.78 + 84.90 + 19.45 =$

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Los uniformes escolares

9. Los uniformes escolares

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen sumar y/o restar números decimales, utilizando los algoritmos convencionales.

Consigna 1

En equipo y sin usar calculadora, resuelvan el siguiente problema:

Juan y su mamá están en una tienda de ropa. Juan necesita un pantalón, una camisa y un cinturón; mientras que su mamá desea comprar un pantalón, una blusa y una falda. Los precios de las prendas que buscan son los que se muestran a continuación.

Ropa para niños	
Pantalón	\$119.90
Camisa	\$105.70
Cinturón	\$59.90

Ropa para damas	
Pantalón	\$189.90
Blusa	\$175.50
Falda	\$199.90



Si la mamá de Juan lleva \$1 000.00, ¿le sobra o le falta dinero?

¿Cuánto?



Consigna 2

En equipo resuelvan los siguientes ejercicios.

- a) Con un billete de \$20.00 se pagó una cuenta de \$12.60. ¿Cuánto se recibió de cambio?

- b) Paulina averiguó que un pincel que necesita cuesta \$37.50 y su amiga dice: yo lo compré en otra papelería en \$29.90. ¿Cuál es la diferencia entre los dos precios?

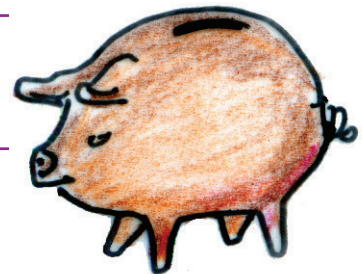
- c) La mamá de Perla fue al mercado y compró 2 kilos de tomate en \$30.60 y 3 kilos de papa en \$45.50 ¿Cuánto le dieron de cambio si pagó con un billete de \$100.00?

- d) Agustín tenía cierta cantidad de dinero ahorrado, su papá le dio \$48.30 y ahora tiene \$95.80. ¿Cuánto tenía al principio?

e) $35.60 - 5.90 =$

f) $79.95 - 25.60 =$

g) $184.90 - 59.45 =$



Consideraciones previas

Una forma de resolver el problema de este desafío es calcular el costo de las seis prendas y restar el resultado a \$1 000.00. Para obtener el importe total de la compra puede realizarse una suma con los precios de los seis productos o bien por separado, es decir, el importe de las prendas de Juan y el importe de las prendas de su mamá.

$$\begin{array}{r} 119.90 \\ + 105.70 \\ \hline 59.90 \\ \hline 285.50 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 189.90 \\ + 175.50 \\ \hline 199.90 \\ \hline 565.30 \end{array}$$

Posteriormente sumar los resultados, obteniendo un total de \$850.80

Considerando que en el desafío anterior se estudió el algoritmo usual o convencional para sumar números decimales, se espera que los alumnos no tengan dificultades para encontrar el precio de las seis prendas, ya sea a través de una sola suma o realizando varias.

En caso de no utilizar el algoritmo convencional, se sugiere invitar a los alumnos a que lo hagan y a que identifiquen las ventajas respecto a los procedimientos utilizados, es importante enfatizar que **no se vale usar la calculadora.**

Por lo anterior, es evidente que la mamá de Juan puede comprar las seis prendas con los mil pesos, el desafío ahora es responder qué cantidad de dinero le sobra.

Los alumnos pueden encontrar la diferencia entre \$850.80 y \$1 000.00 de diversas maneras, algunas de ellas son las siguientes:

- Descomponer el sustraendo (850.80) en sumandos (800+50+0.80); luego restar cada uno: $1000 - 800 = 200$; $200 - 50 = 150$; $150 - 0.80 = 149.20$
- Restar primero $1000 - 850$, dando como resultado 150. Luego a 150 restarle mentalmente 80 centésimos, resultando finalmente 149.20

Si a los alumnos no se les ocurre, el profesor puede sugerir el algoritmo convencional para restar números decimales, el cual consiste en realizar la resta como si se tratara de números naturales, cuidando la colocación adecuada del punto decimal.

$$\begin{array}{r} 1000.00 \quad \text{Minuendo} \\ - 850.80 \quad \text{Sustraendo} \\ \hline 149.20 \end{array}$$



Por supuesto que es importante alinear los puntos del minuendo y el sustraendo, de tal manera que se puedan restar centésimos con centésimos, décimos con décimos, unidades con unidades, etcétera. El punto decimal del resultado deberá estar alineado con los puntos del minuendo y el sustraendo.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Butacas y naranjas

10. Butacas y naranjas

Intención didáctica

Que los alumnos usen la multiplicación al resolver problemas de proporcionalidad.

Consigna

Reúnete con un compañero para resolver los problemas:

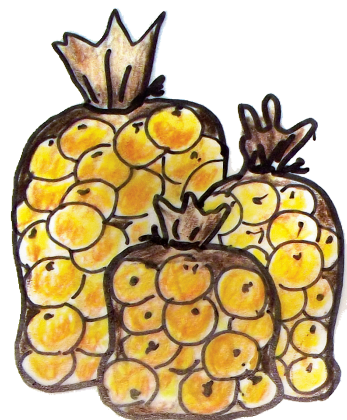
1. ¿Alcanzarán las butacas del teatro para los 400 alumnos y 20 maestros de una escuela, si en el teatro hay 23 filas de 19 butacas cada una?

Explica por qué planteas eso:

2. Una bodega de la Central de Abastos distribuye naranjas a diferentes mercados. Para transportarlas utilizan costales de media gruesa (72 naranjas), una gruesa (144 naranjas) y de 30 naranjas. Si la camioneta que lleva el producto descarga 19 costales de media gruesa en el mercado Morelos, 8 costales de una gruesa en el Independencia, y finalmente 22 costales de 30 naranjas en el mercado Sinatel.

¿Cuál mercado recibió mayor cantidad de naranjas?

¿Cuál es la diferencia entre la mayor y la menor cantidad de naranjas repartidas?



Consideraciones previas

Los problemas multiplicativos pueden dividirse en dos grandes grupos, los que implican una relación de proporcionalidad y los que implican un producto de medidas. Los primeros ponen en relación cuatro términos, mientras que los segundos relacionan sólo tres términos.

En este desafío se presentan dos problemas del primer tipo de proporcionalidad, el primero plantea la siguiente relación entre cuatro cantidades:

1 fila \longleftrightarrow 19 butacas
23 filas \longleftrightarrow x butacas



Vámonos entendiendo...

La proporcionalidad es un concepto muy utilizado en nuestra vida diaria: al preparar una receta, al calcular cuántos dulces necesitamos para un determinado número de niños, etc. Es una relación entre magnitudes medibles. Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al aumentar una, aumenta la otra en la misma proporción.

Una vez que se calcula la cantidad de butacas hay que compararla con 420 para poder responder la pregunta que se plantea. Una característica importante de este tipo de problemas es que involucran dos dimensiones y el resultado es una de ellas. En este caso, filas-butacas y el resultado es butacas, esto puede justificarse al operar con las dimensiones pero no es necesario hacerlo en este grado.

El segundo problema representa varias relaciones de proporcionalidad: si un costal contiene 72 naranjas, ¿cuántas naranjas corresponden a 19 costales?

Si un costal contiene 30 naranjas, ¿cuántas naranjas corresponden a 22 costales?, etcétera. Nótese que en el primer caso se establece la siguiente relación:

Un costal \longleftrightarrow 72 naranjas
19 costales \longleftrightarrow x naranjas

Fundamentalmente, el problema consiste en calcular y comparar las cantidades de naranjas que se distribuyen en cada mercado y la multiplicación es una herramienta pertinente para lograrlo. Si bien una decisión importante

para resolver un problema es elegir qué operaciones realizar, también lo es la forma de encontrar los resultados de dichas operaciones. A continuación se describen algunos procedimientos de cálculo que es probable y deseable que los alumnos utilicen para encontrar las cantidades de naranjas que se dejaron en cada mercado.

Mercado Morelos: 19 costales de media gruesa.

- $19 \times 72 = (72 \times 2) \times 10 - 72 = 1\ 368$ (equivale a multiplicar 72 x 20 y restar 72 para que quede multiplicado por 19)
- $19 \times 72 = (72 \times 10) \times 2 - 72 = 1\ 368$ (es el procedimiento anterior, sólo que multiplicando primero por 10 y luego por 2)
- $19 \times 72 = 72 \times 10 + 72 \times 9 = 720 + 648 = 1\ 368$ (equivale a descomponer el 19 en 10+9 y multiplicar cada sumando por 72)

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Combinaciones

11. Combinaciones

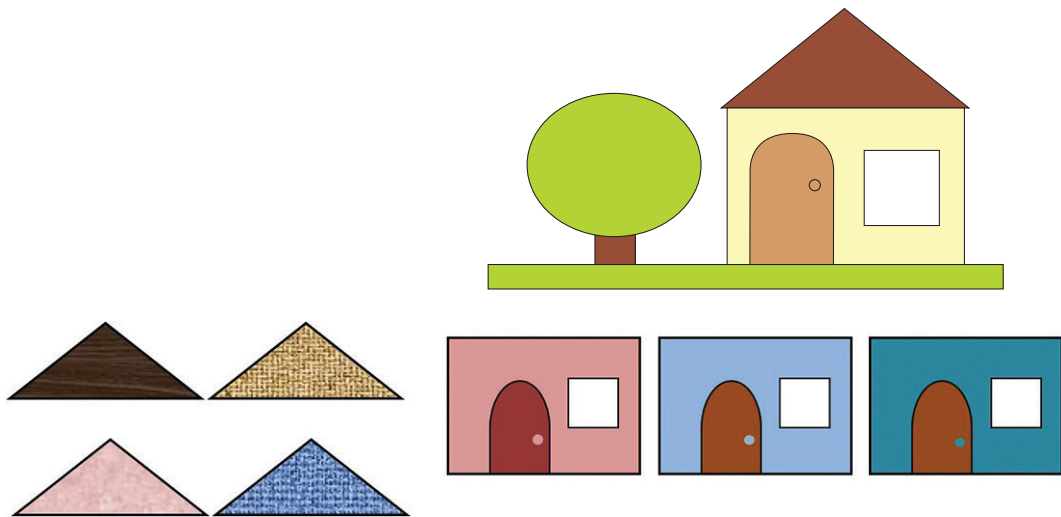
Intención didáctica

Que los alumnos usen procedimientos personales y la multiplicación al resolver problemas que implican un producto de medidas.

Consigna

Organizados en equipos resuelvan los siguientes problemas:

1. ¿Cuántas casas diferentes entre sí, pero similares a la del modelo, se pueden hacer con estos triángulos y rectángulos?



2. El postre de hoy es alguna de las siguientes frutas: sandía, melón, piña o mango; acompañada con nieve de limón o únicamente con chile piquín. ¿Cuántos postres diferentes se pueden servir?
3. Para la fiesta de cumpleaños de Antonio asistirán 18 mujeres y 15 hombres. ¿Cuántas parejas diferentes de baile se podrán formar con los invitados?



Consideraciones previas

A diferencia de los problemas del desafío anterior, en los que se establece una relación de proporcionalidad, en éstos no hay tal, no hay de por medio un valor unitario explícito o implícito y el resultado del problema no es ninguna de las dos dimensiones que se relacionan. Por ejemplo, en el primer problema se relacionan *triángulos y rectángulos*, mientras que el resultado es casas. En el segundo problema se relacionan *frutas con nieve o chile* y el resultado es postres. En el tercer problema se relacionan hombres con mujeres y el resultado es parejas.

En este tipo de problemas, se puede establecer una doble relación de proporcionalidad. Por ejemplo, el número de parejas es proporcional al número de hombres, cuando el número de mujeres permanece constante, o bien, el número de parejas es proporcional al número de mujeres, cuando el número de hombres permanece constante.

Este desafío contiene tres problemas en los que se trata de combinar cada uno de los elementos de un conjunto con cada uno de los elementos de otro conjunto. Pueden resolverse usando diferentes representaciones en las que el problema fundamental consiste en controlar que no sobren o falten combinaciones. Después de probar con tales representaciones se espera que los alumnos descubran que una multiplicación puede ser suficiente para llegar a la solución.

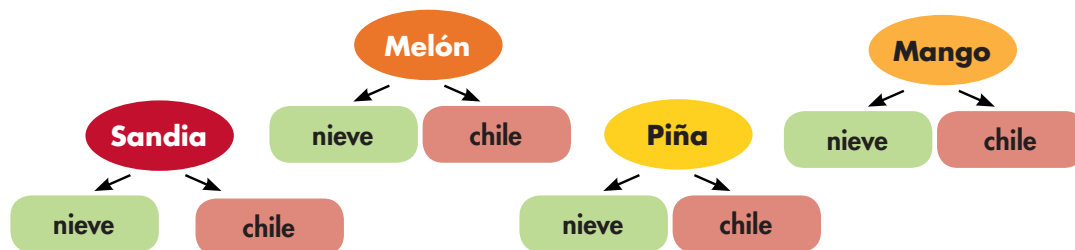
Para el primer problema es importante que los alumnos se den cuenta que cada rectángulo se puede combinar con todos los triángulos, o bien que cada triángulo se puede combinar con todos los rectángulos; de tal forma que concluyan que con cada rectángulo se pueden hacer cuatro casas diferentes, o bien que con cada triángulo se pueden formar tres casas diferentes. Para encontrar la respuesta los alumnos pueden:

- Dibujar todas las combinaciones de casas.
- Sumar $4 + 4 + 4$ pensando en las cuatro combinaciones diferentes que se pueden armar con cada uno de los tres rectángulos.
- Sumar $3 + 3 + 3 + 3$, considerando que con cada triángulo se pueden formar tres casas diferentes.
- Multiplicar 3×4 o multiplicar 4×3 .

Si a los alumnos no se les ocurre utilizar operaciones para llegar al resultado, se les puede preguntar directamente, ¿qué operación te permite llegar directamente al resultado? Si las respuestas son $4 + 4 + 4$ o $3 + 3 + 3 + 3$, hay que relacionar éstas con las operaciones 3×4 o 4×3 y que identifiquen qué representa cada número.

Cuando los alumnos estén relacionando cada rectángulo con los triángulos o cada triángulo con los rectángulos, una pregunta de reflexión es la siguiente: Si ya se relacionó cada triángulo con todos los rectángulos, para encontrar todas las combinaciones posibles, ¿es necesario también relacionar cada rectángulo con todos los triángulos? ¿Por qué? La idea es que se den cuenta si se repiten o no alguna combinación.

La diferencia entre los problemas uno y dos es que en el segundo la información viene en un texto y precisamente un primer acercamiento de los alumnos podría ser una representación gráfica como la siguiente:



A partir de esta representación se pretende que los alumnos lleguen a utilizar operaciones, y en particular la multiplicación para llegar al total de combinaciones, que es 8, resultado de 4×2 o bien de 2×4 .

El tercer problema incluye números más grandes con la idea de que los alumnos busquen alternativas más eficaces que las representaciones gráficas para encontrar todas las combinaciones posibles. Se espera que determinen que la multiplicación 18×15 o 15×18 permite llegar a la solución.

Respecto a los procedimientos de cálculo, es en el tercer problema donde pueden aplicarse algunas estrategias previamente elaboradas como las siguientes:

- $18 \times 15 = 18 \times 10 + 18 \times 5 = 180 + 90 = 270$
- $18 \times 15 = (15 \times 10) \times 2 - (2 \times 15) = 300 - 30 = 270$

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Alcanza?

12. ¿Alcanza?

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen la multiplicación para resolver problemas que implican un producto entre medidas.

Consigna

Reúnete con un compañero para resolver los siguientes problemas.

1. Una pieza de tela mide 15 m de largo por 1.5 m de ancho. ¿Cuánto mide la superficie de la tela?

2. Un terreno de forma rectangular mide 210 m² de superficie. De ancho mide 7 m. ¿Cuánto mide de largo?

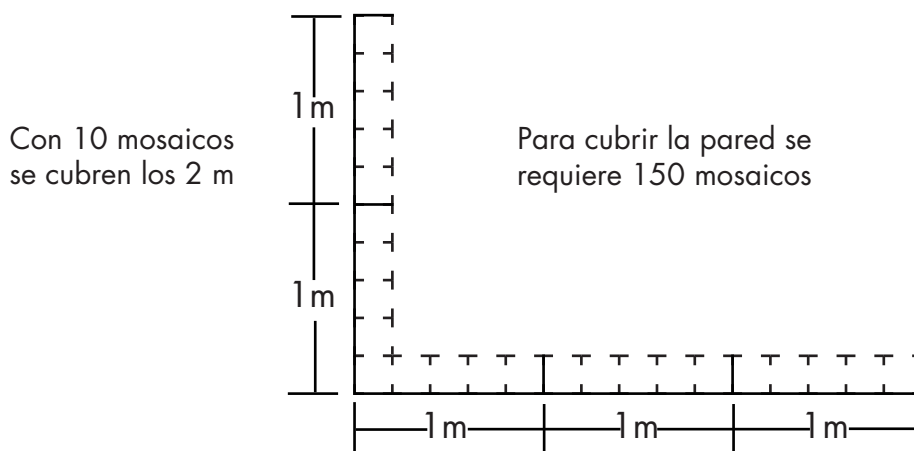
3. Samuel tiene 11 cajas con mosaicos cuadrados de 20 cm por lado y quiere cubrir una pared que mide 3 m de largo y 2 m de alto. Si en cada caja hay 14 mosaicos ¿será necesario que compre más cajas?

¿Por qué?

Consideraciones previas

En los problemas de este desafío es aún más clara la idea de producto de medidas. Los dos primeros implican una sola operación pero es importante resaltar el hecho de que, mientras las cantidades que se multiplican son metros, el resultado son metros cuadrados. Es conveniente acercar a los alumnos al concepto de metro cuadrado en dos sentidos: como el cuadrado que mide un metro por lado y como el resultado de multiplicar metros por metros.

El tercer problema es más complejo si se recurre, como en los dos anteriores, al producto de medidas: $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ para calcular el área de un mosaico, para luego multiplicar por 14 mosaicos y luego por 11 cajas, con lo que se tendría la superficie total que se cubre con los mosaicos que se tienen, ($61\ 600\text{ cm}^2$), que comparada con $300\text{ cm} \times 200\text{ cm} = 60\ 000\text{ cm}^2$ que es el área de la pared, se ve que no es necesario comprar más cajas.



Sin embargo también es posible resolver este problema sin meterse con el producto de medidas. Para ello los alumnos necesitan primero relacionar las dimensiones de los mosaicos con las dimensiones de la pared para conocer cuántas filas de mosaicos hay en 2 m de la altura de la pared, y cuántos mosaicos cubren los 3 m del largo de la pared; de tal forma que:

Las multiplicaciones 15×10 y 11×14 que representan el número de mosaicos necesarios para cubrir la pared y el número de mosaicos de las 11 cajas que Samuel compró, son relativamente sencillas y pueden utilizarse los recursos antes mencionados. $15 \times 10 = 150$ y $11 \times 14 = 154$, por lo tanto, no es necesario que se compren más cajas. Visto así, este problema implica una relación de proporcionalidad.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Al compás del reloj

13. Al compás del reloj

Intención didáctica

Que los alumnos lean la hora en relojes analógicos (de manecillas) y digitales (de números sobre una pantalla), que utilicen diferentes formas de indicar una hora y que resuelvan problemas que involucren unidades de tiempo utilizadas en los relojes.

Consigna 1

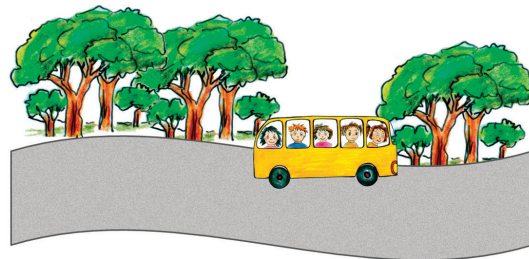
Organízate con dos compañeros para realizar las siguientes actividades:

1. Resuelvan los problemas.

a) El médico recetó a Mariana tomar un medicamento cada 6 horas; la primera pastilla la tomó a las 8:30 a.m. ¿A qué hora deberá tomar la segunda y la tercera pastillas?

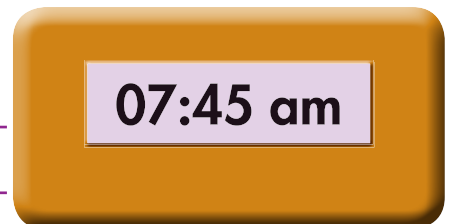
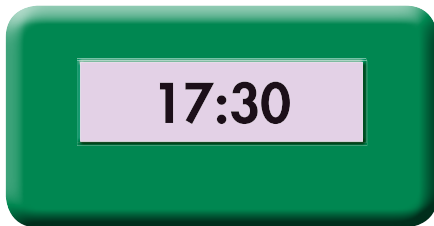
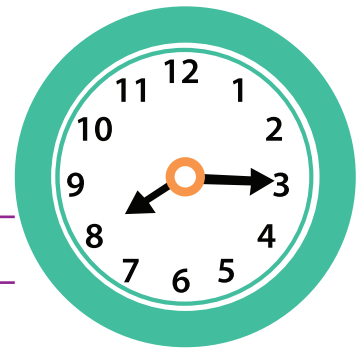
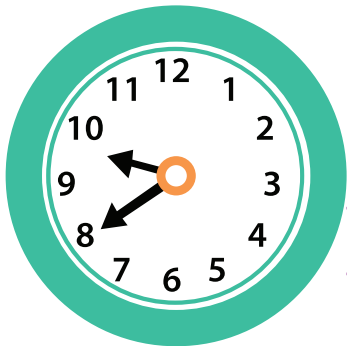
b) El recorrido que se hace para viajar de la ciudad de México al Puerto de Veracruz dura aproximadamente 5 horas y 20 minutos en automóvil. ¿A qué hora se llegará a Veracruz si el viaje se inicia a las 9:50 horas?

c) Ayer regresé a casa a las 13:20 hrs. después de ir a visitar a mi tía. De su casa a mi casa hice treinta minutos. Estuve platicando con ella alrededor de 20 minutos y después adornamos juntas un pastel durante un cuarto de hora. Y para llegar a su casa hice media hora. ¿A qué hora salí de mi casa?



Consigna 2

En pareja, expresen de formas diferentes la hora que marca cada reloj.



Consideraciones previas

Si es posible, procurar que los alumnos cuenten con algunos relojes analógicos y digitales, esto contribuirá para que reconozcan su funcionamiento o para verificar sus resultados.

Para el caso del primer problema, una de las dificultades es que los alumnos no sepan interpretar las abreviaturas "a.m." Y que puedan pensar que se

trata de las 8:30 de la noche, si fuera el caso y que ningún alumno pueda hacer la interpretación correcta, el profesor puede comentar el significado y uso de las abreviaturas "a.m." y "p.m.", es decir, "antes de mediodía" y "después de mediodía", respectivamente; siempre y cuando se les aclare que las 24 horas del día se dividen en dos períodos, en 12 horas de la medianoche al mediodía y en otras 12 horas del mediodía a la medianoche. Para dar respuesta al problema, los alumnos podrían utilizar esta forma de representación o recurrir a otras equivalentes y de uso común:

- Segunda pastilla: 2:30 p.m.; dos y media de la tarde; 14:30 hrs.
- Tercera pastilla: 8:30 p.m.; ocho y media de la noche; 20:30 hrs.

Si surgen expresiones como 14:30 hrs o 20:30 hrs, es recomendable analizar el sistema de 24 horas, mediante el cual se dice cuántas horas y minutos han pasado desde la medianoche y compararlo con el de a.m./p.m., comentado anteriormente.

Independientemente a las diferentes formas de representación, en los tres problemas de la primera actividad se trata de operar con horas y minutos. Una forma de llegar a la respuesta del segundo es:

- Plantear la solución mediante una suma: 9:50 horas + 5 horas y 20 minutos

Primero sumar las horas completas: 9 horas + 5 horas = 14 horas, o bien las 2 de la tarde

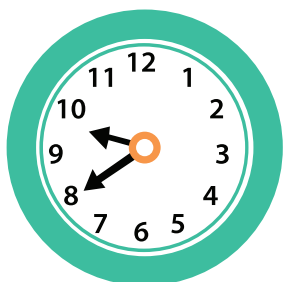
Después sumar los minutos: 50 minutos + 20 minutos = 70 minutos, o bien una hora más 10 minutos.

Por lo tanto, a las 2 de la tarde hay que aumentar 1 hora y 10 minutos. Así, la hora de llegada a Veracruz es a las 3 de la tarde y 10 minutos, o bien a las 3:10 p.m. ó 15:10 hrs.

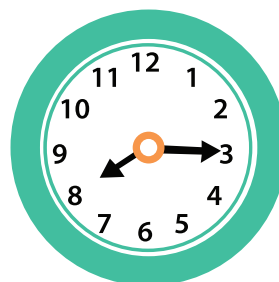
Dar respuesta al tercer problema implica para los alumnos desarrollar un proceso inverso al de los problemas anteriores, pues ahora se trata de calcular la hora en que se iniciaron ciertas acciones, partiendo de la hora en que se finalizaron. Es muy probable que la estrategia que sigan los alumnos sea ir retrocediendo paulatinamente en el tiempo, de acuerdo a lo invertido para realizar cada acción, hasta llegar a la hora de partida. Aunque no podría descartarse que algún equipo decidiera primero sumar todo el tiem-

po invertido y después restarlo a la hora de término, de cualquier forma es deseable que lleguen a la respuesta correcta que es 11:45 horas, escrita así o de cualquier otra equivalente.

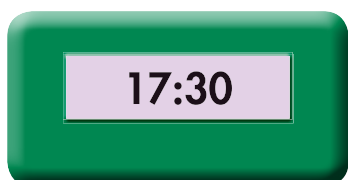
La segunda actividad está encaminada a que los alumnos, además de leer la hora en relojes analógicos y digitales, analicen diferentes expresiones para indicar la misma hora. Algunas expresiones que pueden utilizar los alumnos se muestran a continuación:



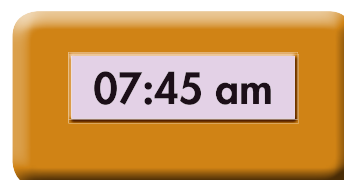
- Veinte minutos para las diez
- Faltan veinte para las diez
- Las nueve con cuarenta minutos
- Las nueve cuarenta
- Las diez menos veinte



- Las ocho y cuarto
- Ocho con quince minutos
- Quince minutos después de las ocho



- Las diecisiete horas con treinta minutos
- Las cinco de la tarde con treinta minutos
- Las cinco y media de la tarde
- Las cinco treinta
- Las cinco y media
- Treinta después de las cinco
- Treinta minutos después de las cinco de la tarde



- Las siete horas con cuarenta y cinco minutos
- Las siete de la mañana con cuarenta y cinco minutos
- Las siete y cuarenta y cinco de la mañana
- Las siete cuarenta y cinco a.m.
- Las siete cuarenta y cinco
- Cuarto para las ocho
- Quince minutos para las ocho de la mañana
- Cuarenta y cinco minutos después de las siete

Si alguna de estas representaciones no surgiera de los alumnos, es conveniente mencionarla y analizarla. En los dos últimos casos, donde aparecen relojes digitales, es necesario identificar que en el segundo reloj aparece "a.m." por lo tanto, se trata de las 7:45 de la mañana, mientras que en el primero, aunque no aparece ninguna abreviatura se puede deducir que se trata del sistema de 24 horas al utilizar el número 17 para las horas, por lo tanto la hora indicada es las cinco y media de la tarde.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

El tiempo pasa

14. El tiempo pasa

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen la información que proporciona un calendario para resolver problemas que implican determinar el inicio o el final de diferentes eventos.



ANTES

Es recomendable que en el salón de clases se cuente con varios calendarios del año en curso por si los equipos lo requieren para responder o para verificar las respuestas de los problemas.



Consigna

Organízate con dos compañeros para resolver los siguientes problemas.

1. Rosaura compró su bicicleta haciendo cinco pagos semanales. El último pago lo realizó el 3 de diciembre, el mismo día de la semana que hizo los anteriores ¿Cuándo hizo el primer pago?

2. La jornada de trabajo en una plataforma petrolera es de 12 horas diarias durante 28 días continuos, con un descanso de 14 días. Rogelio inició su período laboral el 24 de junio, ¿cuándo inicia su período de descanso?

¿Cuándo tiene que volver a presentarse a la plataforma?

3. El grupo de Mariana se organizó en seis equipos. Cada equipo se encargará de cumplir durante una semana con tres comisiones al mismo tiempo (aseo, puntualidad y orden). Los equipos irán participando en orden numérico durante el primer cuatrimestre del ciclo escolar; los turnos iniciarán la segunda semana de clases. Mariana es integrante del equipo 4, ¿en qué periodos le tocará participar?

¿Todos los equipos participarán el mismo número de veces?

¿Por qué?

4. Sabemos que en México las estaciones del año duran un trimestre cada una. Si la primavera inicia el 20 o el 21 de marzo, ¿en qué fechas iniciarán las tres estaciones restantes?

Consideraciones previas

Para dar respuesta al primer problema, los alumnos seguramente observarán que independientemente del día de la semana que corresponda al 3 de diciembre, existe una relación entre las cuatro fechas anteriores (26, 19, 12 y 5 de noviembre) que se vincula con el número de días que hay en una semana; esta regularidad permite que se calculen fechas, ya sea sumando siete o restándolo, como en este caso. Para determinar la relación anterior, es necesario saber que noviembre tiene 30 días, si los alumnos no lo recuerdan o lo desconocen, se les podría proponer algunos recursos nemotécnicos (de asociación de ideas, sistemáticos o de repetición) para saberlo.



Vámonos entendiendo...

El significado de nemotécnicos refiere a la forma de recordar una secuencia de datos, números y nombres que no se recuerdan fácilmente.

- Los nudillos de una mano. Se invita a los alumnos a que cierren su puño y vean los nudillos de su mano, es decir los huesitos que sobresalen del puño y que dan inicio a los dedos. Se indica que el nudillo del dedo pulgar no se considera y que los demás se utilizarán iniciando por el dedo índice y terminando con el meñique. Se mencionan los meses del año, nombrando como enero al primer nudillo, es decir al nudillo del dedo índice; el hueco intermedio entre éste y el segundo nudillo corresponde a febrero; el siguiente nudillo es marzo y el siguiente hundimiento es abril; así se continúa hasta llegar a julio, que será el nudillo del dedo meñique. Para mencionar los meses restantes, se inicia el mismo proceso, de tal forma que agosto es el primer nudillo y diciembre el tercero. Los meses que coinciden con los nudillos tienen 31 días y los que coinciden con hundimientos tienen 30, a excepción de febrero que tiene 28 días y 29 cada cuatro años.
- Rimas: "Treinta días trae septiembre, con abril, junio y noviembre; veintiocho tiene uno y los otros treinta y uno"

En el segundo problema, los alumnos podrían calcular fácilmente contando de siete en siete, que Rogelio termina su período laboral cuatro semanas después a la fecha mencionada, aunque no precisamente el mismo día de la semana, sino un día anterior, pues el 24 de junio se cuenta como el primero de la jornada, por lo que el primer día de descanso es el 22 de julio.

Otra estrategia que podría darse al interior del grupo es la siguiente:

Rogelio comienza el 24 de junio, y el periodo laboral dura casi un mes; entonces, el término de este periodo será aproximadamente el 24 de julio, un mes después; ahora, se tienen que restar los 2 días de diferencia entre 28 y 30, que son los días del mes y da 22 de julio, pero como el 24 es el primero de los 28 días, el período laboral termina un día antes, el 21 de julio, por lo que su descanso comienza el 22 de julio.

Un cálculo semejante se puede hacer para determinar la fecha en que Rogelio regresa a la plataforma, aunque los alumnos tendrán que considerar que Julio tiene 31 y no 30 días como Junio.

Para resolver el tercer problema los alumnos necesitan determinar a cuánto corresponde un cuatrimestre, si este término es desconocido para ellos, es conveniente invitar a que lo interpreten o inclusive, el profesor puede mencionar su significado. Se espera que los alumnos observen que los equipos no pueden participar el mismo número de veces en las comisiones, porque el número de semanas de clases en septiembre, octubre, noviembre y diciembre, no es múltiplo de seis.

Seguramente los alumnos no tendrán dificultad en calcular a cuánto tiempo corresponde un trimestre al solucionar el cuarto problema. Dado que la duración de las estaciones del año es aproximadamente de tres meses (un trimestre) y las diversas formas de conteo o de cálculo que utilicen los alumnos, también las fechas de inicio de verano, otoño e invierno pueden ser aproximadas, sin embargo, éstas tendrán que caer en la segunda mitad de los meses de junio, septiembre y diciembre, respectivamente.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Piso laminado de madera

15. Piso laminado de madera

Intención didáctica

Que los alumnos interpreten y usen información explícita e implícita que aparece en un anuncio.

Consigna 1

Reúnete con un compañero para resolver el siguiente problema. Con base en la información del anuncio responde las preguntas:



Piso laminado de madera



- No requiere mantenimiento
- Térmico: aísla temperatura
- No incluye instalación

¡¡OFERTA!!

Precio por m²

- 6 mm de grosor, \$200.00
- 7 mm de grosor, \$220.00

Se vende por caja cerrada

- Caja de 6 mm cubre 4m²
- Caja de 7 mm cubre 3m²

Este producto tiene un descuento de \$10.00 por cada \$100.00

a) ¿Cuánto cuestan tres cajas de piso laminado de 6 mm de grosor con descuento?

b) ¿Cuántas cajas de piso laminado de 6 mm habría que comprar para cubrir un piso de 14 metros cuadrados?

c) ¿Cuál es el costo total del material necesario de piso laminado de 7 mm para una habitación de 10 m²?

Consigna 2

Reúnete con un compañero para resolver el siguiente problema. Con base en la información de la etiqueta, contesten las preguntas.

"AGUA NATURAL" CONT. NET. 1,5 l	
INFORMACIÓN NUTRIMENTAL	
Por 100 ml:	
Contenido Energético	0 kcal
Carbohidratos	0 g
Proteínas	0 g
Grasas (lípidos)	0 g
Sodio	5 mg

a) ¿Cuál es la capacidad de la botella que corresponde a esta etiqueta?

b) ¿Cuántos miligramos de sodio contiene la botella de agua que corresponde a esta etiqueta?

c) ¿A qué cantidad de agua corresponde la información nutrimental de la etiqueta?

Consideraciones previas

En este grado se continúa proponiendo actividades para que los estudiantes lean y utilicen información que hay en distintos portadores. Es importante asegurarnos de que la información se refiere a los aspectos que ya se han estudiado, por ejemplo, en los problemas de este Desafío es necesario considerar la relación de proporcionalidad (si por cada \$100 se descuentan \$10, entonces cuánto se descuenta por una determinada compra y si en cada 100 ml de agua hay 5 mg de sodio, entonces cuántos miligramos de sodio habrá en 1.5 l de agua).

En la pregunta c) del primer problema la primera dificultad consiste en darse cuenta de que para cubrir los 10 m^2 es necesario comprar cuatro cajas, porque con tres cajas apenas se cubrirían 9 m^2 . La segunda dificultad consiste en calcular el descuento. Si por cada 100 pesos se descuentan 10 pesos, ¿cuánto se descontará por 880 pesos? Es probable que algunos alumnos sólo consideren los 800 pesos y dejen fuera los 80 pesos "porque no se completan otros 100". Este razonamiento puede considerarse correcto porque efectivamente así funcionan algunas ofertas en la vida real. Sin embargo puede ser que otros alumnos sí consideren los 80 pesos y encuentren que el descuento es de 88 pesos en vez de 80. Por supuesto que este razonamiento también es correcto y deja ver un mayor nivel de generalización. Para la primera pregunta pueden considerar que cada caja contiene 4 m^2 y que cada metro cuadrado cuesta \$200; entonces la compra es de 12 m^2 y su precio es de \$2400. Al aplicar el descuento de \$240, el precio final de las tres cajas es de \$2160.

La segunda pregunta sirve como antecedente de la tercera, con la idea de que se den cuenta que en algunos casos hay que comprar más material del que se necesita.

Es probable que algunos alumnos cuestionen el significado de metro cuadrado (m^2); ante ello se sugiere comentar que un metro cuadrado puede considerarse como un cuadrado de un metro por lado; si el profesor lo considera pertinente se puede construir de papel o cartón para que los alumnos perciban su tamaño.

En el segundo problema es probable que algunos alumnos no se den cuenta que la información nutrimental que se da corresponde a 100 ml de agua, por lo que habría que estar pendiente de las relaciones que hacen y discutir las durante la puesta en común, sean correctas o incorrectas. Si cada 100 ml de agua contienen 5 mg de sodio, entonces 1.5 l de agua contiene 75 mg de sodio. En tercer grado se vio el tema de unidades de capacidad y de peso; sin embargo es probable que sea necesario recordar a los alumnos que un litro equivale a 1000 ml y que 100 ml es la décima parte de un litro.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Sólo para conocedores

16. Sólo para conocedores

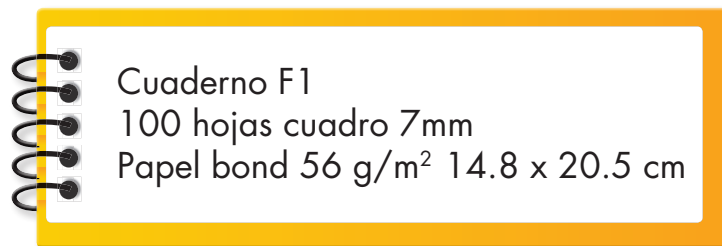
Intención didáctica

Que los alumnos interpreten información que se presenta de manera abreviada.

Consigna

Reúnete con un compañero y realicen lo que se indica en cada caso.

1. Con base en la información de esta etiqueta de un cuaderno contesten:



- a) ¿De qué forma es el cuaderno?

- b) Por lo que se ve, las hojas son cuadrículadas. ¿Cuánto mide un lado de cada cuadro?

- c) ¿Cuáles son las dimensiones de las hojas?

- d) ¿Qué significado tiene "Papel bond 56 g/m²"?

2. Escriban nuevamente lo que hay en el recuadro café, con la información que hace falta para que cualquier persona sepa de qué se trata.

LA MERCANTIL

LAS OFERTAS DEL MES

Donde seguro encuentra todo lo necesario para remodelar su casa.

**Duela de 1a.
1 1/2 x 10 x3,
\$120.00m²**

Consideraciones previas

A diferencia del Desafío anterior, la información de los portadores incluidos en éste se presenta de forma abreviada o implícita. La intención no es que los alumnos interpreten total y claramente la información de los dos portadores, sino que los analicen e intenten darle sentido a partir de sus saberes. En el primer problema se presenta una etiqueta que puede encontrarse en los cuadernos que cotidianamente utilizan los alumnos. Se espera que ellos interpreten sin dificultad estos datos:

- FI: El cuaderno es de forma italiana
- 14.8 x 20.5 cm: Son las medidas de las hojas del cuaderno; que ambas representan centímetros, aún cuando una de ellas no lo menciona.



Vámonos entendiendo...

Una información que se presenta de manera **abreviada** es una manera de acortar la escritura de cualquier término o expresión

Es muy probable que la expresión "56g/m²" sea la que en este problema cause desconcierto, ya que esta nomenclatura es utilizada en la industria papelería, y en este caso indica que "1 m² de este papel pesa 56 gramos"; por lo tanto este dato se vincula con el espesor del papel. Se puede pedir

a los alumnos que interpreten cada uno de los elementos que la integran y hacer analogías con otras expresiones que pudieran ser conocidas por ellos, por ejemplo "km/h".

En el segundo problema se presenta un anuncio de una tienda especializada de materiales para remodelación de espacios. Las personas que podrían interesarse en el anuncio, saben que la duela es un listón de madera que se utiliza para cubrir pisos; que su largo se mide en metros y su ancho y su grosor en centímetros; también saben que la madera se clasifica dependiendo de su "pureza". En este anuncio, ellos leerían: "Se vende duela de primera calidad, de 1 metro y medio de largo por 10 cm de ancho y 3 cm de grosor, a un precio de \$120.00 el metro cuadrado"

Es posible que los alumnos no lleguen a las interpretaciones anteriores por sí solos; en tal caso hay que proporcionarles la información que les permita comprender el mensaje, o invitarlos a investigar para validar o modificar sus interpretaciones. Se sugiere pedir a los alumnos que busquen otros portadores de este tipo para analizarlos en clase.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Cuál es la escala?

17. ¿Cuál es la escala?

Intención didáctica

Que los alumnos adviertan que la escala en una recta numérica dada es única y que la utilicen para ubicar números naturales. Que concluyan que la escala está determinada por la ubicación de dos números cualesquiera.



ANTES

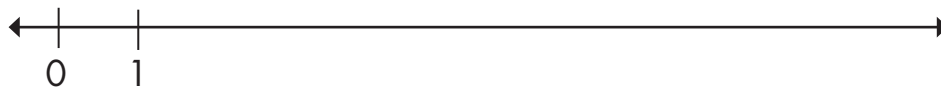
Antes de iniciar el desafío verifique que los alumnos cuenten con hilo, cintas, tira de papel, compás, regla u otros objetos que les ayuden a medir la distancia entre los números.



Consigna

Organizados en equipos, localicen en cada recta los números que se indican.

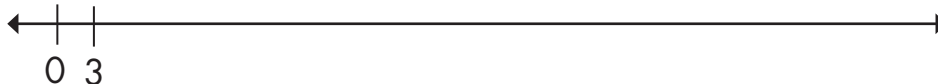
1. El número 5



2. El número 10



3. Los números 4 y 20



Consideraciones previas

La idea fundamental de este Desafío es que los alumnos identifiquen y respeten la escala determinada por los números ubicados en la misma recta, la distancia entre 0 y 1 debe ser la misma que entre 3 y 4, entre 8 y 9, etc.

Los procedimientos que utilicen los alumnos pueden ser diversos, lo importante es que consideren la escala que ya está establecida.

Para el primer problema, basta con iterar cuatro veces la distancia de 0 a 1 a partir del 1. Para iterar la distancia mencionada, los alumnos pueden utilizar diversos materiales, como por ejemplo una cinta, una tira de papel, un compás, una regla, etc. Otros estudiantes quizás midan con una regla o escuadra la distancia entre 0 y 1 y después con la regla determinan a la derecha del 1 un segmento

cuatro veces mayor. Por supuesto que es importante analizar a detalle las formas en que los alumnos ubican los números solicitados.

Para el segundo problema es necesario que los estudiantes adviertan que el segmento determinado por los números dados es de dos unidades (de 0 a 2). Algunas formas de ubicar el 10 son: ubicar el 1 a la mitad de 0 y 2 y después iterar ocho veces la distancia de 0 a 1 a partir del 2; iterar cuatro veces la distancia de 0 a 2 a partir del 2; medir el segmento de 0 a 2 (2 cm) y después marcar un segmento de 8 cm a partir del 2.

Para el caso del problema 3 los alumnos pueden utilizar los procedimientos descritos anteriormente, sin embargo, se espera que adviertan que en lugar de iterar una a una la distancia de una unidad, puedan iterar segmentos de tres o más unidades. Por ejemplo, una vez ubicado el número 4, podrán iterar cuatro veces la distancia de 0 a 4 a partir del 4. Igual que en los casos anteriores no se descarta la posibilidad de utilizar medidas.

Finalmente, es importante que los alumnos adviertan que la unidad puede representarse con diferentes distancias, en el primer problema mide 1.5 cm, en el segundo 1 cm y en el tercero menos de 0.5 cm. Sin embargo, una vez determinada la escala en una recta, ésta se tiene que respetar para todos los números que se ubiquen en esta misma recta.



Vámonos entendiendo...

La escala de la recta numérica la determina la distancia que existe entre dos números, por ejemplo:



La distancia de 0 a 1, será la misma que se establezca para ubicar los números 3, 4, 5, etc.



Vámonos entendiendo...

Iterar significa repetir varias veces una misma unidad.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Es necesario el cero?

18. ¿Es necesario el cero?

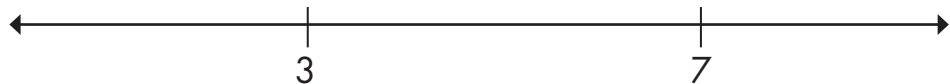
Intención didáctica

Que los alumnos adviertan que, dada la escala por la ubicación de dos números cualesquiera en una recta numérica, no es indispensable ubicar el cero para representar otros números.

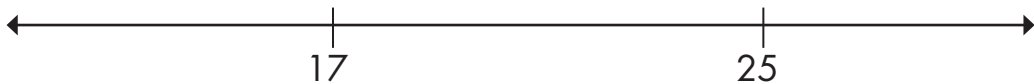
Consigna

Organizados en equipos, localicen en cada recta los números que se indican:

1. Los números 2 y 9



2. Los números 9, 15 y 33



Los números 26 y 41



Consideraciones previas

Una diferencia importante en los problemas de este Desafío, en comparación con el Desafío ¿Cuál es la escala?, es que en las rectas no aparece el 0 y quizás ésta sea una de las primeras dificultades de los alumnos. Se espera que este sea uno de los aprendizajes, determinada la escala por dos números cualesquiera, la ubicación del cero no es indispensable para ubicar otros números.

Es probable que en el primer caso los alumnos ubiquen todos los números del 0 al 9 de uno en uno para representar el 2 y el 9, sin embargo en los otros dos no es posible, siempre y cuando respeten la escala y no prolonguen las rectas. Lo anterior es con el propósito de que los alumnos busquen otras maneras de resolver los problemas, prescindiendo del cero.

Los procedimientos que se pueden utilizar para ubicar los números indicados son muy semejantes a los descritos en el desafío anterior, la diferencia es que la búsqueda de los segmentos que deben iterarse es más compleja. Algunas posibilidades son las siguientes:

- Para el problema 1, dividir el segmento de 3 a 7 en dos partes iguales y luego una mitad nuevamente en dos partes iguales, con ello se obtienen segmentos de dos y de una unidad. Determinar a la derecha del 7 un segmento de dos unidades y uno a la izquierda del 3 de una unidad, permite ubicar los números 9 y 2.
- En el problema 2, una posibilidad consiste en dividir el segmento de 17 a 25 (ocho unidades) en dos partes iguales, con lo que se obtendría la ubicación del 21. Luego, señalando la mitad de 17 a 21 se obtiene la ubicación del 19 y un segmento de dos unidades. Para ubicar el 9 hay que determinar a la izquierda de 17 un segmento de ocho unidades a partir del 17, para ubicar el 15 hay que determinar a la izquierda un segmento de dos unidades a partir del 17 y para el 33 determinar a la derecha un segmento de ocho unidades a partir del 25.
- En el problema 3, para ubicar el 41 se puede determinar a la derecha un segmento de cinco unidades (30-35) a partir del 36 y para ubicar el 26 determinar a la izquierda un segmento de cuatro unidades a partir del 30.

En los tres casos no se descarta la posibilidad de utilizar medidas, por ejemplo, si el segmento de 3 a 7 mide 4 cm y hay cuatro unidades, entonces cada unidad mide 1 cm, por lo tanto se mide a la derecha 2 cm a partir del 7 para ubicar el 9 y 1 cm a la izquierda a partir del 3 para ubicar el 2.

Cero información

19. Cero información

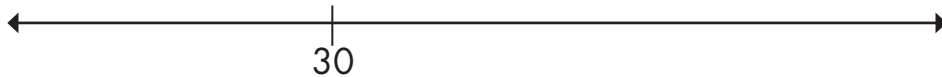
Intención didáctica

Que los alumnos determinen la escala y el origen de la graduación de una recta numérica para ubicar números.

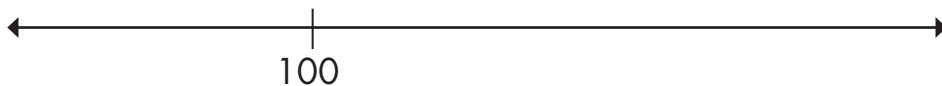
Consigna

Organizados en equipos, localicen en cada recta los números que se indican:

1. Los números 20, 50 y 80



2. Los números 300, 500 y 750



3. Los números 175, 250, 300 y 475



Consideraciones previas

En estas rectas aparece un solo número o ninguno, por lo tanto los alumnos tendrán que determinar la escala para poder ubicar los números solicitados, así como el origen de la graduación; para ello es muy importante considerar la longitud de la recta, se sugiere que no la prolonguen.

La escala y el inicio de la graduación dependen de los números que se pretende ubicar. Para el problema 3 se puede proceder como se describe a continuación:

Ubicar cinco puntos que representen los números 100, 200, 300, 400 y 500, de tal manera que exista la misma distancia entre ellos. Para ubicar

el 175 hay que dividir en dos y luego en cuatro partes iguales el segmento de 100 a 200; para ubicar el 250 hay que dividir en dos partes iguales el segmento de 200 a 300; para ubicar el 475 hay que dividir en dos y luego en cuatro partes iguales el segmento de 400 a 500.

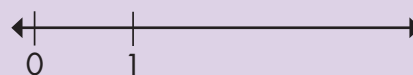


Algunas reflexiones que es importante subrayar con los alumnos son:



Vámonos entendiendo...

La escala de la recta numérica la determina la distancia que existe entre dos puntos, por ejemplo:



La distancia de 0 a 1, será la misma que se establezca para ubicar los puntos 3, 4, 5, etc.

El origen de la graduación de una recta generalmente es el cero, pero puede iniciar con cualquier otro número, de acuerdo a la situación por resolver.

- El punto donde inicia la graduación es arbitrario y puede representarse con el cero, si se requiere o con cualquier otro número: 3, 10, 100, 300, 1000, etc.
- Los segmentos de igual longitud pueden representar tantas unidades como se requiera para ubicar los demás números, de una unidad, de 5, de 10, de 100, de 1000, etc.
- La graduación de la recta responde a los números que se quiere representar.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Qué fracción es?

20. ¿Qué fracción es?

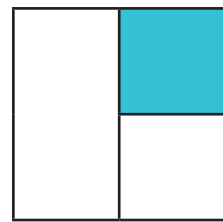
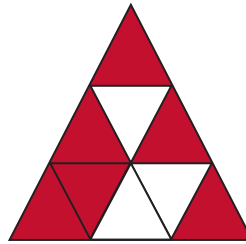
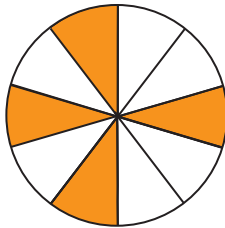
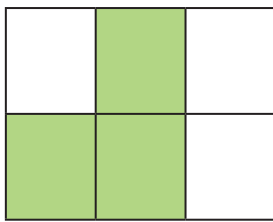
Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones entre las partes de una unidad, así como entre una parte y la unidad.

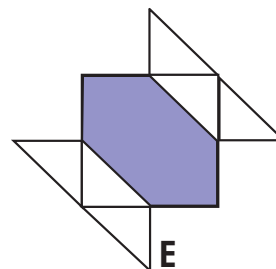
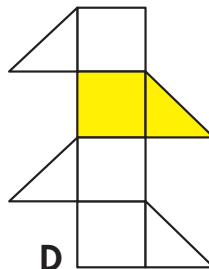
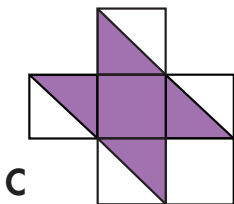
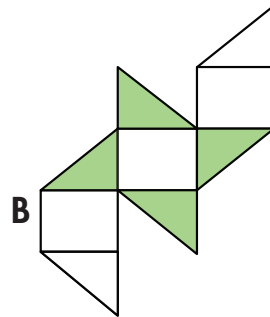
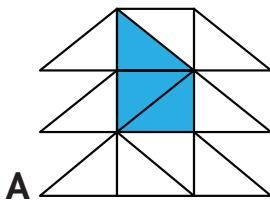
Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas.

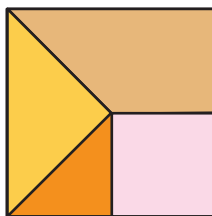
1. ¿A qué fracción corresponde la parte sombreada en cada figura?
Escriban la respuesta debajo de la figura.



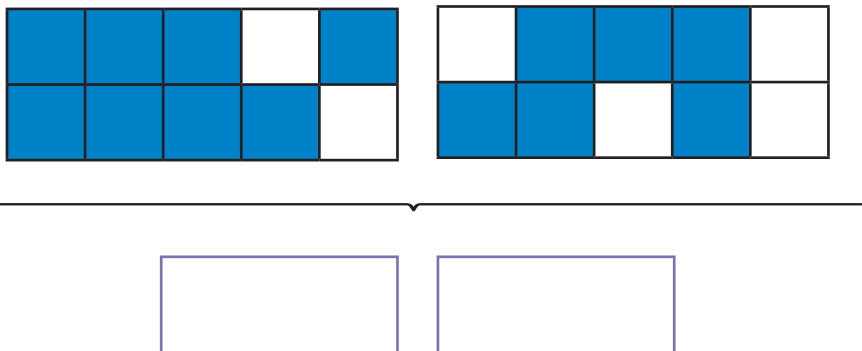
2. ¿En qué figura está pintada la mitad? ¿La tercera parte? ¿La cuarta parte?



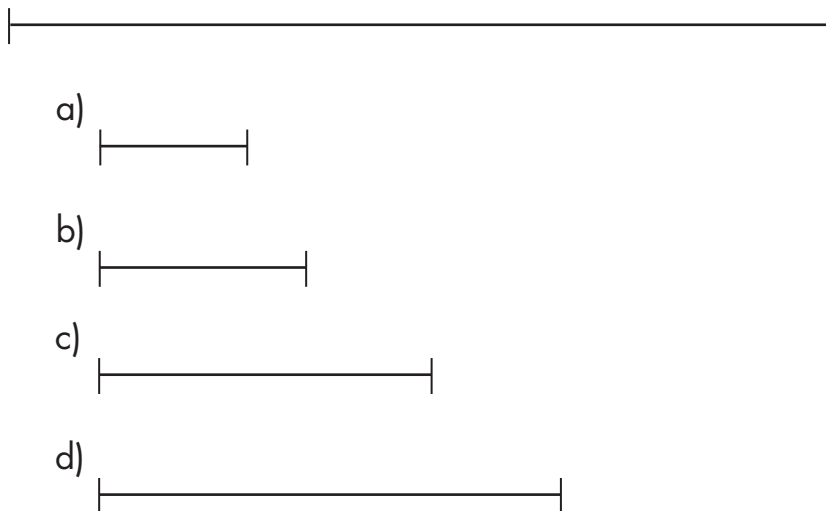
3. Indiquen qué fracción del cuadrado representa cada una de las secciones. Escriban la respuesta en cada una de las secciones.



4. Considerando cada rectángulo como una unidad, ¿qué fracción representa la parte sombreada?



5. Considerando el segmento mayor como una unidad, indiquen la fracción que representa cada uno de los segmentos menores.

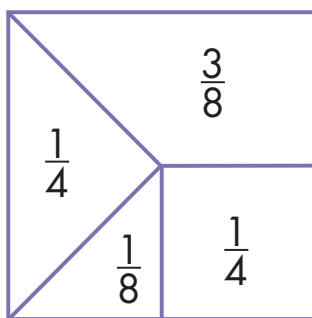


Consideraciones previas:

En las actividades se propone que los alumnos resuelvan una gama amplia de problemas vinculados con el significado de la fracción como expresión de una relación entre una parte y un todo. En este caso, los alumnos identifican y representan fracciones que corresponden a partes de magnitudes continuas, ya sea longitudes o superficies, y se incluyen fracciones con denominadores diferentes a 2^n (tercios, quintos, sextos, novenos, décimos); fracciones unitarias y no unitarias (fracciones cuyo numerador es diferente a uno, por ejemplo $\frac{4}{10}$), y fracciones mayores o menores que la unidad. Las magnitudes continuas, a diferencia de las discretas, son aquellas que, entre dos cantidades cualesquiera, siempre es posible encontrar otra cantidad.

En el primer problema se espera que los alumnos no tengan dificultad en escribir la fracción que representa la parte sombreada en cada figura. En tres de ellas la división es homogénea, de manera que las subdivisiones son congruentes; para resolver la cuarta figura, los alumnos tendrán que observar que la parte sombreada representa un cuarto y no un tercio, pues el cuadrado señalado es la mitad de la mitad del cuadrado unidad. Es probable y deseable que algunos estudiantes logren establecer equivalencias, y adviertan por ejemplo, que en el primer cuadrado se sombrearon $\frac{3}{6}$ o $\frac{1}{2}$; del triángulo se sombrearon $\frac{6}{9}$ o $\frac{2}{3}$; y que en el círculo se señalan $\frac{4}{10}$ o $\frac{2}{5}$.

Las figuras del segundo problema no están divididas en dos, tres o cuatro partes iguales; la finalidad es que los alumnos se vean obligados a establecer equivalencias para identificar la fracción que corresponde a la mitad, la tercera o la cuarta parte de la unidad. Se espera que ellos logren identificar que cada figura contiene 12 triángulos iguales, transformando todos los cuadrados y los romboides en dos triángulos de éstos y el hexágono en seis. Se espera que para dar solución al tercer problema los alumnos recuperen y apliquen los conocimientos que analizaron en los dos problemas anteriores.



Como se menciona en el problema 4, cada uno de los rectángulos representa una unidad, por consiguiente cada cuadrado pequeño representa un décimo, es probable que erróneamente los alumnos consideren a los dos rectángulos como una unidad y que cada cuadrado pequeño representa un veinteavo. El total de cuadrados pequeños sombreados es 14 y equivale a un número mayor que una unidad, los alumnos pueden escribirlo de diferentes maneras: $\frac{4}{10}$, $\frac{7}{5}$, $1\frac{4}{10}$ o $1\frac{2}{5}$.

El último problema representa para los alumnos un conflicto diferente a los anteriores, la unidad de referencia es una longitud y no una superficie. Para identificar qué fracción representa cada segmento menor, es necesario apoyarse en un objeto que sirva como intermediario entre el segmento mayor y los menores; se puede recurrir a un trozo de hilo o de cordón, una hoja rayada, un lápiz, tiras de papel o una regla graduada.

Para los alumnos puede resultar relativamente sencillo darse cuenta de que el segmento a cabe 6 veces en el segmento unidad, que el segmento b cabe 4 veces y que el c dos veces; por consecuencia les corresponde las fracciones $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2}$ respectivamente; sin embargo, el segmento d no cabe un número entero de veces en el segmento unidad; para averiguar la fracción que le corresponde puede seguirse alguno de los procedimientos siguientes:

- Dividirlo en dos partes iguales y averiguar que una de ellas corresponde a $\frac{1}{3}$, por consiguiente, completo corresponde a $\frac{2}{3}$.
- Iterar el segmento a cuatro veces sobre el segmento d . Si el segmento a representa $\frac{1}{6}$ de la unidad, el segmento d representa $\frac{4}{6}$ de la unidad, o bien $\frac{2}{3}$.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Partes de un todo

21. Partes de un todo

Intención didáctica

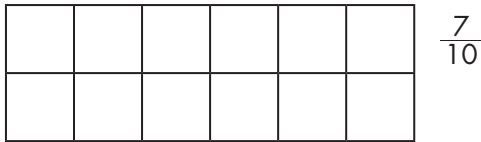
Que los alumnos usen la equivalencia de fracciones, al tener que representarlas gráficamente.

Consigna 1

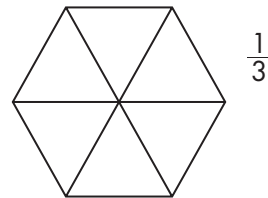
Reúnete con un compañero para resolver los siguientes problemas.

1. En cada una de las figuras, iluminen la fracción que se indica.

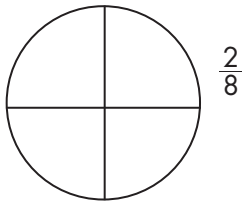
a)



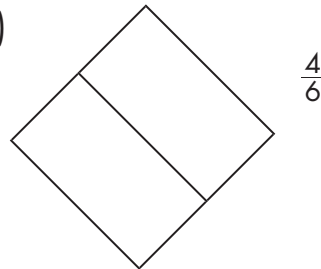
b)



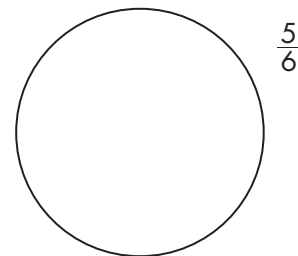
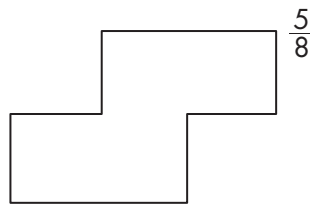
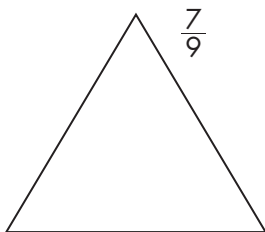
c)



d)



2. Representen en cada figura la fracción que se indica.

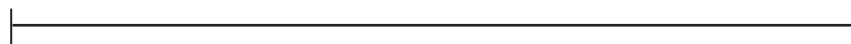


3. Utilicen figuras para representar las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{8}{5}$.

4. Consideren que el segmento representa la unidad, tracen otros segmentos cuyas longitudes sean:

a) $\frac{8}{10}$ de la unidad

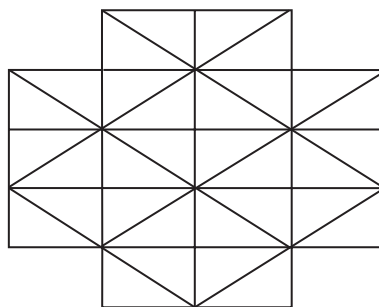
b) $\frac{2}{5}$ de la unidad



Consigna 2

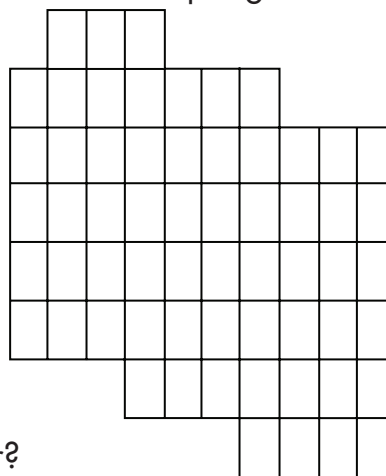
Colorea cada figura siguiendo las indicaciones:

2. $\frac{2}{4}$ de verde, $\frac{1}{8}$ de naranja y $\frac{1}{16}$ de color amarillo. Ningún triángulo puede colorearse dos veces.



¿Cuántos triángulos pequeños se colorearon?

b) $\frac{2}{5}$ de rojo y $\frac{1}{3}$ de rosa. Cuida que no se sobrepongan ambas zonas.



¿Cuántos cuadros quedaron sin colorear?

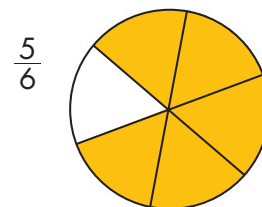
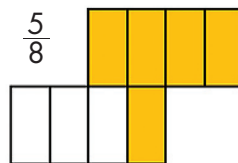
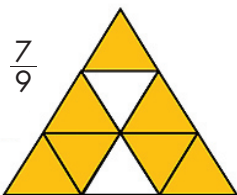
Consideraciones previas

En el primer problema las figuras están divididas en partes iguales, aunque no necesariamente como lo indica el denominador; en el segundo, las figuras no están divididas, los estudiantes tendrán que dividirlas de la manera que consideren necesario, en el tercero no hay figuras, los alumnos tendrán que decidir las formas y la manera de dividirlas; finalmente, en el problema cuatro, se trata de medidas de longitud.

Para resolver el primer problema, además de conocer el significado de los términos de la fracción, los alumnos podrían establecer algunas equivalencias: para el caso del inciso b, saber que $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, de tal manera que sombrear 2 triángulos (sextos) equivale a representar $\frac{1}{3}$.

En el inciso c, los estudiantes pueden dividir cada cuarto en dos partes iguales y marcar 2 de las ocho partes del círculo, o bien iluminar una cuarta parte del círculo, ya que $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$; por último, en el inciso d podrán dividir en 6 partes iguales la figura e iluminar 4 de ellas, o bien que adviertan que $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ y dividir la otra mitad en 3 partes iguales, de modo que puedan iluminar una mitad y la tercera parte de la otra mitad, es decir, $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$, lo cual equivale a $\frac{4}{6}$.

Aún cuando en el segundo problema se establecen las unidades de referencia, éstas no están divididas, esto representa una dificultad diferente respecto al problema anterior, pues los alumnos tienen que discutir y acordar cuál es la forma más conveniente para fraccionar cada una. Sin duda la más complicada es la división del triángulo en nueve partes iguales, pero se tiene la referencia del plan de clase anterior, en el que el triángulo ya está dividido. Soluciones posibles para este problema son:



Los alumnos enfrentan un reto mayor al resolver el tercer problema, pues en este caso, no existe algún referente para representar las fracciones que se solicitan, ellos tendrán que decidir qué figura utilizar y cómo dividirla para representarlas adecuadamente. Se espera que ellos identifiquen que una de las fracciones ($\frac{8}{5}$) es mayor que una unidad, por lo que para representarla se necesita dibujar más de una figura.

Para resolver el último problema los alumnos pueden seguir alguno de estos procedimientos:

- Identificar la longitud que corresponde a la décima parte del segmento unidad e iterar esa longitud 8 veces sobre el segmento unidad o sobre una recta, el segmento determinado equivale a $\frac{8}{10}$ de la unidad. Se puede seguir el mismo procedimiento para dibujar el segmento de $\frac{2}{5}$ de la unidad.
- Aplicar diferentes relaciones de equivalencia: $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$, $\frac{4}{5}$ es el doble de $\frac{2}{5}$ y $\frac{2}{5}$ es el doble de $\frac{1}{5}$; entonces $\frac{8}{10}$ es cuatro veces $\frac{1}{5}$, por lo tanto, basta iterar la longitud identificada como $\frac{1}{5}$ cuatro veces para dibujar el segmento de $\frac{8}{10}$ de la unidad y 2 veces para dibujar la fracción de $\frac{2}{5}$ de la unidad.

Seguramente para resolver los diferentes problemas, los alumnos harán representaciones no muy precisas, es aceptable que las divisiones tengan cierto margen de error, siempre y cuando permitan identificar sin ambigüedad de qué fracción se trata.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

En busca del entero

22. En busca del entero

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan la relación entre una fracción (unitaria o no unitaria) representada gráficamente y la unidad de referencia, al tener que construir ésta última.

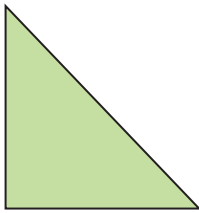
Consigna

En equipos, resuelvan los problemas.

1. El segmento representa $\frac{1}{5}$ de la unidad. Dibujen la unidad.



2. El triángulo representa $\frac{2}{6}$ de una figura. Dibujen la figura completa.



3. El rectángulo representa $\frac{2}{3}$ de un entero. Dibujen el entero.

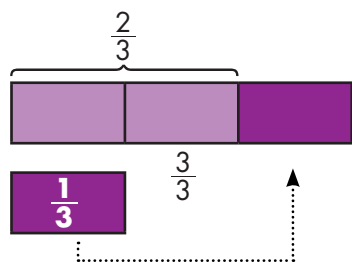


Consideraciones previas

En el primer problema es necesario advertir que la unidad de referencia debe medir cinco veces la longitud del segmento que se muestra. Podrían prolongar el segmento dado e iterar cuatro veces su longitud o bien, en una recta independiente iterar cinco veces el segmento dado.

Para el problema 2, los alumnos pueden proponer cualquier figura integrada por tres triángulos iguales al modelo, ya que $\frac{2}{6}$ equivale a $\frac{1}{3}$.

Se espera que al resolver el problema 3, los alumnos adviertan que para completar el entero no es suficiente dibujar varias veces la superficie dada, si se dibuja una superficie equivalente a dos veces la dada, esta sería mayor a un entero, su valor sería de $\frac{4}{3}$ o bien $1\frac{1}{3}$. Una posible forma de resolver la situación es dividir en dos partes iguales la superficie dada, de tal manera que cada una represente $\frac{1}{3}$ de la unidad, posteriormente dibujar $\frac{1}{3}$ junto al rectángulo dado para completar el entero o bien dibujar tres superficies de $\frac{1}{3}$ juntas.



En los tres problemas, los alumnos pueden considerar la longitud o superficie dada como parte de la unidad que tienen que trazar o bien dibujarla de manera independiente.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

El más rápido

23. El más rápido

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan sumas y restas entre números decimales con base en los resultados que tengan memorizados y en cualquier otra estrategia de cálculo mental.



ANTES

Antes de iniciar la actividad y dependiendo del número de equipos pida a dos o tres alumnos recortar las tarjetas "Lo que tengo... Lo que quiero". Reparta una tarjeta a cada equipo.

Consigna

Organízate en equipo y realicen una competencia con las siguientes reglas:

- Cada equipo tendrá una tarjeta en la que escribirá su respuesta. La tarjeta debe estar volteada hacia abajo, de manera que no se vea lo que tiene escrito.
- El que empiece toma la tarjeta y lee lo que aparece escrito en el primer renglón de la tabla. Hace el cálculo mental y escribe el resultado donde dice "Cantidad". Enseguida, voltea la tarjeta nuevamente hacia abajo y la pasa al siguiente compañero.
- El siguiente estudiante leerá el segundo renglón, anotará el resultado después de hacer mentalmente el cálculo y pasará la tarjeta volteada hacia abajo al siguiente compañero.
- Se repetirá el proceso anterior hasta terminar con todos los renglones de la tabla.
- El equipo que complete primero la tabla será el ganador.
- Si alguien hace la operación por escrito o con calculadora, hará que pierda su equipo.





Consideraciones previas

En este Desafío se deberá tener especial cuidado en ver que los alumnos no estén realizando operaciones con la calculadora o con papel y lápiz, pues lo que se quiere es que ejerciten el cálculo mental.

Se sugiere dar a cada equipo tarjetas diferentes. En este Desafío se proponen algunas, pero se pueden cambiar las cantidades de acuerdo con el nivel del grupo.

Al término de la actividad es conveniente que primero se revisen los resultados de un equipo y se dé tiempo para que puedan tener todos los demás la oportunidad de comprobar si los resultados fueron correctos, así como de compartir estrategias de cálculo mental para resolver de manera más rápida y eficiente una operación como la que está en las tablas.

En las tablas se combinan expresiones equivalentes, por ejemplo, puede aparecer en una tabla 1.5 o 1.50; también se pide que completen de una cantidad dada en centésimos a otra dada en décimos, por ejemplo, de 1.59 a 1.6, o viceversa.

Los alumnos deben familiarizarse cada vez más con el manejo de los números decimales y usarlos en los cálculos mentales.

Lo que tengo	Cantidad	Lo que quiero
1.5		2
3.5		1.5
0.07		2.77
0.49		0.11
6.24		6.42
4.01		10.04
0.03		3.3
1.59		1.6
5.28		2.20
1.10		1.67

Lo que tengo	Cantidad	Lo que quiero
5.5		4
0.15		1
0.7		2.7
1.49		0.39
6.24		2.2
4.01		3
1.03		2.30
1.29		10.30
0.28		3.5
1.11		1.1

Lo que tengo	Cantidad	Lo que quiero
0.05		2
1.51		0.51
0.70		1
2.12		0.12
0.85		0.50
1.59		2
5.28		3.28
0.3		0.7
0.6		0.06
1.5		0.5

Lo que tengo	Cantidad	Lo que quiero
1.8		3
3.05		1.50
0.07		0.77
0.49		0.11
2.4		2.42
4.01		1.04
0.03		0.3
1.09		1.05
5.28		10
0.3		3

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Tarjetas decimales

24. Tarjetas decimales

Intención didáctica

Que los alumnos ejerciten el cálculo mental de sumas y restas entre números decimales y apliquen estrategias que les faciliten dichos cálculos



ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que los equipos cuentan con:

- ◆ 30 tarjetas con números decimales.



Consigna

Formen equipos, nombren un “juez o árbitro” en cada equipo y realicen el siguiente juego:

- Cada equipo tiene 2 mazos de 15 tarjetas cada uno. El árbitro colocará un mazo a su derecha y otro a su izquierda, todas las tarjetas deben tener el número hacia abajo.
- El árbitro tomará una tarjeta del mazo que está a su derecha y lo mostrará al resto del equipo, después tomará una tarjeta del mazo que está a su izquierda y también lo mostrará. Enseguida volteará nuevamente hacia abajo las tarjetas.
- Los demás integrantes del equipo realizarán mentalmente la operación que sea necesaria (suma o resta) para pasar del primer número mostrado al segundo.
- El primero que dé el resultado correcto se lleva las dos tarjetas y ahora él será el árbitro.
- Para saber si el resultado es correcto, el árbitro puede realizar la operación con la calculadora o con lápiz y papel.
- El juego finaliza cuando se terminan las tarjetas de los dos mazos. Gana quien haya logrado reunir más tarjetas.



Consideraciones previas

Se recomienda realizar el juego varias veces revolviendo las tarjetas cada vez que empiece un nuevo juego, para evitar que se repitan parejas de números.

Es necesario que no se dejen a la vista las tarjetas más tiempo del necesario para observar claramente los números, de manera que los alumnos los retengan mentalmente y operen con ellos.

Aunque las tarjetas revueltas dan un gran número de combinaciones, se pueden hacer otras con números diferentes, según el nivel del grupo.

Al finalizar el juego conviene hacer una puesta en común para analizar las estrategias que emplean los alumnos al realizar los cálculos mentalmente. Esta habilidad de hacer operaciones mentalmente se impulsa desde primer grado de primaria –claro que con números de una cifra y sólo de suma y resta–, así que si los alumnos han ejercitado el cálculo mental desde entonces, presentarán menos dificultades que los que no han tenido esta experiencia.

De ser esta última la situación de sus alumnos, puede pensar en operaciones con números decimales que sean más manejables para ellos como $0.5 + \underline{\quad} = 10$; $1 - 0.3 = \underline{\quad}$; $2.5 - 0.5 = \underline{\quad}$; $\underline{\quad} + 5.5 = 10$; etcétera.

0.45	3.5	6.78	0.75	6.5	17.22
3.7	7.11	2.1	4.68	10.15	1.1
18.52	13.17	19.23	12.13	5.25	2.25
0.01	8.18	3.33	10.10	2.9	7.15
4.3	0.5	14.25	4.5	8.8	16.3

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Figuras para decorar

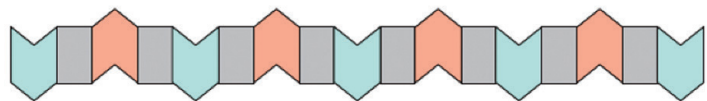
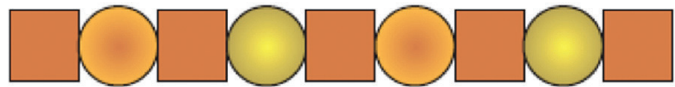
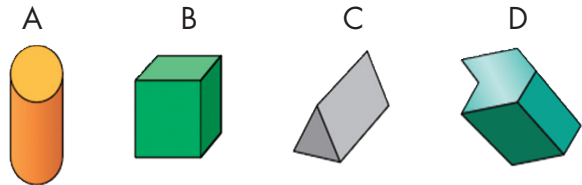
25. Figuras para decorar

Intención didáctica

Que los alumnos imaginen en diferentes posiciones las caras de un cuerpo, para poder identificarlas en diseños.

Consigna 1

Algunas caras de los cuerpos dibujados se usaron como sellos para hacer decorados. Anoten después de cada decorado cuál o cuáles cuerpos se usaron para hacerlo. Trabajen en equipos.



Consigna 2

Expliquen cuáles cuerpos utilizarían para hacer el siguiente dibujo.



Consideraciones previas

En el primer diseño no encontrarán una cara con la forma que ahí aparece, por lo tanto, tendrán que imaginar una combinación de la cara triangular. En el tercer diseño pueden señalar que los rectángulos se hicieron con una cara del prisma triangular, o bien, con una de las caras que forman el poliedro cóncavo.

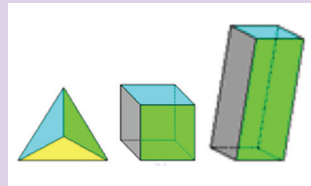
En todos los casos es importante que los propios alumnos analicen y discutan si el decorado se puede o no hacer con determinado cuerpo hasta que lleguen a una conclusión y observen que algunos diseños se pueden hacer con más de un cuerpo.

Es probable que la segunda consigna resulte difícil y por tanto digan que no se puede hacer con los cuerpos señalados. Deles tiempo para que la analicen, para ver si alguien propone dividir el hexágono en seis triángulos iguales. Si a nadie se le ocurriera esta posibilidad, usted puede proponerla.

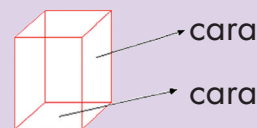


Vámonos entendiendo...

Se denominan cuerpos geométricos a aquellos que, ya sean reales o imaginarios, ocupan un volumen en el espacio, desarrollándose en tres dimensiones: alto, ancho y largo; y están compuestos por figuras geométricas llamadas caras.



Caras: Son las superficies planas que limitan el cuerpo geométrico. Estas superficies planas son figuras geométricas.



Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Como gran artista

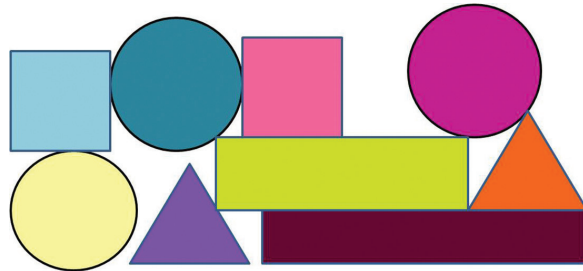
26. Como gran artista

Intención didáctica

Que los alumnos analicen las características de las figuras que forman un diseño, para poder reproducirlo.

Consigna

Formen equipos. Cada integrante reproducirá el siguiente dibujo en una hoja blanca. Pueden hacerlo con instrumentos geométricos o sin ellos. Al terminar, coloquen su diseño sobre el original para ver qué tanto coinciden.



Consideraciones previas

Tenga a la mano instrumentos geométricos suficientes como escuadras, reglas, transportador, compás, para los niños que decidan utilizarlos en sus trazos, sin presionarlos a que lo hagan.

Será interesante observar si usan el compás para hacer los círculos, o bien, se sirven de algún objeto. En caso de que ningún equipo use el compás, usted puede cuestionarlos acerca de su uso. Aquí pueden surgir algunos aspectos interesantes, ya que los círculos no tienen marcado el centro y las estrategias de los alumnos pueden ser muy variadas.

Escuche las discusiones al interior de los equipos y hágalos reflexionar sobre la posición y el tamaño de las figuras.



Vámonos entendiendo...

Las figuras geométricas elementales son el punto, la recta y el plano. Mediante transformaciones y desplazamientos generan líneas, superficies y volúmenes.

Un polígono es una figura plana cerrada compuesta por lados.

Para trazar figuras geométricas podemos utilizar plantillas o escuadras y el compás.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Desarrolla tu creatividad

27. Desarrolla tu creatividad

Intención didáctica

Que los alumnos asocien la forma de las caras de algunos objetos con su representación plana para elaborar diseños.



ANTES

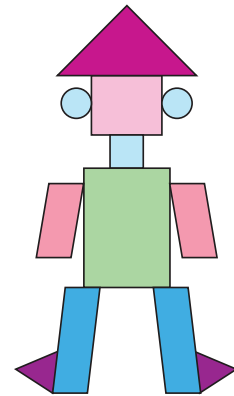
Antes de iniciar las actividades asegúrese de que los alumnos cuentan con:

- ◆ Diversos materiales como: tapas de refrescos, cajas pequeñas de medicinas, vasos pequeños, entre otros.
- ◆ Un pedazo de cartulina o tabla para montar su trabajo.
- ◆ Pegamento.



Consigna

De manera individual, elaboren un diseño con los objetos que tienen a su alcance. Con los diseños elaborados harán una exposición en el salón. Se muestra un ejemplo de lo que pueden hacer. El diseño puede ser pegado en un pedazo de cartulina, o si lo prefieren en una tabla.



Consideraciones previas

Tenga a la mano algunos objetos como tapas de refresco, vasos pequeños, latas de refresco, gomas de borrar, cajas pequeñas de medicina, algunos cuerpos geométricos, juego de geometría, lápices de colores, anilina o pintura vegetal de varios colores para que los alumnos elijan lo que deseen para elaborar su diseño. Al término de la actividad organice una pequeña exhibición de los trabajos; pregunte a los niños que no participaron en algún determinado diseño qué objetos se usaron para hacerlo y el autor podrá decir si están en lo correcto o no.



Vámonos entendiendo...

Una figura geométrica podrá ser reconocida y evocada a partir de sus características, tales como forma, cantidad de lados o vértices, lados curvos o rectos.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

El transportador

28. El transportador

Intención didáctica

Que los alumnos analicen cómo se hace un transportador y cómo se usa para medir ángulos.



ANTES

Antes de iniciar la actividad es necesario que se tenga a la mano los materiales necesarios para elaborar el transportador:

- ◆ Una hoja de papel translúcido (albanene delgado, papel mantequilla, papel cebolla, papel copia, papel de china, o un pedazo de plástico)
- ◆ Compás o tachuela
- ◆ Hilo
- ◆ Lápiz

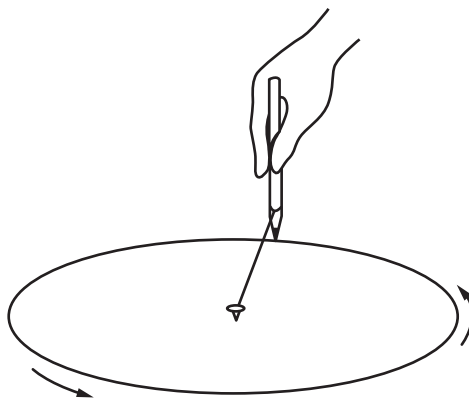


Consigna

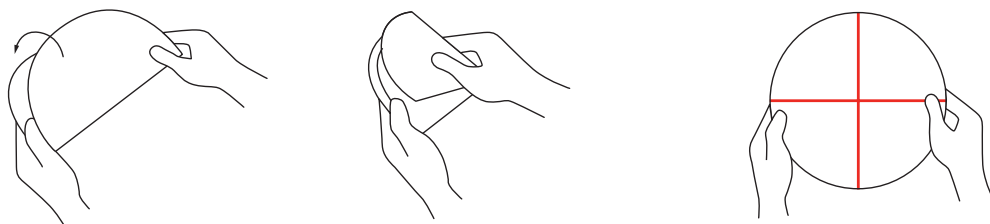
Construye un transportador siguiendo las indicaciones. Al terminar, contesta las preguntas.

Sigue los pasos que se muestran:

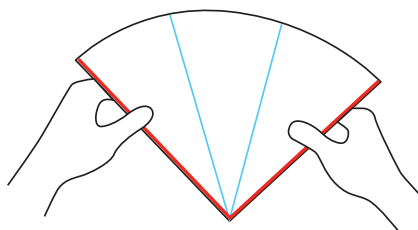
1. Traza una circunferencia de cualquier tamaño sobre una hoja de papel translúcido. Para ello, se puede emplear un compás o una tachuela, hilo y un lápiz como se muestra enseguida:



2. Una vez trazada la circunferencia, recorta y dobla el círculo a la mitad, nuevamente haz otro dobléz a la mitad, con el propósito de obtener cuatro partes iguales, es decir, cuatro ángulos de 90° . Repasa con el color que más te guste las líneas del plegado.



3. Ahora, cada parte del círculo, mediante dobleces divídela en 3 partes iguales, lo más aproximado posible y márcalas con un color diferente al primero.



a) ¿Qué fracción del círculo es cada una de las partes en que quedó dividido?	
b) Además de los ángulos de 90° , ¿cuántos grados mide cada fracción del círculo?	
c) ¿Cuántos doceavos del círculo abarca un ángulo de 150° ?	
d) Si doblas a la mitad cada doceavo obtenido, ¿qué medida de ángulo obtienes?	

Consideraciones previas

El material con el que se fabrique el transportador es determinante, se requiere que sea traslucido (se recomienda plástico o papel albanene delgado, papel mantequilla, papel cebolla, papel copia, papel de china), para que así los alumnos puedan tener visión de la superficie donde midan o tracen los ángulos en cuestión.

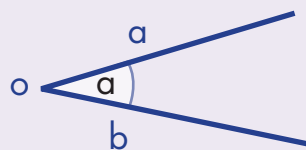
En caso de contar con acetato, se recomienda que los alumnos hagan los dobleces y trazos sobre papel (cualquier tipo de papel, sólo que sea fácil de doblar) y posteriormente, reproduzcan en el acetato las marcas hechas en el círculo del papel, ya que el acetato no se presta para hacer los dobleces. Al finalizar este trabajo, conservarán su transportador para las siguientes sesiones.

Los alumnos deben hacer "al tanteo" los tres dobleces en el círculo para así encontrar las "divisiones" o fracciones de los ángulos rectos en el círculo, es decir, la intención no es tener una exactitud rigurosa en esto, el propósito es que una vez localizados los ángulos de 90° en el círculo, marque diferentes secciones y así reconocer la medida de otros ángulos.



Vámonos entendiendo...

ÁNGULO es el espacio comprendido entre dos rectas que se unen en un punto llamado vértice. Las rectas que lo forman se llaman lados.



Las respuestas que se den a la preguntas deberán usarse para reflexionar acerca de la medida de los ángulos, es decir, que si ya saben que todo el círculo mide 360° , entonces pueden determinar con facilidad la medida de los ángulos que se obtienen con los dobleces. Es probable que no haya mayor dificultad para determinar que los primeros 4 ángulos obtenidos miden 90° y, por tanto, cada uno de los siguientes mide 30° .

Para responder la pregunta c) tendrán que establecer equivalencias: 5 ángulos de 30° ; un ángulo de 90° y dos de 30° ; etc. Incluso, se les puede pedir que lo representen con los dobleces del círculo.

Finalmente, al doblar un doceavo (ángulo de 30°) a la mitad obtienen ángulos de 15° .

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Geoplano circular

29. Geoplano circular

Intención didáctica

Que los alumnos concluyan que dos ángulos son iguales si tienen igual medida aunque estén en diferente posición o la longitud de sus lados sea diferente.



ANTES

Antes de iniciar la actividad es necesario que se cuente con el material requerido para construir el geoplano y que se indica en las consideraciones previas.



Consigna

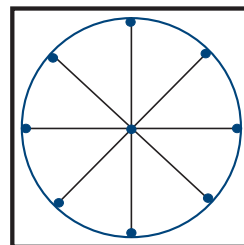
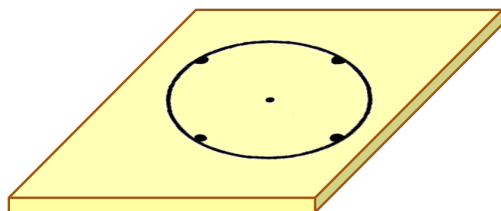
Sigue las indicaciones para construir el geoplano y, después, haz lo siguiente:

Representa con las ligas de colores los siguientes ángulos, después reúnete con un compañero para que comparen su trabajo, comenten si los ángulos que hicieron son iguales o no y a qué conclusión llegaron.

- a) Ángulo de 180° (rojo)
- b) Ángulo de 60° (negro)
- c) Ángulo de 135° (azul)
- d) Ángulo de 270° (amarillo)
- e) Ángulo de 225° (blanco)
- f) Ángulo de 300° (verde)
- g) Ángulo de 45° (anaranjado)

Instrucciones

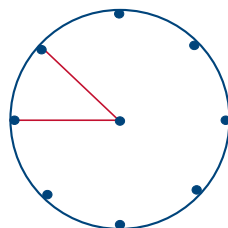
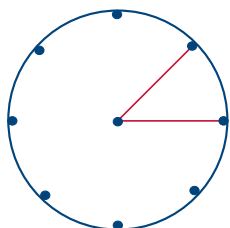
1. En la base de madera o pedazo de unicel, coloca el transportador por el centro con una tachuela. Marca una línea cada 45° empezando por 0° .
2. Coloca una tachuela en el extremo de cada línea que marcaste.
3. Traza con un plumón la circunferencia y retira con cuidado el círculo de papel.



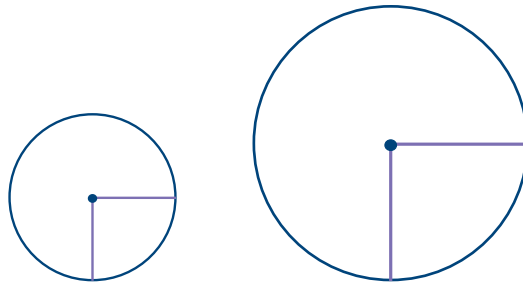
Consideraciones previas

Para que los alumnos puedan construir el geoplano es necesario que tengan el transportador que construyeron en la sesión anterior, marcadores de diferentes colores, tachuelas, chinchetas o clavos pequeños, una tabla de madera o unicel y un martillo o algo que sirva para fijar las tachuelas; además, ligas de diferentes colores (si no se tienen las ligas en los colores que se señalan, pueden usar estambre). Será necesario supervisar constantemente este trabajo para evitar accidentes.

Respecto a la representación de los ángulos, es conveniente que los alumnos analicen lo que realizaron y comenten si obtuvieron ángulos iguales. Puede suceder que digan que los ángulos no son iguales por la posición de las ligas. Por ejemplo, para representar el ángulo de 45° se pueden dar casos como los que se muestran abajo, donde la orientación del ángulo dependerá de dónde se haya colocado el segmento de partida, pero su amplitud es la misma. Ésta será una de las conclusiones a las que se deben llegar: "dos ángulos son iguales si tienen la misma abertura, sin importar la posición en que se encuentren".



También podrían pensar que los ángulos son diferentes porque los segmentos que los forman tienen diferente longitud (según el tamaño del círculo que hayan hecho). En este momento será necesario señalar que no importa la longitud de sus lados, si su abertura es la misma, los ángulos son iguales.



Se les puede pedir que representen otros ángulos y que digan cómo determinaron su medida.

En caso de que resulte muy problemático construir el geoplano, se puede pedir a los alumnos que tracen círculos del tamaño que quieran y que en cada uno representen el ángulo que se solicita.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Uso del transportador

30. Uso del transportador

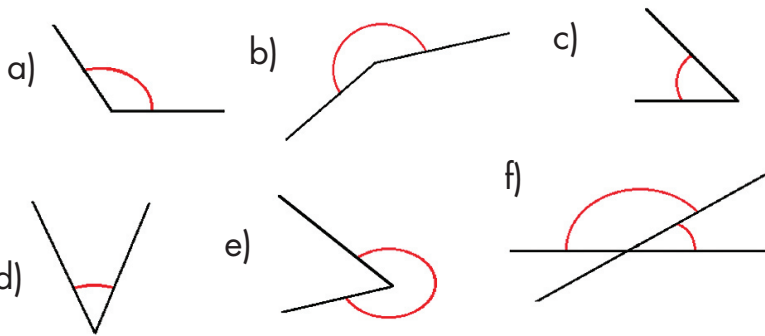
Intención didáctica

Que los alumnos desarrollen habilidad para usar el transportador, al tener que reproducir diferentes ángulos.

Consigna

Reúnanse en equipos para realizar y comentar lo que se pide.

1. Usen el transportador que construyeron para trazar, en una hoja de papel, ángulos de igual medida que los que aparecen en seguida. Anoten la medida de cada ángulo.



¿Cómo midieron los ángulos?

Alarguen o acorten hasta donde quieran los lados de cualquiera de los ángulos que trazaron, ¿se conserva la abertura o cambia?

¿Algún ángulo les costó más trabajo para reproducir?



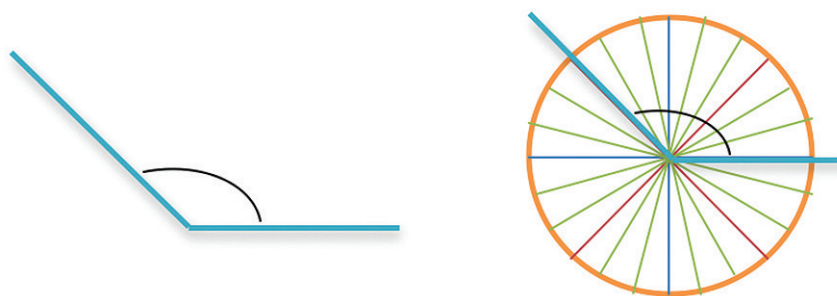
¿Cuál?

¿Cuánto miden juntos los dos ángulos de la figura f?

Consideraciones previas

Es importante que los alumnos aprendan a usar papel, lápiz y transportador para trazar ángulos.

El uso del transportador de papel traslúcido permitirá a los alumnos reflexionar en la forma que deben colocarlo para obtener la medida que se les pide. Por ejemplo, para medir un ángulo como el que aparece abajo pueden colocar el transportador como se muestra.



La estrategia para reproducirlo en su cuaderno puede variar. Es probable que algunos alumnos marquen en su transportador las dos líneas que les sirven de referencia para trazar uno igual. Otros podrían optar por doblar el transportador para usar el borde del doblado como "regla". Algunos posiblemente marquen sólo los puntos que deben unir para obtenerlo.



En cualquiera de los casos anteriores, u otros, será importante que los alumnos expliquen cuál es la estrategia elegida y si ésta les sirvió para todos los casos. Asimismo, es importante que se insista en que la longitud de los lados y la posición no determinan la abertura (medida) de un ángulo.

Pequeños giros

31. Pequeños giros

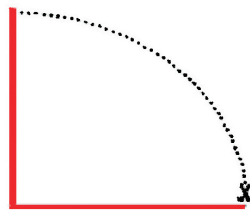
Intención didáctica

Que los alumnos reflexionen acerca de la relación entre los giros y la medida de ángulos en grados.

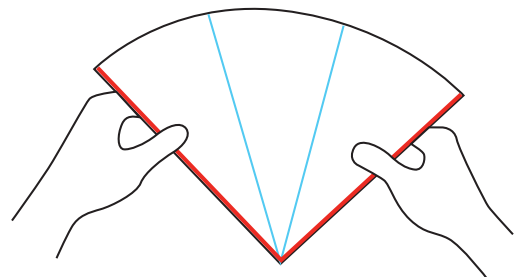
Consigna 1

Organizados en equipos de cuatro integrantes, realicen lo que se indica enseguida y después contesten las preguntas:

1. Tracen un círculo en una hoja blanca, de preferencia que su radio mida más de 6 cm. Doblen el círculo en cuatro partes iguales, repasen las líneas del doblado con color rojo, recorten sobre las líneas y cada uno quédese con un cuarto de círculo como se muestra en la figura de abajo.



2. Doblen el cuarto de círculo en tres partes iguales y remarquen de color azul cada una de las líneas del plegado.

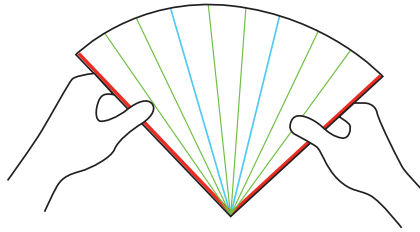


Vámonos entendiendo...

Radio es la distancia que hay desde el centro hasta el borde de un círculo. Es la mitad del diámetro del círculo.



3. Vuelvan a doblar cada una de las partes obtenidas en tres partes iguales y ahora remarquen las líneas del plegado con color verde.

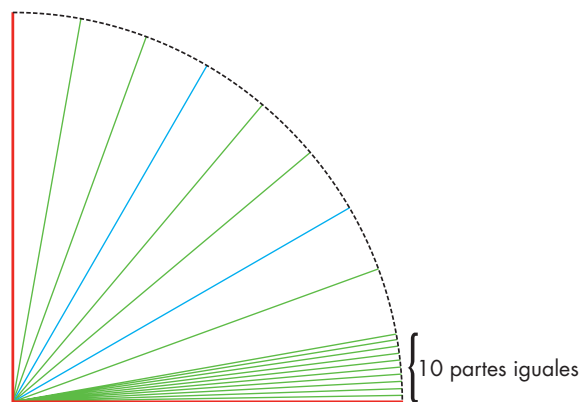


4. Ahora, en el mismo equipo comenten y respondan las preguntas.

a) ¿Cuántos grados mide el ángulo que forman las líneas rojas?	
¿Qué fracción de un giro completo representa?	
b) ¿Cuántos grados mide cada uno de los tres ángulos que se formaron con los dobleces en el punto 2?	
c) ¿Y cuántos grados medirán los ángulos marcados con líneas verdes?	
d) ¿Qué pasa si haces lo mismo en un círculo más pequeño o en un círculo más grande, se conservarán las medidas anteriores?	

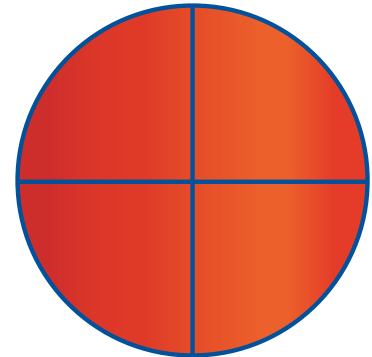
Consigna 2

Ahora, con una regla y un lápiz con buena punta, dividan en 10 partes iguales cada ángulo obtenido en el punto 3 de la actividad anterior, como se observa en el dibujo.



a) ¿Cuánto mide cada ángulo de los que acabas de trazar?	
b) ¿Cuántos grados mide el cuarto de círculo que tiene cada uno?	

- c) Los cuatro integrantes del equipo junten su cuarto de círculo de manera que coincidan las líneas azules hasta formar nuevamente el círculo y digan cuántos grados mide el círculo.



Expliquen su respuesta.



Consideraciones previas

Como en el Desafío anterior los alumnos ya habían trabajado con giros y se les había dicho que el ángulo que representa $\frac{1}{4}$ de giro mide 90° , se espera que no exista ningún problema para responder las tres primeras preguntas de esta actividad, pues al dividir el ángulo de 90° en tres partes iguales, obtendrán ángulos de 30° que, al doblarlos nuevamente en tres partes iguales, darán origen a ángulos de 10° .

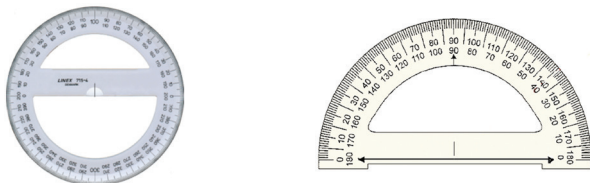
La pregunta del inciso d seguramente propiciará que verifiquen su respuesta trazando un círculo diferente al que hicieron inicialmente y repitiendo los pasos, o bien, que se fueran directamente a otro equipo cuyo círculo fuese de diferente tamaño para verificar su respuesta. En ambos casos habrá que darles tiempo para que reflexionen y discutan al interior de los equipos, antes de hacer la puesta en común.

Se sugiere que después de que hayan hecho la puesta en común y la discusión grupal de la primera consigna, se realice la segunda.

En ésta se debe concluir que cada ángulo obtenido mide un grado, ya que están dividiendo en diez partes iguales cada ángulo de 10° . También será importante que observen que en total el círculo mide 360° .

Aquí es conveniente remarcar que el grado es la unidad de medida para los ángulos y que se representa mediante un cero pequeño ($^\circ$) colocado en el ángulo superior derecho del número.

Seguramente muchos niños ya habrán visto el transportador en los juegos de geometría, aun así será conveniente que lo observen y reconozcan que cada línea pequeña representa un grado.



Si lo cree conveniente, les puede señalar que algunos ángulos reciben un nombre específico, según sea su medida, aunque no deberá pedir que memoricen esta clasificación, ya que será su uso lo que permita que los manejen por su nombre. Inclusive, se puede hacer el cuadro siguiente en cartulina y dejarlo a la vista del grupo.

Nombre	Medida	Figura
Agudo	Menor que 90°	
Recto	90°	
Obtuso	Entre 90° y 180°	
Llano	180°	
Entrante	Entre 180° y 360°	
Perigonal	360°	

Dale vueltas al reloj

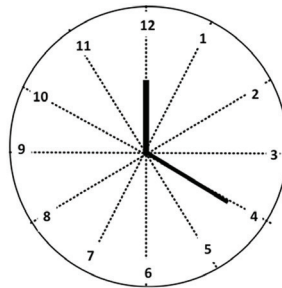
32. Dale vueltas al reloj

Intención didáctica

Que los alumnos usen el grado como unidad de medida en ángulos.

Consigna 1

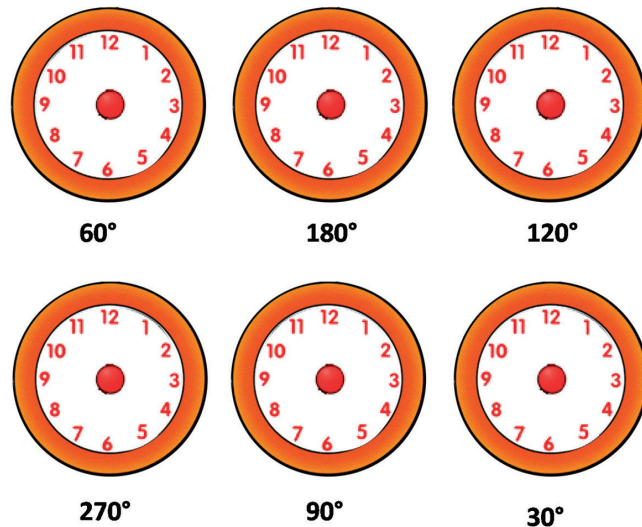
Reúnete con un compañero para responder las preguntas relacionadas con el reloj que aparece abajo.



a) La manecilla grande estaba en el 1 y llegó hasta el 4. ¿Cuántos grados giró?	
b) La manecilla pequeña estaba en el 9 y llegó al 12. ¿Cuántos grados giró?	
c) La manecilla grande estaba en el 12 y giró hasta el 6. ¿Cuántos grados giró?	
d) La manecilla pequeña estaba en el 2 y giró 180° . ¿Hasta qué número llegó?	
e) La manecilla pequeña está en el 11 y giró 30° . ¿A qué número llegó?	
f) La manecilla grande giró 30° y llegó al 8. ¿En qué número estaba?	
g) La manecilla grande giró 90° y llegó al 3. ¿En qué número estaba?	
h) La manecilla pequeña giró $\frac{1}{2}$ vuelta y llegó al 9. ¿En qué número estaba?	
i) La manecilla grande estaba en el 6 y giró $\frac{3}{4}$ de vuelta. ¿A qué número llegó?	

Consigna 2

Individualmente, dibuja las manecillas a cada reloj para que forme el ángulo que se indica.



Consideraciones previas

En la primera consigna se espera que los alumnos den sus respuestas tomando el sentido en que giran las manecillas del reloj (de izquierda a derecha), aunque es probable que si algunos tomaron el giro en sentido contrario, sus respuestas sean diferentes. Si sucediera esto, habrá que señalar a qué se debió la respuesta diferente, pero si las respuestas corresponden con la amplitud del giro no deberá tomarse como error, sino sólo aclarar que las manecillas del reloj siempre giran hacia la derecha.

En la segunda consigna hay varios resultados posibles que son correctos. Es conveniente reunir a los alumnos en parejas o tríos y hacerlos intercambiar sus relojes para que discutan la congruencia de sus respuestas.

Observe que todos los ángulos que aquí se piden son múltiplos de 30, lo que permite que las manecillas señalen exactamente el punto correspondiente al número y no tengan necesidad de usar las líneas entre éstos. Sin embargo, si algún alumno hiciera el señalamiento de una manecilla tomando estas líneas, habrá que verificar que la otra manecilla señala el giro correspondiente.

Hay que reconocer que aun cuando las manecillas del reloj son un buen recurso para leer o representar ángulos, en realidad no tienen movimientos independientes, es decir, cuando se mueve el minuterero también se mueve la manecilla horaria.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Trazo de ángulos

33. Trazo de ángulos

Intención didáctica

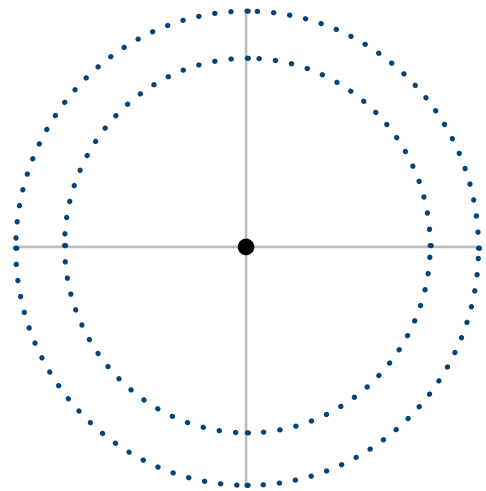
Que los alumnos desarrollen la habilidad para usar el transportador.

Consigna

Organizados en parejas realicen lo siguiente:

- Tracen en el dibujo de abajo los ángulos que se indican.
- Al terminar sus trazos intercambien con otra pareja su hoja y revisen los trazos. Si no coinciden, analicen y comenten quién se equivocó y por qué.

Color	Medida
Negro	180°
Rojo	45°
Verde	360°
Café	30°
Negro	270°
Azul	60°
Rojo	135°
Negro	90°
Azul	120°
Verde	300°

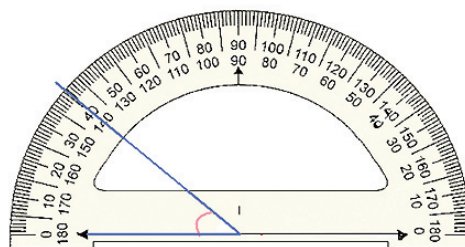
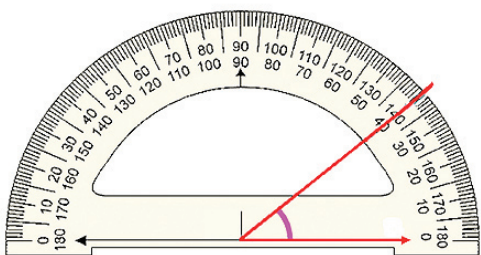


Consideraciones previas

Es probable que algunos alumnos determinen la cantidad de grados que hay entre los puntos y tomen esto como referencia para trazar los ángulos que se piden, es una buena estrategia.

Habrán otros que usen directamente el transportador y es importante socializar ambos procedimientos. Lo importante es aprovechar el segundo procedimiento para insistir en el uso correcto del transportador.

Como complemento de la actividad que se sugiere en este Desafío, conviene solicitar a los alumnos que tracen en una hoja blanca algunos ángulos, proponiéndoles las medidas. La actividad se puede realizar en parejas para que tengan la posibilidad de superponer sus ángulos y ver si coinciden. Si no es así, hay que revisar si hubo error. Además, vale la pena comentar que por lo general hay una pequeña diferencia, que es normal y que puede originarse por varias causas.



Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Cuadros o triángulos

34. Cuadros o triángulos

Intenciones didácticas

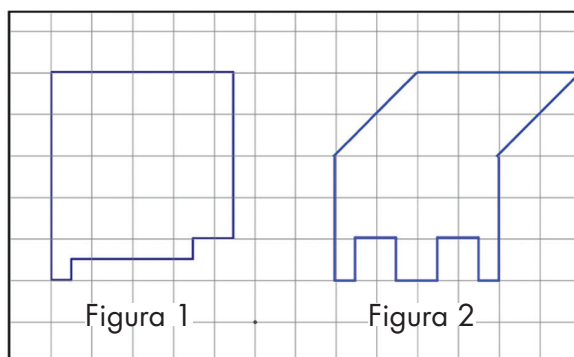
Que los alumnos determinen cómo comparar dos superficies con base en el uso de unidades de medida no convencionales y establezcan que para comparar dos superficies se debe usar la misma unidad de medida.



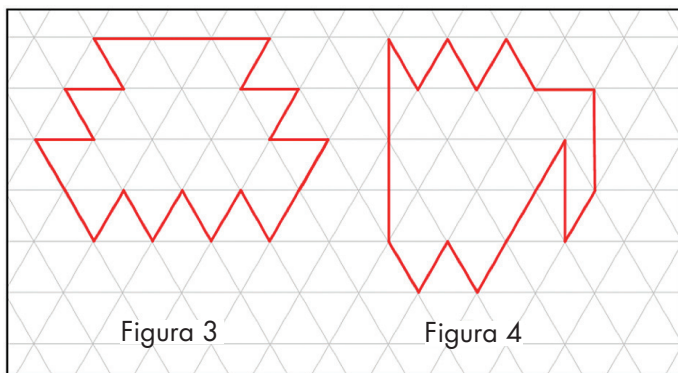
Consigna 1

Organizados en equipos respondan las siguientes preguntas.

1. ¿Cuál de las siguientes figuras tiene mayor superficie?



2. ¿Cuál de las siguientes figuras tiene menor superficie?



3 ¿Qué figura tiene mayor superficie, la número 1 o la número 4?

Expliquen su respuesta.

En las siguientes tablas, escriban la medida de las figuras.

	Retícula de cuadro
Figura 1	
Figura 2	

	Retícula de triángulo
Figura 3	
Figura 4	

Consideraciones previas

La dificultad a la que se enfrentan los alumnos en estas actividades consiste en medir figuras que no necesariamente quedan cubiertas por unidades de medida completas. Sin duda, el conteo de cuadros o triángulos será la estrategia usada por los alumnos, así que habrán de sumar mitades de figura para obtener sus respuestas.

En el caso de la retícula cuadrada tendrán que considerar las partes que ocupan la mitad de un cuadrado, e incluso algunas que corresponden sólo a la cuarta parte o a las tres cuartas partes de un cuadro. En cuanto a las figuras sobre la retícula triangular, habrán de considerar también mitades de triángulo.

Al responder la pregunta 3, muchos alumnos seguramente darán como respuesta alguna de las figuras, basados incluso en las cantidades escritas en las tablas de abajo, pero habrá que cuestionarlos si en verdad creen que se pueden comparar las superficies de las figuras solicitadas si ambas están medidas con diferente unidad de medida. Sería conveniente preguntar qué consideran que tendrían que hacer para dar una respuesta certera.

Entre las cosas que los alumnos pueden proponer está el recortar una de las figuras y sobreponerla en la retícula donde se encuentra la otra figura. Con ello se darán cuenta que la unidades de la primera retícula tienen diferente medida que las usadas en la segunda retícula, lo cual hace difícil establecer una relación entre ambas figuras.

Otra idea que puede surgir es la de sobreponer una figura a otra. Esta opción presenta la dificultad de considerar la equivalencia de las partes que no coinciden.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Cuál es el más útil?

35. ¿Cuál es el más útil?

Intenciones didácticas

Que los alumnos identifiquen las formas que permiten cubrir totalmente el plano y, por tanto, facilitan el cálculo de áreas.



ANTES

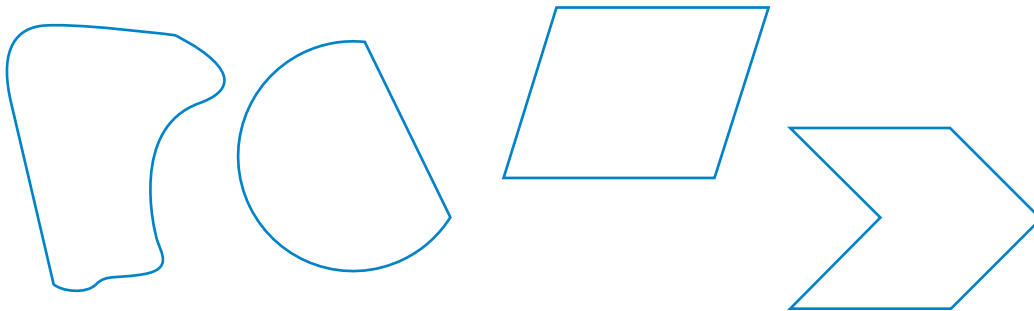
Antes de iniciar la actividad asegúrese de que los alumnos cuentan con papel albanene delgado, papel mantequilla, papel cebolla, papel copia, papel de china y las retículas del material recortable.



Consigna

Organizados en equipos realicen las siguientes actividades.

1. Usen papel traslúcido (albanene delgado, papel mantequilla, papel cebolla, papel copia, papel de china) para copiar las 4 figuras que se dan a continuación.



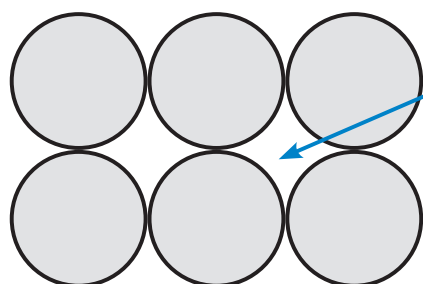
2. Ahora, sobrepongan una figura en una retícula y midan la superficie de la figura.



Consideraciones previas

Al enfrentar al alumno ante éstos problemas se ayuda a que asimilen el concepto de área y su medida, independientemente de la unidad que se use para ello. Esto lo invita a la reflexión y discusión acerca de las cosas que se deben tomar en cuenta para medir una superficie.

Es importante que se le proporcionen las cuatro retículas a cada equipo, con la finalidad de que tengan la oportunidad de analizar y comentar acerca de las ventajas o desventajas que tiene una u otra. Por ejemplo, al usar la retícula de los pentágonos, no se cubre el plano totalmente y entre ellos se forman otros polígonos cuya área es difícil relacionar con la de los pentágonos. Otra retícula que no resulta eficaz para calcular áreas es la formada por círculos, pues también es difícil cuantificar la superficie que queda entre ellos. Si los alumnos quisieran obviar estos espacios al hacer el conteo, darían un resultado muy lejano a la medida real, lo cual no puede considerarse correcto.



Si estos espacios no se consideran, el error en la medición puede ser muy grande.

Es necesario que se de este tipo de discusiones y se pongan de acuerdo, ya sea entre tomar la cantidad de figuras de la retícula totalmente contenidas en la figura a medir, sin tomar en cuenta aquellas de las que “les sobra” un cachito (la menor cantidad que cubre el área), o bien al contrario, tomar en cuenta todas las figuras que de alguna forma se ven cubiertas casi en su totalidad.

Esto puede recuperarse y hacerlos reflexionar en que, algunas ocasiones, se obtienen medidas por defecto o por exceso, y que existen situaciones en las que puede ser conveniente una u otra.

Por ejemplo, si se va a cubrir un piso con loseta, ¿cuál de las dos medidas sería la más adecuada en caso de no poder obtener la medida exacta? ○ en el caso de calcular la cantidad de agua con la que una máquina despachadora puede llenar un vaso.

Otro aspecto a reflexionar consiste en plantear qué margen de error en medición puede ser aceptable.

Camino a la escuela

36. Camino a la escuela

Intención didáctica

Que los alumnos escriban el nombre de números naturales con cifras y viceversa y que los comparen y ordenen a partir de su escritura con cifras.

Consigna 1

Reunidos en equipo, resuelvan el siguiente problema.

Para llegar a la escuela Martina camina 1 350 m, Luis 875 m, Ignacio 1 418 m, Bety 918 m, y Alfredo 2 130 m.

Ordenen las distancias de menor a mayor y completen la siguiente tabla escribiendo el número de metros con cifras y con su nombre, inicien con el más grande y terminen con el más pequeño en la parte inferior.

Alumno	Número de metros con cifras	Nombre del número
	1 418	
		Mil trescientos cincuenta
		Ochocientos setenta y cinco

1. ¿Quién vive más cerca de la escuela, Luis o Ignacio?

2. La escuela quiere donar una bicicleta para apoyar a quien vive más lejos, comparando los casos anteriores ¿a quién le correspondería?

3. Si juntamos las distancias que caminan Martina y Bety, será _____ con respecto a la distancia que camina Alfredo.
(mayor o menor)

4. ¿En qué te fijaste para ordenar los números de la tabla?





5. ¿Si sólo tuvieras escritos los nombres de los números, te serviría tomar en cuenta el número de palabras de cada número para ordenarlos?

¿Por qué?

Consigna 2

Reunidos con el mismo equipo resuelvan el siguiente problema.

El papá de Venustiano ahorró para comprar un coche, actualmente tiene treinta mil cuatrocientos cincuenta y seis pesos; visita varios sitios en internet y las opciones que más le atraieron son:

			
\$35 070 A	\$49 307 B	\$41 005 C	\$57 050 D

Escribe con letras las cantidades que se preguntan en los siguientes enunciados.

a) ¿Para qué coche le falta menos dinero?

¿Cuánto le falta?

b) ¿Si quisiera comprar el coche más caro, cuánto dinero le hace falta?

c) ¿Qué cantidad de dinero hay de diferencia entre el coche de menos precio y el de mayor precio?



Consideraciones previas

Antes de llenar la tabla es necesario comparar y ordenar los números, ya que una condición es que se inicie con el más pequeño y se termine por el más grande. Dado que los números están escritos con cifras, una característica evidente y que puede ser utilizada como criterio para compararlos es el número de cifras, si dos números tienen diferente número de cifras, se puede asegurar que es mayor el que tiene más cifras.

Así, entre los números 1 350, 875, 1 418, 918 y 2 130, se puede afirmar que 1 350, 1 418 y 2 130 son mayores que los otros dos, ya que tienen 4 cifras y los otros únicamente 3. El nuevo reto es determinar entre dos números con la misma cantidad de cifras cuál es mayor, ante ello es necesario comparar el valor absoluto de cifras que ocupan el mismo lugar, empezando por la izquierda.

Los números 1 350, 1 418 y 2 130 tienen 4 cifras; al comparar las cifras que ocupan el lugar de las unidades de millar, resulta que 2 130 tiene la mayor cifra en ese lugar, por lo tanto, ese número es mayor que los otros dos. Entre 1 350 y 1 418, que tienen la misma cifra en las unidades de millar, 1 418 es mayor por tener 4 centenas, mientras el otro tiene únicamente 3.

Es probable que los alumnos alineen los números de izquierda a derecha y que determinen que el mayor es el que tiene la mayor cifra en el primer lugar de la derecha, aunque esta comparación es errónea, dado que se están comparando cifras con diferentes valores relativos, centenas con unidades de millar, centenas con decenas, etc., una alternativa que permite darse cuenta del error es el nombre de los números, mientras los que tienen 4 cifras comienzan con mil., mil..., dos mil; los que tienen 3 cifras comienzan con algunos cientos, ochocientos... y novecientos...; por lo tanto los de cuatro cifras son mayores que los que tienen 3.

Otro asunto involucrado en este desafío es el nombre de los números, cuando los alumnos han deducido que el número de cifras es un criterio para compararlos, puede plantearse una pregunta de reflexión, ¿el número de palabras para nombrar un número es un criterio para compararlo con otros números?

Para resolver el problema de la consigna 2 es importante identificar a los alumnos que requieren representar con cifras la cantidad expresada con palabras para poder relacionarla con las cantidades escritas con cifras y así responder las preguntas. Sería interesante recuperar y socializar las estrategias utilizadas, enfatizando aquellas en las que no tuvieron necesidad de apoyarse en la escritura con cifras de la cantidad planteada con palabras.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Los cheques del jefe

37. Los cheques del jefe



Intención didáctica



Que los alumnos utilicen los signos $>$ y $<$ al comparar números naturales escritos con cifras y/o a partir de sus nombres.

Consigna

Reunidos en binas, resuelvan los siguientes problemas:

1. Un comerciante paga a dos de sus empleados los siguientes cheques:

	CUENTA000-071000-0	\$
CHEQUE No. 000634701		
México, D.F., 14 DE Enero DE 2011		
PAGO-A LA ORDEN DE: Laura Adriana Valle		
SUMA Cuatro mil veinte pesos 00/100 M.N.		
*340000001154000071000000063470		
FIRMA 		

	CUENTA000-071000-0	\$
CHEQUE No. 000634731		
México, D.F., 14 DE Enero DE 2011		
PAGO-A LA ORDEN DE: Juan Carlos López		
SUMA Tres mil novecientos veinte pesos 00/100 M.N.		
*340000001154000071000000063470		
FIRMA 		

- a) Coloca con número la cantidad en cada cheque en el recuadro superior derecho, según corresponda.

- b) ¿Quién recibió mayor sueldo?

- c) Expliquen cómo lo determinaron.

- d) ¿Cuál es la diferencia de dinero entre un cheque y otro? Escriban la cantidad con letra.

2. Escriban en cada cuadro el signo $>$ (mayor que) o $<$ (menor que), según corresponda.

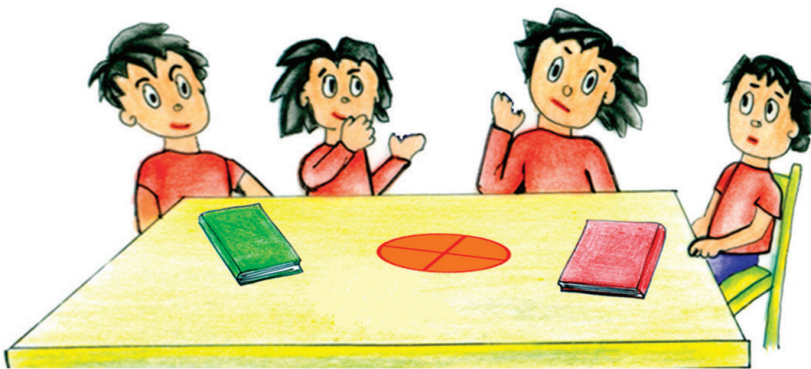
3208		3028	Mil veinticinco		100025
2461		2641	2108		Dos mil dieciocho
5432		5423	Veinticinco mil		2500
60450		60045	Diez mil ochenta y dos		Mil ochocientos diez

3. Determinen a partir del nombre, la cantidad de cifras que tendrá cada uno de los siguientes números.

a) Trescientos cuarenta y ocho

b) Mil nueve

c) Diez mil setecientos





Consideraciones previas

Para resolver el primer problema, que implica comparar números escritos con palabras, es probable que algunos alumnos los escriban con cifras para compararlos y de esta manera poder responder quién de los dos empleados recibió mayor sueldo, si esto ocurre puede plantearse la siguiente pregunta, ¿es posible saber quién gana más sin escribir los salarios con cifras? La finalidad es que los alumnos adviertan que los nombres de los números brindan información suficiente para poder compararlos, en ambos casos, las dos primeras palabras (cuatro mil y tres mil) determinan que los dos tienen 4 cifras y la primera quién es mayor, cuatro mil y algo más será mayor que tres mil y algo más.

Una vez que los alumnos han comparado los salarios de los empleados, escritos con cifras o con palabras, es muy importante solicitarles que observen cuántas palabras tiene el nombre del número mayor y cuántas el menor, de tal manera que puedan inferir que el número de palabras no es un criterio para compararlos.

Si en el problema 2, donde se trata de relacionar números naturales con los signos $<$ y $>$, los alumnos los utilizan equivocadamente, es importante verificar si el error es porque no saben determinar qué número es mayor o porque confunden los signos.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

De diferentes maneras

38. De diferentes maneras

Intención didáctica

Que los alumnos reconozcan que existen diferentes expresiones (sumas, multiplicaciones o combinación de ambas) para representar un mismo número.



ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese que cada equipo tenga el siguiente material:

- ◆ 16 tarjetas en blanco. Pueden ser de cartulina, cartoncillo u hojas de papel.
- ◆ Un marcador de agua.
- ◆ Lápiz, cuaderno u hojas.



Consigna

Reúnete con un compañero para realizar el siguiente juego.

- Tienen 16 tarjetas en blanco y en ellas deberán anotar diferentes números mayores que 20 y menores que 50, uno en cada tarjeta. Revuélvanlas y colóquenlas apiladas al centro, con los números hacia abajo.
- Por turnos, cada uno de ustedes toma una tarjeta y muestra el número que aparece en ella. Individualmente tratarán de escribir en su cuaderno la mayor cantidad de operaciones que den como resultado el número de la tarjeta. Las operaciones pueden ser sumas, multiplicaciones o la combinación de ambas; si se trata de una combinación, primero escriban la multiplicación y después la suma. Tienen tres minutos para escribir la mayor cantidad de operaciones diferentes.
- Al terminar el tiempo, intercambien cuadernos y verifiquen que las operaciones de su compañero den como resultado el número de la tarjeta. Las sumas valen un punto, las multiplicaciones dos puntos y

las operaciones combinadas valen 4 puntos, siempre y cuando se obtenga el número de la tarjeta.

- Gana la niña o el niño que después de cuatro rondas acumule más puntos.



Consideraciones previas

Al realizar el Desafío considere que se cuente con el tiempo necesario para el juego, 30 minutos aproximadamente.

Se espera que los alumnos logren escribir diferentes expresiones aditivas, multiplicativas o mixtas que representen el mismo número, por ejemplo, si el número de la tarjeta es el 25, algunas descomposiciones que los participantes pueden escribir son las siguientes:

$$\begin{array}{lll} 10 + 15 = & 25 \times 1 = & 12 \times 2 + 1 = \\ 20 + 5 = & 1 \times 25 = & 2 \times 10 + 5 = \\ 18 + 7 = & 5 \times 5 = & 5 \times 4 + 5 = \\ 14 + 11 = & & 4 \times 4 + 9 = \\ 8 + 12 + 5 = & & 3 \times 8 + 1 = \\ 10 + 10 + 5 = & & 11 \times 2 + 3 = \\ & & 2 \times 3 \times 3 + 2 + 5 = \end{array}$$

Es muy probable que en el caso de las sumas utilicen dos sumandos, en el caso de las multiplicaciones dos factores, y en el caso de las combinadas, una multiplicación de dos factores afectada por un sumando; sin embargo, si algunos estudiantes emplean más de dos sumandos o factores al referirse a una suma o una multiplicación respectivamente, permitir estas expresiones, siempre y cuando sean las adecuadas para obtener el número de la tarjeta.

Una vez que los alumnos terminen el juego, se sugiere tomar algunos números empleados en los equipos de preferencia aquellos que se repitieron en los equipos para analizar las diversas formas en que los representaron, o bien, los que no tuvieron muchas variantes para pedirles que entre todo el grupo piensen en otra forma de representarlo. Dado que las diferentes expresiones representan la misma cantidad, el profesor puede escribir en el pizarrón al-

gunas igualdades y cuestionar a los alumnos sobre su validez. Por ejemplo, enseguida se sugieren algunas igualdades en el caso del número 25.

- a) $10 + 15 = 18 + 7$
- b) $5 \times 5 = 1 \times 25$
- c) $12 \times 2 + 1 = 4 \times 4 + 9$
- d) $14 + 11 = 25 \times 1$
- e) $10 + 10 + 5 = 11 \times 2 + 3$
- f) $8 + 12 + 5 = 5 \times 5 = 2 \times 3 \times 3 + 2 + 5$

Es importante que adviertan la equivalencia de las expresiones, es decir, que la expresión del lado derecho del signo igual (=), representa el mismo valor que la expresión escrita del lado izquierdo.

También se debe considerar que al obtener el valor de una expresión combinada, el orden en que se resuelven las operaciones incluidas, influye en el resultado que se obtiene. Por ejemplo, se establece la siguiente igualdad y hay que verificar su validez:

$$7 \times 5 + 9 = 4 + 7 \times 4$$

El valor de la primera expresión se conoce realizando primero $7 \times 5 = 35$, y a esta cantidad se agrega 9, lo que da como resultado 44. Las operaciones se realizan en el orden que aparecen, es decir, de izquierda a derecha.

Se puede pensar que el valor de la segunda expresión también se obtiene resolviendo de izquierda a derecha; primero calcular $4 + 7 = 11$, y esta cantidad multiplicarla por 4, lo que daría también como resultado 44.

Aparentemente la igualdad se verifica, sin embargo, el procedimiento aplicado para la segunda expresión **no** es correcto. Cuando una expresión contiene sumas y multiplicaciones, primero se resuelven las multiplicaciones y con los resultados se efectúan las sumas. Este criterio forma parte de la jerarquía de las operaciones. Las calculadoras científicas están programadas con base en esta jerarquía, pero no así cualquier otra calculadora, por lo cual esta propiedad debe conocerse.

En el caso anterior, el valor de la expresión de la izquierda del signo igual fue obtenido correctamente, sin embargo, para obtener el valor de la expresión de la derecha no se respetó, ya que las operaciones se realizaron de izquierda a derecha; lo correcto es efectuar primero la multiplicación 7×4 y el resultado sumarlo con 4 ($4 + 28 = 32$). Se puede concluir que la igualdad no es válida, ya que $44 \neq 32$. Es por ello que una de las condiciones del juego es que las multiplicaciones se escriban antes de las sumas, de tal manera que al efectuar las operaciones de izquierda a derecha, se obtenga el resultado correcto.

Una actividad complementaria es que los estudiantes construyan problemas que pueden resolverse con las expresiones conocidas, por ejemplo, inventar un problema que pueda resolverse a partir de cada una de las siguientes expresiones:

- a) $4 \times 4 + 9 =$
- b) $3 \times 8 + 1 =$
- c) $11 \times 2 + 3 =$

Los alumnos tendrán que advertir que expresiones equivalentes pueden representar situaciones diferentes.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Expresiones equivalentes

39. Expresiones equivalentes

Intención didáctica

Que los alumnos adviertan que expresiones equivalentes que contienen adiciones y/o multiplicaciones pueden representar la misma o diferente situación.

Consigna

Reúnete en equipo para resolver estos problemas.

1. ¿Cuántas personas pueden sentarse en la sección blanca de un auditorio si en ésta hay cuatro filas con 12 butacas cada una y tres filas con 8 butacas cada una?

2. Al invernadero "La margarita" llegó el siguiente pedido: 3 paquetes con 30 docenas de rosas cada uno, 4 paquetes con 20 docenas de gerberas cada uno y 2 paquetes con 40 docenas de margaritas cada uno. ¿Cuántas docenas se van a entregar en el pedido?

3. Maura está haciendo bolsas de dulces para una fiesta de cumpleaños. En cada bolsa mete seis chocolates. Hasta este momento ha hecho nueve bolsas y aún quedan 18 chocolates en el paquete. ¿Cuántos chocolates había en el paquete?

4. Este es el registro de canastas anotadas por el equipo de Luis en los últimos cuatro partidos. Si se sabe que cada canasta vale dos puntos, ¿cuántos puntos ha acumulado el equipo?

Jugador	Canastas
Luis	27
Javier	25
Alfonso	21
Raúl	27
Mauricio	25

5. Para pagar la entrada al cine y comprar palomitas Fernanda y Marisol van a poner \$55.50 cada una, y Lorena y yo, \$69.50 cada una. ¿Cuánto dinero vamos a reunir?



Consideraciones previas

Son dos los aspectos que se pretenden abordar durante este Desafío. Por un lado, que los alumnos adviertan que pueden existir diferentes expresiones que resuelven el mismo problema, es decir, representan la misma relación entre sus valores; y por otro lado, que expresiones equivalentes también pueden representar situaciones diferentes.

Una vez que los equipos han resuelto los problemas se sugiere que en plenaria, primero se analice cada problema y las diferentes expresiones equivalentes que representan su solución, posteriormente, identificar las expresiones equivalentes de los cinco problemas. Las expresiones de los problemas 1 y 3 son equivalentes, dado que tienen el mismo resultado (72). Lo mismo ocurre con los problemas 2, 4 y 5, que para ellos la respuesta es 250.

Algunas expresiones que los alumnos pueden utilizar para resolver los problemas, son las siguientes:

Problema 1:

$$12 + 12 + 12 + 12 + 8 + 8 + 8 = 72$$

$$48 + 24 = 72$$

$$4 \times 12 + 3 \times 8 = 72$$

Problema 2:

$$3 \times 30 + 4 \times 20 + 2 \times 40 = 250$$

$$90 + 80 + 80 = 250$$

$$30 + 30 + 30 + 20 + 20 + 20 + 20 + 40 + 40$$

Problema 3:

$$9 \times 6 + 18 = 72$$

$$54 + 18 = 72$$

$$12 \times 6 = 72$$

Problema 4:

$$54 + 50 + 42 + 54 + 50 = 250$$

$$108 + 100 + 42 = 250$$

$$27 \times 4 + 25 \times 4 + 21 \times 2 = 250$$

Problema 5:

$$2 \times 55.50 + 2 \times 69.50 = 250$$

$$111 + 139 = 250$$

$$55.50 + 55.50 + 69.50 + 69.50 = 250$$

**Apuntes didácticos**

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Tienen el mismo valor?

40. ¿Tienen el mismo valor?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen si dos expresiones aditivas y multiplicativas son o no equivalentes.

Consigna

Reúnete con dos compañeros y realicen la siguiente actividad.

Comprueben si es verdad que las expresiones de cada tarjeta tienen el mismo valor. En caso de no tenerlo, justifiquen por qué. No se vale usar calculadora.

$$\begin{array}{c} 4.50 \\ \text{Y} \\ 4 \times 0.50 + 8 \times 0.20 \end{array}$$

¿Tienen el mismo valor? _____
Por qué:

$$\begin{array}{c} 2 \times 24 + 12 + 12 \\ \text{Y} \\ 5 \times 6 + 12 \times 3 \end{array}$$

¿Tienen el mismo valor? _____
Por qué:

$$\begin{array}{c} 9 \times 0.50 + 3 \times 0.20 + 7 \times 0.10 \\ \text{Y} \\ 5.00 + 2 \times 0.20 \end{array}$$

¿Tienen el mismo valor? _____
Por qué:

¿Tienen el mismo valor? _____
Por qué:

$$\begin{array}{c} 3 \times 15 + 2 \times 12 + 3 \times 9 \\ \text{Y} \\ 4 \times 23 + 4 \end{array}$$

¿Tienen el mismo valor? _____
Por qué:

$$\begin{array}{c} 3 + 4 \times 0.10 + 0.50 \\ \text{Y} \\ 3.50 + 2 \times 0.20 \end{array}$$

¿Tienen el mismo valor? _____
Por qué:

$$\begin{array}{c} 4 \times 60 + 5 \times 8 \\ \text{Y} \\ 125 + 98 \end{array}$$

Consideraciones previas

En Desafíos anteriores los alumnos leyeron, compararon y operaron con números decimales en problemas relacionados con el contexto de dinero; por ello es que en estos problemas, las expresiones aditivas y multiplicativas contienen valores relacionados con las monedas que aún se utilizan (\$0.50, \$0.20 y \$0.10), y es muy probable que algunos de los alumnos recurran a esas experiencias para darles solución.

Es importante observar si consideran el orden en que se resuelven las operaciones incluidas; si para ellos esto resulta indistinto, se les puede recordar que primero se resuelven las multiplicaciones y con los resultados se efectúan las sumas. Es válido si los alumnos necesitan hacer las sumas en forma de columna, aunque también es conveniente alentarlos a que recurran al cálculo mental.

De las seis tarjetas solamente dos contienen expresiones equivalentes:

- $3 \times 15 + 2 \times 12 + 3 \times 9 = 4 \times 23 + 4 = 96$
- $3 + 4 \times 0.10 + 0.50 = 3.50 + 2 \times 0.20 = 3.90$

Para justificar por qué el resto de las parejas no tienen el mismo valor, se espera que los alumnos mencionen que una expresión es mayor o menor que la otra después de haber hecho la operación.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Tiras de colores

41. Tiras de colores

Intención didáctica

Que los alumnos, utilizando material concreto, identifiquen fracciones o expresiones equivalentes a otra dada.

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que los equipos cuentan con:

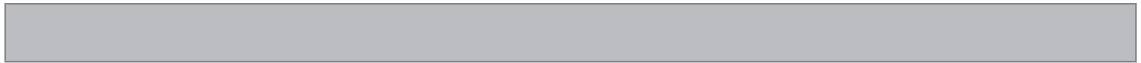
- ◆ Las tiras de colores.



Consigna 1

Forma pareja con un compañero para realizar estas actividades.

1. Identifiquen a qué fracción de la tira gris corresponde cada tira de color.



Tira	Fracción
Verde	
Morada	
Azul	
Rosa	
Negra	

Tira	Fracción
Amarilla	
Café	
Roja	
Anaranjada	

2. Encuentren tres formas diferentes para representar un entero con tiras de diferente color.

Representación con tiras	Representación con números

3. Encuentren, para cada caso, dos formas diferentes de construir $\frac{2}{3}$.

Con tiras del mismo color	
Representación con tiras	Representación con números

Con tiras de diferente color	
Representación con tiras	Representación con números

4. Considerando las fracciones que representan las tiras de colores, encuentren todas las fracciones o expresiones equivalentes posibles para cada una de las siguientes fracciones.

$$\frac{4}{5} = \boxed{\phantom{\hspace{10em}}}$$

$$1\frac{2}{6} = \boxed{\phantom{\hspace{10em}}}$$

Consigna 2

Forma pareja con un compañero para realizar estas actividades.

Sobre la línea escribe **“es equivalente a”** si las dos fracciones que se comparan tienen el mismo valor. Una vez que hayas terminado, comprueba tus respuestas con las tiras de colores.

a) $\frac{6}{12}$ _____ $\frac{5}{10}$

b) $\frac{4}{6}$ _____ $\frac{5}{9}$

c) $\frac{9}{10}$ _____ $\frac{11}{12}$

d) $\frac{6}{6}$ _____ $\frac{10}{10}$

e) $\frac{4}{3}$ _____ $\frac{2}{2} + \frac{1}{6}$

f) $1\frac{3}{12}$ _____ $\frac{3}{4}$

g) $\frac{1}{2} + \frac{1}{12}$ _____ $\frac{7}{10}$

h) $\frac{6}{8}$ _____ $\frac{9}{12}$



Consideraciones previas

Se trata de continuar con el trabajo iniciado en tercer grado respecto a identificar y calcular fracciones equivalentes, ahora incluyendo fracciones diferentes a las del tipo $m/2^n$. Para realizar la actividad es recomendable que con anticipación cada alumno recorte la totalidad de tiras.

Para cada color, la cantidad de tiras que se incluyeron es mayor que la necesaria para completar el entero, esto con la intención de que los alumnos no se limiten solamente a contar las tiras para responder a qué fracción corresponden las tiras de cada color en la primera actividad:

Tira	Fracción
Roja	$\frac{1}{2}$
Verde	$\frac{1}{3}$
Anaranjada	$\frac{1}{4}$

Tira	Fracción
Amarilla	$\frac{1}{5}$
Morada	$\frac{1}{6}$
Café	$\frac{1}{8}$

Tira	Fracción
Azul	$\frac{1}{9}$
Rosa	$\frac{1}{10}$
Negra	$\frac{1}{12}$

Algunas preguntas que favorecen la reflexión y que pueden plantearse al interior de los equipos son: ¿Por qué pueden sustituir una tira de $\frac{1}{3}$ por dos de $\frac{1}{6}$? ¿Por qué sustituyen una tira de $\frac{1}{2}$ por tres tiras de $\frac{1}{6}$? ¿Qué relación existe entre un décimo y un quinto? ¿Y entre un cuarto y un doceavo?

Se espera que los alumnos después de resolver las actividades adviertan que una fracción puede representarse de distintas formas, ya sea con una sola fracción o con expresiones que expresan el mismo valor.

La fiesta sorpresa

42. La fiesta sorpresa

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones de equivalencia entre dos o más fracciones al resolver problemas de reparto y medición.

Consigna

En pareja, respondan los siguientes problemas.

1. Jimena cumple años la próxima semana y sus amigos se organizaron para hacerle una fiesta sorpresa. Jesús, Mauricio y Eduardo eligieron inflar globos de colores para jugar tiro al blanco durante la fiesta. Jesús va a colocar los globos rojos que son $\frac{3}{9}$ del total que cabe en el tablero. A Mauricio le tocaron los verdes, que son $\frac{6}{18}$ del total y Eduardo eligió el color amarillo y va a inflar el resto de los globos del tablero.

¿De qué color habrá más globos?

¿Por qué?

2. Elisa y Talía son las encargadas de adornar el salón y para ello cada una quedó en llevar un rollo de cinta festón de 10 metros. Elisa calculó que va a ocupar $\frac{3}{5}$ partes de su rollo y Talía sabe que le van a sobrar 4 m del suyo.

¿Quién de las dos va a gastar más cinta?

¿Por qué?

Consideraciones previas

Se trata que los alumnos apliquen algunos de los descubrimientos que analizaron en la sesión anterior para resolver problemas.

En ambos problemas la respuesta no es un número que representa el resultado de uno o varios cálculos; las respuestas que se esperan son argumentos que justifiquen la condición que resulta de algunos cálculos.

En el primer problema se espera que los alumnos adviertan que no es necesario conocer la cantidad de globos que caben en el tablero para determinar qué: $\frac{3}{9}$ y $\frac{6}{18}$ son fracciones equivalentes a $\frac{1}{3}$, por lo que la cantidad de globos rojos y verdes es la misma y juntos los dos grupos representan $\frac{2}{3}$ del total de los globos que se pondrán en el tablero. El grupo de globos amarillos necesariamente representa el tercio faltante del tablero. En ese caso de ninguno de los colores habrá más globos.

El segundo problema es más complejo, ya que la información que se incluye respecto a cuánta cinta ocupará cada niña no es del mismo tipo, y antes de que los alumnos puedan determinar quién de las dos niñas va a ocupar más cinta necesitan establecer qué parte del rollo de cinta representa 4 m. Se espera que logren identificar que 4 m representan $\frac{4}{10}$ de 10 m, que son el total de metros que tiene cada rollo de cinta. Esa fracción es equivalente a $\frac{2}{5}$. Por otro lado, si Elisa va a necesitar $\frac{3}{5}$ del total de los metros de su rollo, le van a sobrar $\frac{2}{5}$, lo cual lleva a la conclusión que ambas niñas van a ocupar la misma cantidad de cinta, esto es $\frac{3}{5}$ del rollo o 6 m.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Sumas y restas I

43. Sumas y restas I

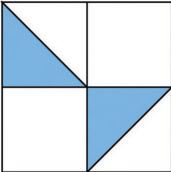
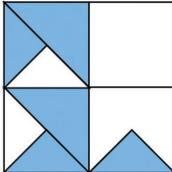
Intención didáctica

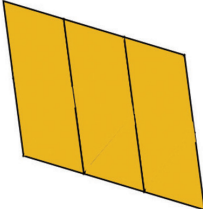
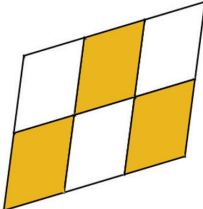
Que los alumnos recurran a las equivalencias entre fracciones que ya conocen para resolver sumas o restas de fracciones representadas gráficamente.

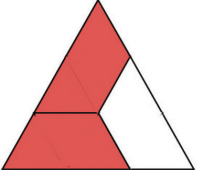
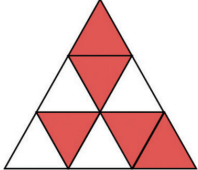
Consigna

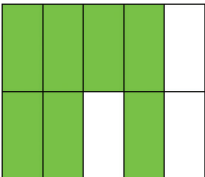

Organizados en parejas resuelvan los siguientes problemas:

1. Encuentren la fracción que sea el resultado de sumar o restar las fracciones representadas gráficamente.

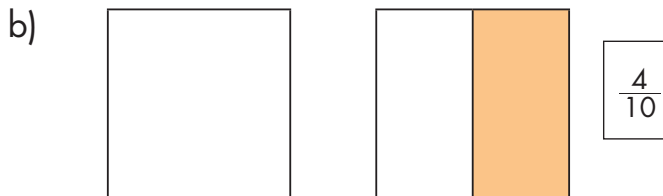
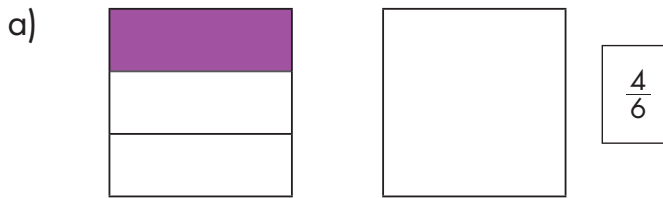
a)  +  =

b)  +  =

c)  -  =

d)  -  =

2. Representen gráficamente en el espacio en blanco la fracción necesaria para obtener el resultado que se indica.

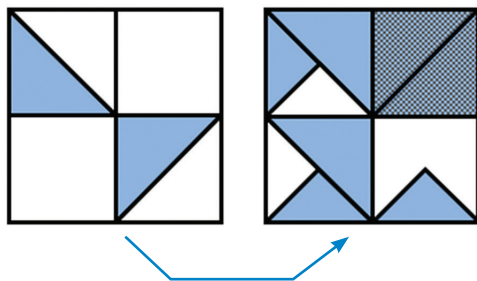


Consideraciones previas

Para resolver los problemas de este desafío los alumnos pueden apoyarse en equivalencias de fracciones estudiadas y analizadas en otros apartados; por ejemplo: $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$; $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$; $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$ etcétera.

Dado que no se trata que los alumnos utilicen el algoritmo usual para sumar o restar fracciones, seguramente usarán diversos procedimientos, los cuales vale la pena analizar detalladamente en la puesta en común.

Entre las estrategias que los alumnos podrían utilizar para resolver el problema 1. a); se podrían observar las siguientes: La primera, operar gráficamente las fracciones, esto es, incluir en uno de los cuadrados las fracciones representadas en ambos, de tal forma que se pueda apreciar solamente en uno de ellos el resultado de sumar ambas fracciones:



Reunidas en una sola figura todas las partes sombreadas, basta con interpretar la fracción representada, se trata de $\frac{11}{16}$, a sabiendas que

$$\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$$

Otra posible estrategia es trabajar directamente con las fracciones representadas en las dos figuras:

Dado que $\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$, entonces el cuadrado de la izquierda representa $\frac{4}{16}$ y el de la derecha $\frac{7}{16}$, por lo tanto, en total hay $\frac{11}{16}$, resultado de sumar $\frac{4}{16}$ y $\frac{7}{16}$. Para resolver el problema 1. b); los alumnos podrían considerar que independientemente del número de partes en que está dividida la primera figura (tercios), ésta representa una unidad, pues está totalmente coloreada, y como tal, puede sumarse a cualquier otra fracción, por lo que un entero, sumado a $\frac{3}{6}$ da como resultado $1\frac{3}{6}$, que también puede ser interpretado como $1\frac{1}{2}$. Otra forma sería mantenerse en la parte gráfica y subdividir la primera figura, de modo que cada tercio se divida a la mitad y se aprecien los seis sextos, que al sumarse con los tres sextos de la segunda figura da como resultado $\frac{9}{6}$.

En el caso del problema 1. c); probablemente los alumnos recurran a estrategias utilizadas en los problemas anteriores, como por ejemplo, subdividir las zonas sombreadas del primer triángulo, de tal manera que se aprecien partes congruentes con las del segundo triángulo; posteriormente buscar la diferencia entre $\frac{6}{9}$ y $\frac{5}{9}$.

El problema 1. d) varía en complejidad respecto al anterior, ya que en éste las divisiones entre ambas figuras son totalmente diferentes; y para identificar la fracción que está representada en el sustraendo, los alumnos deben primero identificar a cuántas partes iguales a las de color corresponde la zona blanca. Se espera que ellos logren concluir que la operación a resolver es: $\frac{7}{10} - \frac{3}{5}$, cuya solución puede obtenerse utilizando la equivalencia $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$.

Los incisos a y b del problema 2 representan mayor reto para los alumnos ya que en ambos casos deben proponer la fracción que complete correctamente cada operación. Esto implica que realicen más procesos: identificar la fracción representada, encontrar la diferencia entre ésta y el resultado y finalmente, representar gráficamente esta diferencia. Al igual que en apartados anteriores, este tipo de situaciones representan una oportunidad para que el alumno amplíe su conocimiento respecto al significado de estas operaciones y las relaciones entre ambas, pues podrá utilizar la suma para completar una resta y restar para completar una suma.

Sumas y restas II

44. Sumas y restas II

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen sumar o restar fracciones mediante diversos procedimientos.

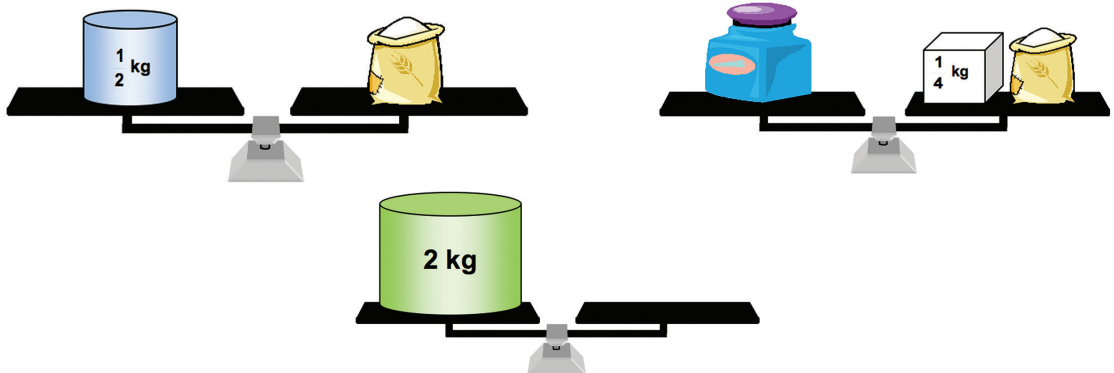
Consigna

Organízate con un compañero para resolver los siguientes problemas:

1. Luisa ocupa $\frac{1}{3}$ m de listón para elaborar un moño. Si va a elaborar 7 moños azules, 4 rojos y 5 dorados, ¿cuánto listón de cada color necesita comprar?
-

2. En la fiesta de Saúl se sirvió helado de chocolate a todos los invitados. Después de repartir una porción a cada persona, sobraron $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuántos litros tendrá que comprar la mamá de Saúl para volver a repartir la misma cantidad, si sabe que necesita $1\frac{1}{2}$ litros?
-

3. ¿Cuántos frascos y cuántas bolsas se deben colocar en el platillo de la derecha de la tercera balanza para mantenerla en equilibrio? Se deben utilizar de los dos objetos: frascos y bolsas.



4. En el grupo de 4°. "A" se llevó a cabo una votación para elegir al representante del grupo. La mitad del grupo votó por Rocío y por Samuel votó $\frac{1}{3}$ del grupo. ¿Qué parte del grupo no votó?
-
-

Consideraciones previas

Una forma de abordar el primer problema, es considerar que con un metro de listón se pueden hacer 3 moños, por lo tanto, para cada color se requiere más de un metro de listón. Así, para los cuatro moños rojos es necesario $1\frac{1}{3}$ m de listón. Para saber la cantidad de listón dorado, sólo basta aumentar $\frac{1}{3}$ m, ya que se trata de un moño más que los rojos. Para los siete moños azules se necesitan $2\frac{1}{3}$ m de listón.

Para resolver el segundo problema los alumnos podrían recurrir a estrategias ya conocidas como completar la unidad:

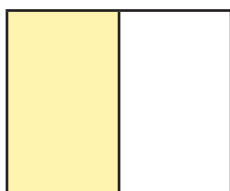
Si se tienen $\frac{3}{4}$ de litro, entonces falta $\frac{1}{4}$ de litro para completar el litro.

Si se necesitan $1\frac{1}{2}$ litros, la diferencia entre 1 litro y $1\frac{1}{2}$ litros es $\frac{1}{2}$ litro.

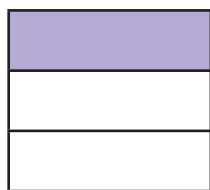
$\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ suman $\frac{3}{4}$, ya que $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, por lo que la cantidad de helado que se necesita comprar es $\frac{3}{4}$ de litro.

Para el problema de la balanza, los alumnos pueden dibujar los objetos que permiten el equilibrio de la balanza, o simplemente escribir una lista de ellos. A partir de la primera balanza se deduce que el peso de una bolsa es de $\frac{1}{2}$ kg. El peso de un frasco es el resultado de sumar $\frac{1}{2}$ kg y $\frac{1}{4}$ kg, es decir $\frac{3}{4}$ kg. Así, el platillo de la derecha debe llevar dos frascos y una bolsa, ya que 2 veces $\frac{3}{4}$ kg más $\frac{1}{2}$ kg equivale a 2 kg.

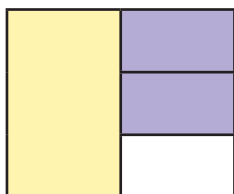
Una estrategia que los alumnos podrían aplicar para resolver el último problema es graficar las fracciones:



Esta parte del grupo votó por Rocío $\frac{1}{2}$



Esta parte del grupo votó por Samuel ($\frac{1}{3}$).



Las áreas sombreadas representan los votos de Rocío y Samuel. Entonces la parte blanca representa la parte del grupo que no votó ($\frac{1}{6}$)

Aunque los alumnos también podrían recurrir a establecer equivalencias entre las fracciones, y consideren que la mitad del grupo también representa $\frac{3}{6}$ del grupo, y la tercera parte es equivalente a $\frac{2}{6}$ del grupo, por lo que la parte del grupo que no votó representa $\frac{1}{6}$ del total de los alumnos del 4° "A"



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Los ramos de rosas

45. Los ramos de rosas

Intención didáctica

Que los alumnos usen diferentes recursos para resolver problemas de multiplicación con números de dos cifras.



Consigna



Organizados en equipo, resuelvan los siguientes problemas.

1. El sábado, Don Gustavo vendió en el mercado 15 ramos con 12 rosas cada uno.

¿Cuántas rosas vendió Don Gustavo?

2. El domingo, Don Gustavo hizo ramos con 24 rosas cada uno y vendió 14 ramos.

¿Cuántas rosas vendió?

3. Don Gustavo vende los ramos de 12 rosas a \$15.00 y los de 24 rosas a \$25.00

a) ¿Cuánto dinero recibió el sábado por la venta de las rosas?

b) ¿Cuánto dinero recibió el domingo?

4. En su parcela Don Gustavo tiene 28 surcos con 23 rosales en cada uno. ¿Cuántos rosales tiene en total Don Gustavo?
-



Consideraciones previas

Este desafío es la entrada al estudio de un algoritmo para multiplicar números de dos cifras, hay que estar pendientes de los recursos que usan los alumnos para calcular los resultados y tratar de relacionar dichos recursos con el proceso que se sigue para llegar al algoritmo usual de la multiplicación.

Para resolver estos problemas se espera que los alumnos recurran a la descomposición de al menos uno de los factores y que las representaciones sean poco claras. Por ejemplo, para el primer problema puede surgir algo como lo siguiente:

Por 10 ramos son 120 rosas. Por otros 5 ramos son 60 rosas, entonces, 120 más 60 es igual a 180 rosas.

El recurso en este caso es la descomposición de 15 en $10 + 5$ y es importante que los alumnos vean que la operación 15×12 , también puede representarse así: $(10 + 5) \times 12$. El paréntesis en este caso se utiliza para indicar que 10 y 5 deben ser multiplicados por 12, sería incorrecto, por ejemplo, multiplicar 5×12 y al resultado sumar 10. Se puede mostrar que si primero se multiplica 5×12 y luego se suma 10, el resultado es 70, que es distinto al de la operación original.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Cuadrículas grandes y pequeñas

46. Cuadrículas grandes y pequeñas

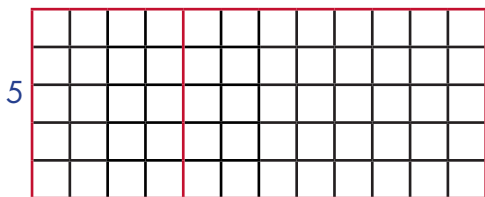
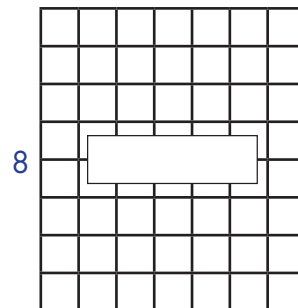
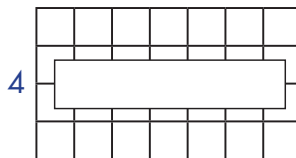
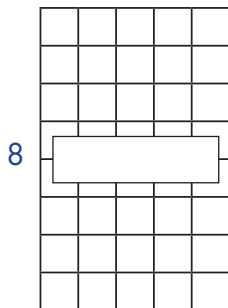
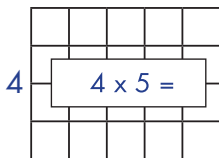
Intención didáctica

Que los alumnos relacionen la multiplicación con el cálculo del área de un rectángulo.

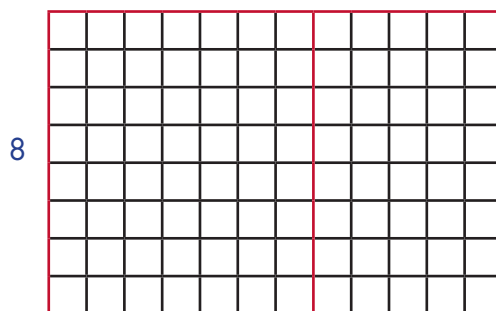


Consigna

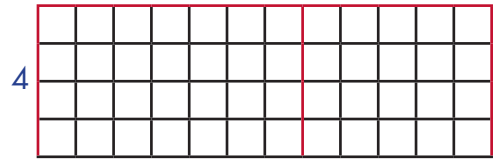
Con las cuadrículas que aparecen a continuación se formaron cuadrículas rectangulares más grandes. Organizados en equipo, anoten los números que faltan y la multiplicación que le corresponde a cada cuadrícula.



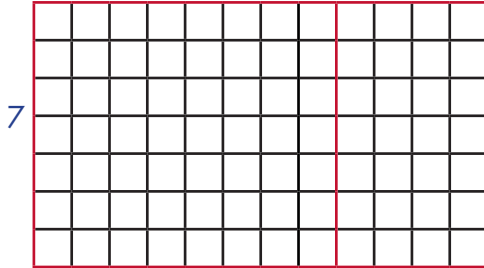
$$5 \times 12 = (5 \times \underline{\quad}) + (\underline{\quad} \times 8) =$$



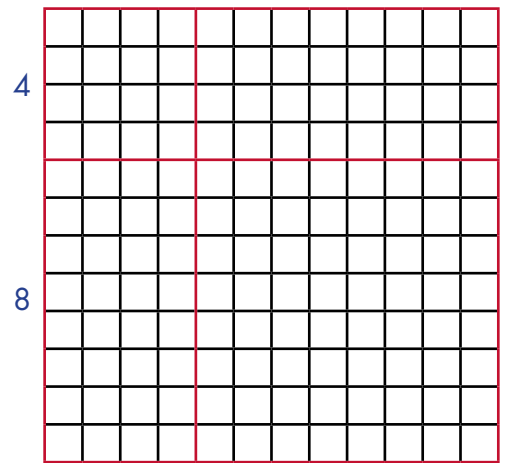
$$8 \times 12 = (8 \times \underline{\quad}) + (8 \times \underline{\quad}) = \underline{\quad}$$



$$4 \times 12 = (4 \times \underline{\quad}) + (4 \times \underline{\quad}) = \underline{\quad}$$



$$7 \times 12 = (7 \times \underline{\quad}) + (\underline{\quad} \times 4) = \underline{\quad}$$



$$12 \times 12 = (4 \times \underline{\quad}) + (\underline{\quad} \times 7) + (8 \times \underline{\quad}) + (\underline{\quad} \times 7)$$



Consideraciones previas

Con este desafío se inicia propiamente el camino para llegar al algoritmo usual de la multiplicación con números de dos cifras o más. Se pretende hacer notar que una multiplicación con dígitos se puede representar gráficamente mediante un rectángulo cuyas medidas son justamente los factores de la multiplicación y el resultado es el área de dicho rectángulo. Este hecho permite hacer rectángulos tan grandes como se quiera para producir multiplicaciones con números de mayor valor.

En este desafío se optó por dar los rectángulos y solicitar que se anoten los números faltantes, pero otra opción viable es pedir que recorten los primeros cuatro rectángulos y que sean los propios alumnos quienes formen rectángulos más grandes y anoten la cuenta para calcular el área.

Debe quedar claro que, por ejemplo, para calcular el resultado de 18×7 , se puede dibujar un rectángulo de $(10 + 8) \times 7$, calcular los dos productos por separado y luego sumar. En el caso de la multiplicación 18×14 , se puede dibujar un rectángulo de $(10 + 8) \times (10 + 4)$, calcular los cuatro productos por separado y luego sumar.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Multiplicación con rectángulos

47. Multiplicación con rectángulos

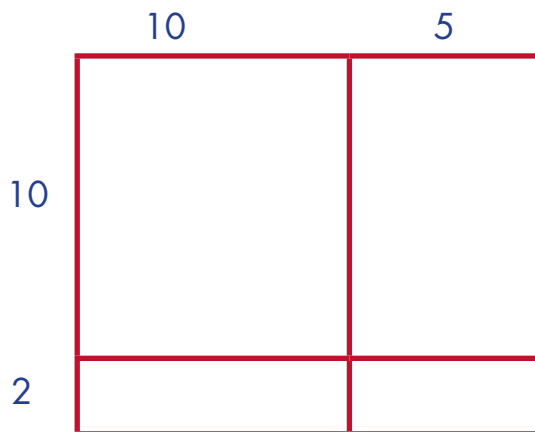
Intención didáctica

Que los alumnos usen el cálculo de áreas como recurso para resolver multiplicaciones con números de dos cifras.

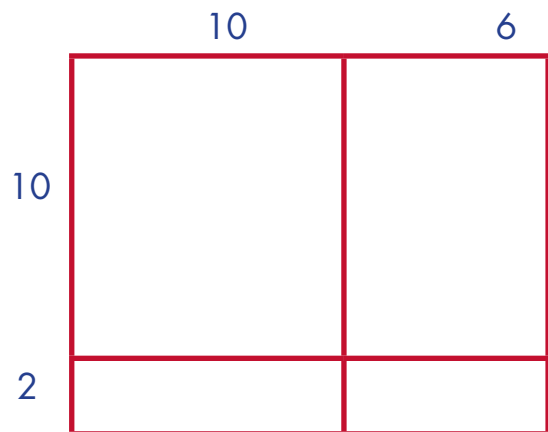
Consigna

Organizados en equipos, calculen el resultado de las siguientes multiplicaciones, apoyándose en el cálculo de áreas.

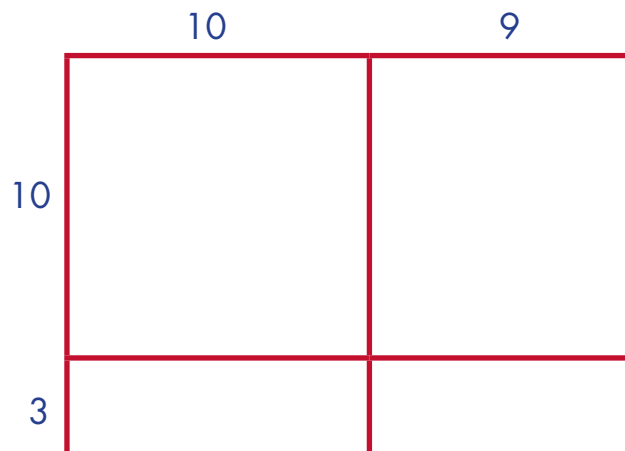
$$15 \times 12 =$$



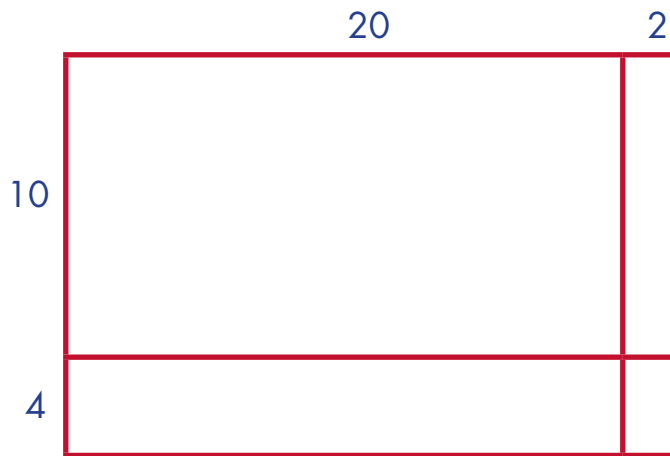
$$16 \times 12 =$$



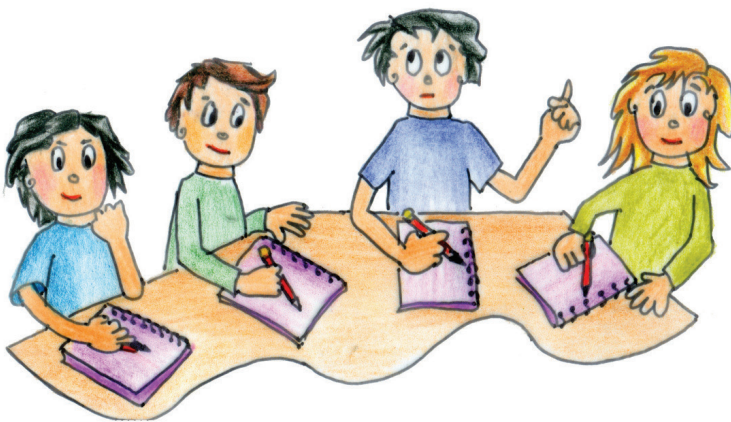
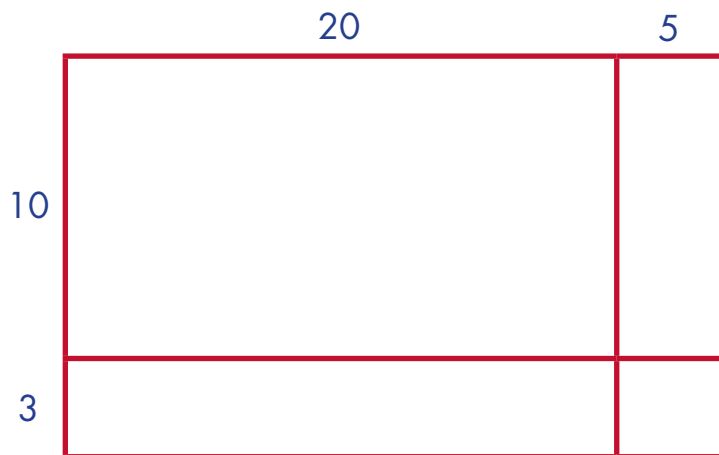
$$19 \times 13 =$$



$$22 \times 14 =$$



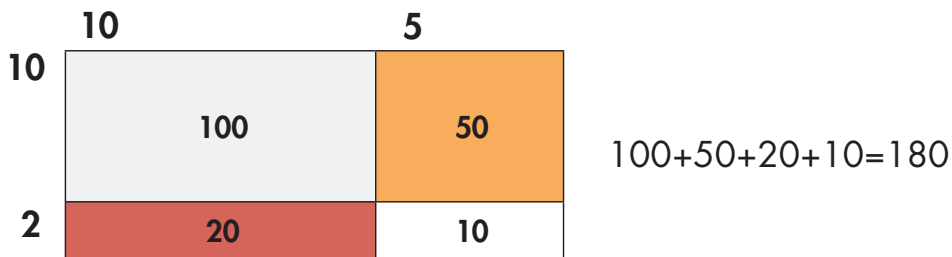
$$25 \times 13 =$$





Consideraciones previas

En el primer caso se espera que el alumno haga lo siguiente: 15×12 .



La idea principal es que los alumnos vean que una multiplicación como 15×12 puede resolverse descomponiendo los factores en decenas y unidades: $(10+5) \times (10+2)$ y que eso equivale a calcular el área de un rectángulo dividido en cuatro partes.

A diferencia de la sesión anterior en la que las áreas estaban claramente representadas con cuadrículas, en ésta los rectángulos sólo se usan como un apoyo gráfico para que los alumnos no pierdan de vista que en una multiplicación de dos números de dos cifras hay que calcular cuatro productos parciales y luego sumarlos para encontrar el producto total.

Es conveniente que después de que los alumnos resuelvan y se analicen los resultados, se les propongan otras multiplicaciones con números de dos cifras para que ellos dibujen los rectángulos con los que se puedan apoyar. No hay que pedir precisión en el trazo de los rectángulos, puesto que sólo serán un apoyo gráfico para encontrar los resultados de las multiplicaciones propuestas.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

La multiplicación

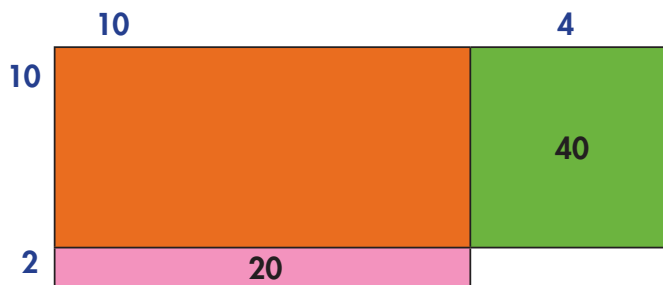
48. La multiplicación

Intención didáctica

Que los alumnos vinculen la representación gráfica con el algoritmo desarrollado de la multiplicación.

Consigna

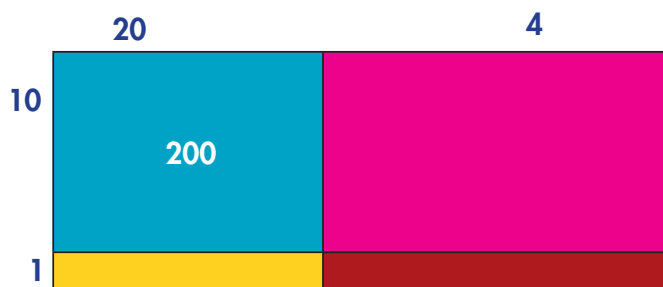
Los resultados que se obtienen al calcular el área de un rectángulo dividido en partes, se pueden obtener con una cuenta como la que aparece a la derecha de cada rectángulo. Organizados en equipos, anoten los números que faltan en los rectángulos y en las cuentas.



$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 12 \\ \hline 8 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \hline 168 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 15 \\ \hline 45 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \hline 285 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 11 \\ \hline 4 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \hline 264 \end{array}$$



Consideraciones previas

El trabajo que se realiza en este Desafío es crucial dentro del proceso para llegar al algoritmo, puesto que se trata de pasar de la representación gráfica a la operación de multiplicar. En el algoritmo que aquí se analiza se calculan cuatro productos parciales que resultan de multiplicar cada cifra del multiplicador por cada cifra del multiplicando, tomando en cuenta sus valores relativos. Por ejemplo, en el caso de la operación 26×25 , la operación se resuelve de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 25 \\ \hline 30 \\ 100 \\ 120 \\ 400 \\ \hline 650 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 5 \times 6 \\ 5 \times 20 \\ 20 \times 6 \\ 20 \times 20 \end{array}$$

Es necesario explicar a los alumnos que en cada una de las tres operaciones que se plantean hacen falta tres productos parciales y hay que escribir uno sobre cada línea.

Una vez que se hayan resuelto y analizado los tres ejercicios que se plantean es conveniente proponer otras multiplicaciones con números de dos cifras y analizar los resultados de manera colectiva.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Algo simple

49. Algo simple

Intención didáctica

Que los alumnos encuentren relaciones entre el algoritmo desarrollado de la multiplicación y el algoritmo simplificado.



Consigna

Organizados en equipos, anoten los números que faltan en las operaciones de la izquierda y averigüen cómo se hacen las que están a la derecha

$\begin{array}{r} 24 \\ \times 18 \\ \hline 32 \end{array}$	_____	$\begin{array}{r} 24 \\ \times 18 \\ \hline 192 \end{array}$
.....	_____
$\begin{array}{r} 40 \end{array}$	_____
.....	_____
$\hline 432$	_____	$\hline 432$
$\begin{array}{r} 35 \\ \times 22 \\ \hline 10 \end{array}$	_____	$\begin{array}{r} 35 \\ \times 22 \\ \hline 70 \end{array}$
.....	_____
$\begin{array}{r} 100 \end{array}$	_____
.....	_____
$\hline 770$	_____	$\hline 770$

$\begin{array}{r} 65 \\ \times 34 \\ \hline 20 \end{array}$	_____	$\begin{array}{r} 65 \\ \times 34 \\ \hline 260 \end{array}$
.....	_____
$\begin{array}{r} 150 \end{array}$	_____
.....	_____
$\hline 2210$	_____	$\hline 2210$



Consideraciones previas

Es difícil que los alumnos por sí solos descubran el algoritmo usual de la multiplicación, que es el que se usa en las operaciones de la derecha, sin embargo se les pueden dar unos minutos para que le busquen, después de aclararles que, mientras en las operaciones de la izquierda se obtienen cuatro productos parciales, como lo hicieron en la sesión anterior, en las

de la derecha sólo se obtienen dos productos parciales, que sumados dan el producto total. Si después de algunos minutos los alumnos no encuentran una explicación que satisfaga, hay que decirles cómo se hace.

Es importante saber que los tres ejercicios que se sugieren en este Desafío no son suficientes para que los alumnos se familiaricen con el algoritmo usual de la multiplicación, es necesario que resuelvan muchos más durante un tiempo hasta que se note cierto dominio. El algoritmo desarrollado en el que se calculan tantos productos parciales como cifras hay en el multiplicando y en el multiplicador puede seguir utilizándose como recurso para comprobar los resultados que se obtienen con el algoritmo simplificado.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Hagamos cuentas

50. Hagamos cuentas

Intención didáctica

Que los alumnos usen los algoritmos de suma, resta o multiplicación al tener que resolver problemas.

Consigna

Organizados en equipos, escriban las cuentas que se necesitan para resolver cada uno de los siguientes problemas y calculen los resultados.

- a) Para ir de México a Cuautla Julián gastó \$150.00 en gasolina, \$218.00 en casetas de cobro y \$65.00 en una comida. ¿Cuánto gastó en total Julián?

- b) El día que Julián fue a Cuautla llevaba \$500.00, ¿cuánto le sobró?

- c) Julián debe ir de México a Cuautla durante 15 sábados, va y regresa en su coche el mismo día y sólo come una vez en Cuautla. ¿Cuánto dinero va a gastar Julián en transporte y comidas durante los 15 sábados?

- d) El automóvil de Julián recorre aproximadamente 12 kilómetros por cada litro de gasolina. ¿Cuántos litros necesitaría para recorrer 180 kilómetros?



Consideraciones previas

Siempre que se resuelven problemas es importante insistir en dos aspectos: que los alumnos sepan qué operación u operaciones pueden utilizar y que sepan resolver tales operaciones.

En el tercer problema de este desafío es importante observar si los alumnos escriben una multiplicación y cómo la resuelven. Se trata de una cuenta con tres cifras en el multiplicando y dos cifras en el multiplicador que pueden hacer con el algoritmo desarrollado o con el simplificado. En caso de que algunos alumnos resuelvan el problema con sumas hay que insistirles en que usen la multiplicación.

El cuarto problema implica la escritura de una división que podrán escribir de manera horizontal o con la galera. Dado que se trata de una división exacta, no es difícil que puedan resolverla.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

De viaje

51. De viaje

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan, a partir de la información contenida en un mapa y en tablas, problemas en los que sea necesario relacionar varias multiplicaciones y adiciones para dar una respuesta.

Consigna

Organizados en equipos, resuelvan el siguiente problema:

Don Javier recorre varias ciudades transportando productos textiles. Estos son los viajes que ha realizado esta semana:

Día	Ruta	Viajes
1	Acámbaro a San Juan del Río	3
	San Juan del Río a Acámbaro	2
2	San Juan del Río a Querétaro	5
	Acámbaro a San Juan del Río	4
3	Querétaro a Celaya	3
	Celaya a Querétaro	2
	Celaya a Salamanca	3
	Salamanca a Celaya	2

De acuerdo con las distancias marcadas en el mapa, ¿cuál de los tres días don Javier recorrió más kilómetros?





Consideraciones previas

Los alumnos se verán en la necesidad de relacionar los datos que proporcionan la tabla y el mapa y realizar operaciones con ellos para saber cuál es el día en que se acumularon más kilómetros. Se espera que la mayoría advierta que, aunque la respuesta se puede conocer utilizando solamente sumas, algunos cálculos se facilitan si se plantean y se resuelven multiplicaciones. Algunos de los procedimientos que los alumnos podrían seguir son:

- 3 viajes de Acámbaro a San Juan del Río y 2 viajes de San Juan del Río a Acámbaro:

a) $5 \times 106 = 530$	b) $3 \times 106 + 2 \times 106$ $318 + 212 = 530$	c) $106 + 106 + 106 = 318$ $106 + 106 = 212$ $318 + 212 = 530$
-------------------------	---	--

- 5 viajes de San Juan del Río a Querétaro y 4 viajes de Querétaro a San Juan del Río:

a) $9 \times 51 = 459$	b) $5 \times 51 + 4 \times 51$ $255 + 204 = 459$	c) $51 + 51 + 51 + 51 + 51 = 255$ $51 + 51 + 51 + 51 = 204$ $255 + 204 = 459$
------------------------	---	---

- 3 viajes de Querétaro a Celaya, 2 viajes de Celaya a Querétaro, 3 viajes de Celaya a Salamanca y 2 viajes de Salamanca a Celaya:

a) $5 \times 50 + 5 \times 44$ $250 + 220 = 470$	c) $50 + 50 + 50 = 150$ $50 + 50 = 100$ $44 + 44 + 44 = 132$ $44 + 44 = 88$ $150 + 100 + 132 + 88 = 470$
b) $3 \times 50 + 2 \times 50 + 3 \times 44 + 2 \times 44$ $150 + 100 + 132 + 88 = 470$	

Aun cuando los alumnos ya han estudiado la multiplicación, y han analizado la relación que existe entre ésta y la adición, es probable que todavía algunos recurran a cálculos como los señalados en los tres incisos c. Es recomendable que durante la puesta en común se observen diferentes soluciones, con la intención de que analicen en qué casos los cálculos se pueden simplificar si una multiplicación sustituye a una adición en la que los sumandos son iguales.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen las multiplicaciones y adiciones que puedan resolver un problema.

Consigna

Forma pareja con un compañero para realizar estas actividades.

- Lean los problemas y subrayen, en cada problema, la o las opciones donde haya operaciones con las que se puede resolver cada uno.
- Después, elijan entre ellas la que resulta más económica, es decir, el procedimiento más corto.

1. La rueda de la fortuna da 12 vueltas cada vez que se echa a andar. En la mañana del sábado se echó a andar 5 veces y por la tarde se echó a andar 16 veces más. ¿Cuántas vueltas dio en total?

- a) $12 + 5 \times 16$ b) $5 \times 12 + 16 \times 12$
c) 21×12 d) $12 \times 16 + 5$

2. Al cabo de una semana, la rueda de la fortuna ha dado un promedio de 25 vueltas por día. Si continúa con este promedio, ¿cuántas vueltas habrá dado en un mes?

- a) $25 \times 7 \times 4 + 2 \times 25$ b) $25 \times 7 + 25 \times 7 + 25 \times 7 + 25 \times 7 + 2 \times 25$
c) $4 \times 25 + 4 \times 7 + 2$ d) 30×25

3. La rueda de la fortuna tiene 14 canastillas. En cada canastilla pueden subir 2 personas. Si todas las canastillas se ocupan, ¿cuántas personas habrán subido después de 8 vueltas?

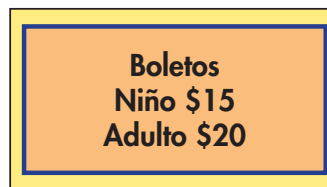
- a) $14 \times 2 + 8 \times 2$ b) $14 \times 8 \times 2$
c) $10 \times 2 + 4 \times 2 \times 8$ d) 28×8

¿Y después de 25 vueltas, cuántas habrán subido?

- a) $25 \times 2 \times 14$ b) 28×25
c) $25 \times 14 + 2$ d) $14 \times 2 + 25 \times 2$

4. El viernes se vendieron 80 boletos para la rueda de la fortuna, 37 fueron de niño y 43 de adulto. ¿Cuánto dinero se obtuvo de la venta de los 80 boletos?

- a) $37 \times 15 + 43 \times 20$
b) $80 \times 15 + 80 \times 20$
d) $35 \times 37 + 43$
c) $30 \times 15 + 7 \times 15 + 40 \times 20 + 3 \times 20$



Consideraciones previas

Ahora los alumnos se enfrentan al reto de seleccionar entre las operaciones que se presentan en cada problema, las que consideren que pueden servirles para resolverlo. Esta tarea implica que ellos interpreten las operaciones y analicen, por un lado, la relación posible entre cada operación planteada y el problema; y por otro, el significado de cada número con relación a los datos del problema.

Como se puede observar en las posibles respuestas, la suma se incluye para cálculos en los que sea necesario sumar cantidades diferentes, pues se pretende que los alumnos avancen en la construcción del significado de

la multiplicación. Se espera además, que los alumnos apliquen algunos de los aspectos estudiados anteriormente, como la jerarquía de las operaciones o la posibilidad de descomponer un número en expresiones aditivas y multiplicativas.

Se recomienda analizar con todo detenimiento cada uno de los problemas y las opciones de respuesta que dan los alumnos, ya que en todos existe más de una respuesta correcta. Lo que se debe enfatizar es la posibilidad de establecer diferentes tipos de operación que permiten resolver la misma situación.

Es importante escuchar las discusiones que se generen al interior de los equipos para conocer cómo interpretan los alumnos los números en cada operación; por ejemplo, ¿qué representa para ellos el 21 en la operación 21×12 ? O en otro de los problemas, ¿es posible que sea correcta una operación que incluya el 28 si ese número no es un dato que se lea en el problema?

Una estrategia que puede enriquecer la puesta en común es que, además de mencionar cuáles son las opciones que eligieron para resolver el problema, algunas parejas expliquen cómo decidieron cuáles eran las operaciones más adecuadas, y otras parejas expongan cómo decidieron cuáles eran los cálculos que no iban a dar una respuesta correcta al problema.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Cuadriláteros

53. Cuadriláteros

Intención didáctica

Que los alumnos construyan cuadriláteros y describan algunas de sus características.



ANTES

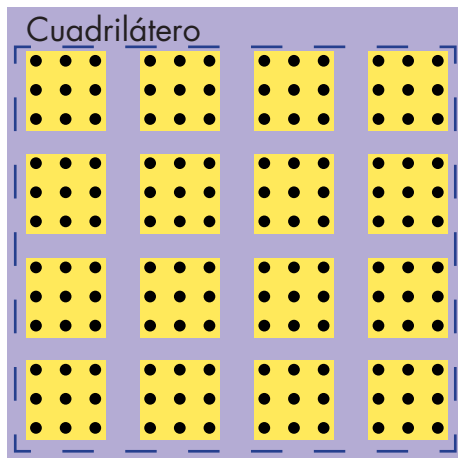
Antes de realizar la actividad, prepare en un pliego de papel la tabla que se propone en el Desafío.



Consigna

Organizados en equipo realicen la siguiente actividad.

En cada conjunto de puntos tracen una figura de cuatro lados de tal manera que sus vértices sean cuatro de los puntos. Dos figuras con igual forma y medida se consideran como una sola. En total hay 16 figuras, ¡encuéntrenlas todas!



Consideraciones previas

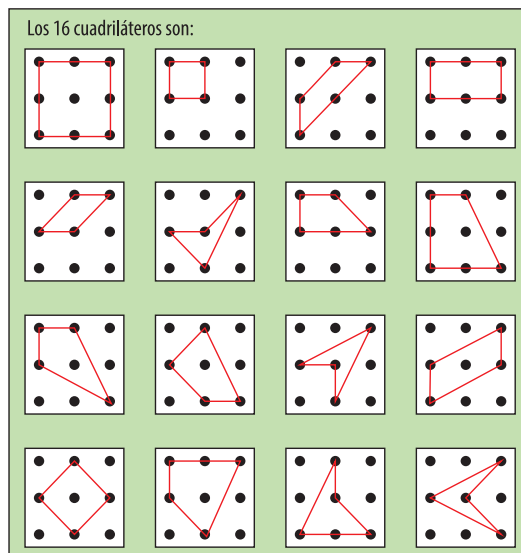
Previamente prepare un pliego de papel semejante al del material recortable de los alumnos, de tamaño suficiente para que todo el grupo lo trabaje. Es importante aclarar que cuando los alumnos hayan registrado las figuras, este pliego se ocupará en la sesión siguiente.

Cuando los alumnos hayan terminado de trabajar en su hoja, pasarán al frente del grupo para registrar en el pliego de papel los cuadriláteros que encontraron. Cuando estén completos, pida a algunos alumnos que digan lo que saben de cada figura, incluyendo el nombre, por ejemplo:

Es un cuadrado
 Tiene dos pares de lados paralelos
 Es simétrico
 Sus ángulos son iguales

Sus cuatro lados son iguales.
 Tiene lados perpendiculares.
 Tiene cuatro ejes de simetría.
 Sus ángulos miden 90° .

De algunas figuras no podrán enumerar muchas características, incluso tal vez no sepan su nombre. Si el maestro lo considera conveniente puede decirles los nombres de las figuras y alguna característica que los alumnos no identifiquen.



Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿En qué se parecen?

54. ¿En qué se parecen?

Intención didáctica

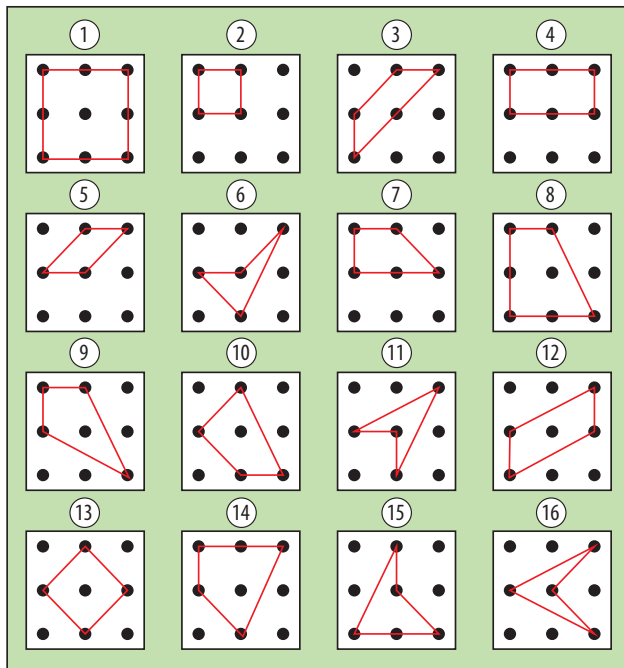
Que los alumnos identifiquen la característica común de colecciones de cuadriláteros y que identifiquen los cuadriláteros que tienen cierta característica.

Consigna 1

Observen el pliego de papel del profesor que contiene los cuadriláteros de la sesión anterior, él señalará varias figuras y ustedes dirán qué característica en común tienen esos cuadriláteros.

Consigna 2

Ahora, el profesor nombrará una característica y ustedes dirán cuáles cuadriláteros, de los que están en el papel del profesor, tienen esa característica.





Consideraciones previas

Previamente numere los cuadriláteros de la sesión anterior y pegue el pliego de papel al frente, por ejemplo:

Para la consigna 1: las colecciones que puede proponer son:

- a) 1, 2 y 13 (lo que tienen en común es que son cuadrados).
- b) 1, 2, 4, 5, 12 y 13 (tienen dos pares de lados opuestos paralelos).
- c) 3, 7 y 8 (tienen sólo un par de lados paralelos).
- d) 1, 2, 3, 4, 9, 11, 13 y 16 (tienen al menos un eje de simetría).
- e) 6, 11, 15 y 16 (tienen un ángulo mayor de 180°).
- f) 9, 10 y 14 (no tienen lados paralelos).

El maestro puede proponer otras colecciones de cuadriláteros con alguna característica común, incluso puede proponer a los alumnos que mencionen otras colecciones.

Para la consigna 2: el maestro puede mencionar características como:

- a) Tienen exactamente un eje de simetría (3, 9, 11 y 16).
- b) Tienen exactamente dos ejes de simetría (4).
- c) Tienen cuatro ejes de simetría (1, 2 y 13).
- d) Tienen sólo un par de lados paralelos (3, 7 y 8)

Asimismo, puede pedir que los alumnos las mencionen.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Los habitantes de México

55. Los habitantes de México

Intención didáctica

Que los alumnos contesten preguntas con base en información explícita e implícita en tablas y gráficas de barras.

Consigna

Organizados en equipos, contesten las preguntas que se plantean en los dos problemas siguientes.

Las siguientes tablas presentan el número de habitantes que tenían las entidades federativas de nuestro país según el censo de 2010 hecho por el INEGI. Con base en esta información contesten las preguntas que se presentan enseguida.

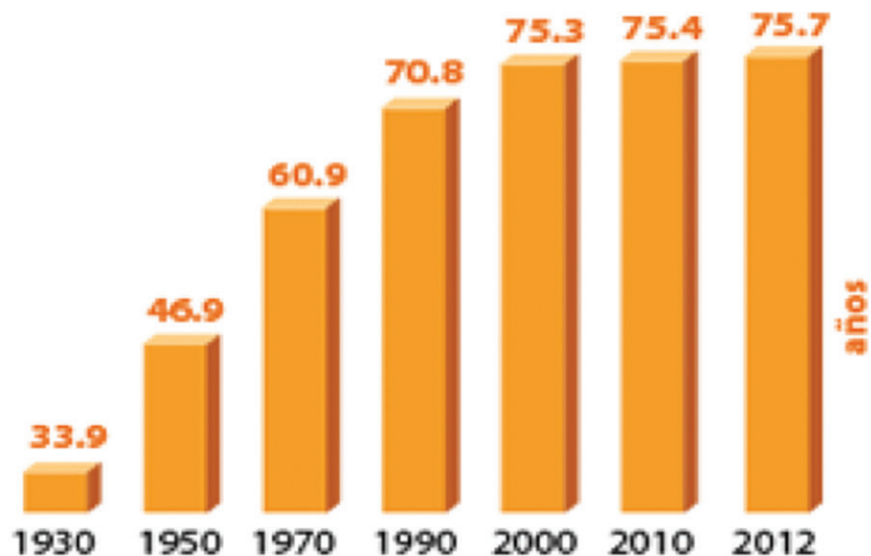
Entidad federativa	Población total (2010)
Aguascalientes	1 184 996
Baja California	3 155 070
Baja California Sur	637 026
Campeche	822 441
Coahuila de Zaragoza	2 748 391
Colima	650 555
Chiapas	4 796 580
Chihuahua	3 406 465
Distrito Federal	8 851 080
Durango	1 632 934
Guanajuato	5 486 372
Guerrero	3 388 768
Hidalgo	2 665 018
Jalisco	7 350 682
México	15 175 862
Michoacán de Ocampo	4 351 037

Entidad federativa	Población total (2010)
Morelos	1 777 227
Nayarit	1 084 979
Nuevo León	4 653 458
Oaxaca	3 801 962
Puebla	5 779 829
Querétaro	1 827 937
Quintana Roo	1 325 578
San Luis Potosí	2 585 518
Sinaloa	2 767 761
Sonora	2 662 480
Tabasco	2 238 603
Tamaulipas	3 268 554
Tlaxcala	1 169 936
Veracruz de Ignacio de la Llave	7 643 194
Yucatán	1 955 577
Zacatecas	1 490 668

a) ¿Qué estado de la República Mexicana tiene el mayor número de habitantes?	
b) ¿Cuál es la entidad con menor número de habitantes?	
c) Si se suma la población de las entidades que se encuentran en la frontera del norte y las que se encuentran en la frontera del sur, ¿quiénes reúnen más habitantes?	
d) ¿Cuál es la diferencia entre la entidad más poblada y la menos poblada, en número de habitantes?	
e) Busquen la entidad en la que viven y anoten el número de habitantes que se reportó en el censo de 2010.	
f) ¿Cuáles son las entidades que tienen menos de un millón de habitantes?	

2. Con la información que da la siguiente gráfica contesten las preguntas.

La esperanza de vida se refiere al número de años que en promedio se espera que viva una persona después de nacer. Una esperanza de vida alta indica un mejor desarrollo económico y social en la población. La gráfica muestra la "esperanza de vida" en diferentes años en nuestro país.



Fuente: Indicadores Sociodemográficos de México (1930-2000)

a) ¿Cuál era la esperanza de vida en 1930?	
b) ¿Cuántos años en promedio puede vivir su generación?	
c) ¿Cuántos años ha aumentado la esperanza de vida de 1950 a 2010?	
d) ¿Creen que el tipo de alimentación influya para que la esperanza de vida haya aumentado tanto en las últimas décadas?	
¿Por qué?	
e) ¿Qué cosas consideran que puedan influir para que el nivel de vida aumente?	

Consideraciones previas

Aunque los alumnos ya han realizado este tipo de trabajo en otros momentos, es necesario que sigan tratando de interpretar tablas y gráficas, pues es una forma muy común de presentar información.

Ahora se trata también de que además de leer lo que las tablas y las gráficas dicen, se pueda dar información para la cual es necesario ir más allá de los que estos portadores pueden decir.

Aquí pondrán en juego varios conocimientos estudiados en otros contenidos. Por ejemplo, en la tabla se presenta el número de habitantes por entidad, pero el orden en que aparece está dado alfabéticamente, así que se verán en la necesidad de comparar números para determinar el que tiene más habitantes o el que tiene menos.

De igual forma, habrá la necesidad de operar con ellos para responder a la diferencia entre el que tiene el mayor y el menor número de habitantes.

Otro aspecto importante a resaltar es la posibilidad que se tiene de correlacionar este trabajo con otras asignaturas, como es el caso de Geografía, ya que será necesario que reconozcan los estados que son frontera con los países que limitan con el nuestro, tema que estudian en el bloque 1 de esta asignatura.

En el caso de la gráfica de barras sucede algo semejante, en tanto que los alumnos no se concretarán sólo a dar respuestas numéricas extraídas de ella, sino que habrán de poner en juego conocimientos estudiados en la asignatura de Ciencias Naturales, bloque 1, donde analizan el aporte nutrimental de los alimentos, la importancia de las vacunas y cómo su descubrimiento ha permitido que la esperanza de vida aumente.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

56. Cuida tu alimentación

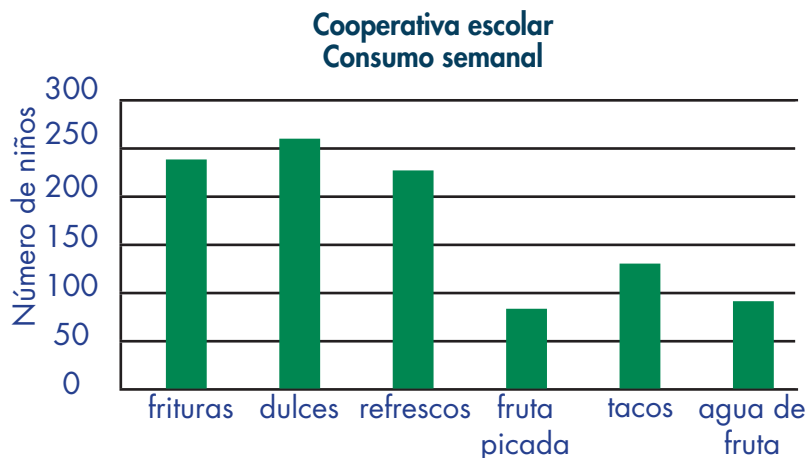
Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones entre la información presentada en una tabla y la que aparece en una gráfica de barras, con la finalidad de que obtengan sus propias conclusiones.

Consigna

En la siguiente tabla se registraron los problemas de sobrepeso de la escuela Netzahualcóyotl y en la gráfica la venta semanal de algunos productos. Con base en la información de la tabla y la gráfica, organizados en equipos contesten las preguntas que se hacen.

Escuela nezahualcóyotl					
		Con sobrepeso		En riesgo	
Grupo	No. de alumnos	Niños	Niñas	Niños	Niñas
1°.	35	4	5	3	3
2°.	32	3	3	2	1
3°.	40	4	3	1	3
4°.	38	2	1	2	2
5°.	36	1	1	4	3
6°.	40	3	3	2	3



a) ¿En qué grupo hay más alumnos con problemas de sobrepeso?

b) ¿Consideran que hay más riesgo de sobrepeso en las niñas que en los niños?

¿Por qué?

c) ¿Qué se vende más en la cooperativa de la escuela?

d) ¿Creen que exista alguna relación entre el problema de sobrepeso y lo que consumen los niños de esta escuela?

¿Por qué?

e) Además de la alimentación, ¿qué otras sugerencias les darían a los alumnos de esta escuela para disminuir el problema del sobrepeso?



Consideraciones previas

A diferencia del trabajo realizado en el Desafío anterior, ahora se trata de relacionar la información presentada en los dos recursos (tabla y gráfica de barras). Si bien es importante contestar preguntas con información que se

obtiene directamente de la tabla o la gráfica, como por ejemplo: ¿En qué grupo hay más alumnos con problemas de sobrepeso? y ¿Qué se vende más en la cooperativa de la escuela?, hay mayor exigencia cuando se tiene que considerar la información de los dos portadores, tal es el caso de la pregunta del inciso d, cuya intención es que los alumnos, después de analizar y discutir la información en ambos, concluyan que un factor importante del sobrepeso de las personas es el tipo de alimentación, en la gráfica puede apreciarse que los alumnos de esta escuela tienen un alto consumo de alimentos que producen sobrepeso (frituras, dulces y refrescos).

Una vez que se ha tocado un problema de salud muy importante para nuestro país, el sobrepeso, vale la pena comentarlo un poco más, la pregunta que tiene esa finalidad es la del inciso e, la construcción de la respuesta conlleva a identificar algunos factores de riesgo y hacer conciencia en los alumnos para evitarlos. Entre otras cosas, se trata de promover una alimentación balanceada y de fomentar la práctica de los deportes.

En relación con la interpretación de la información de la tabla y la gráfica, se sugiere subrayar los siguientes aspectos:

En el inciso a se hace referencia a alumnos, es decir, niños y niñas con sobrepeso, no únicamente niños, no únicamente niñas, no se considera a los que están en el estatus de riesgo. El grupo con más problemas de sobrepeso es el de primero, con una frecuencia de nueve.

En el inciso b se hace referencia a los niños y las niñas de todos los grupos con el estatus de riesgo. Por cierto, el riesgo es muy similar, niños 14 y niñas 15.

En el inciso c, las alturas de las barras determinan la frecuencia de consumo de los alimentos, tomando como referencia la escala del eje vertical. Los alimentos de mayor consumo son los dulces, frituras y refrescos, con una frecuencia aproximada de 250, 230 y 220 respectivamente.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Qué parte es?

57. ¿Qué parte es?

Intención didáctica

Que los alumnos calculen fracciones de cantidades enteras.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas:

1. Durante los últimos 4 meses, una fábrica de calzado ha vendido su producción de la siguiente manera:

- $\frac{1}{4}$ parte a un distribuidor de Celaya.
- $\frac{3}{5}$ partes a un distribuidor en Colima.
- El resto de la producción fue vendida al menudeo por la misma fábrica.



Completen la siguiente tabla para determinar la cantidad de la producción que se vendió a cada distribuidor.

Mes	Producción (pares de zapatos)	Venta a Celaya (pares de zapatos)	Venta a Colima (pares de zapatos)	Venta a Menudeo (pares de zapatos)
Marzo	7 600			
Abril	6 100			
Mayo	10 500			
Junio	12 300			

2. Una familia compró un taxi, para ello el papá aportó \$ 80 000, la mamá \$ 40 000 y el hijo será quien lo maneje. Los tres decidieron repartir las ganancias que se obtengan de la siguiente forma: al papá $\frac{4}{8}$ de las ganancias, a la mamá $\frac{1}{5}$ y al hijo $\frac{3}{10}$. A continuación se muestran las ganancias obtenidas en los últimos 5 días, calculen la cantidad de dinero que le corresponde a cada uno y completen la tabla.



Día	Ganancia (pesos)	Papá (pesos)	Mamá (pesos)	Hijo (pesos)
Lunes	560			
Martes	480			
Miércoles	640			
Jueves	490			
Viernes	510			

Consideraciones previas

Los alumnos han calculado fracciones de magnitudes continuas como superficies de figuras y longitudes; ahora se trata de calcular fracciones de magnitudes discretas como pueden ser el dinero o los zapatos que se usan en este Desafío.

En el primer problema, seguramente los alumnos se darán cuenta que basta con dividir las cantidades producidas entre cuatro y ese número representa $\frac{1}{4}$ de la producción. En el caso de Colima, no sólo deberán dividir las cantidades producidas entre cinco, sino multiplicar el número resultante por tres, o bien sumarlo tres veces para obtener la cantidad correcta. Un error común es esto último, es decir, que a los alumnos se les olvida que se indica obtener $\frac{3}{5}$ partes y no $\frac{1}{5}$.

Además, se pide encontrar el resto de la producción (la vendida al menudeo); es probable que los alumnos identifiquen la fracción que le corresponde a esta cantidad ($\frac{3}{20}$) y después la apliquen a la producción mensual. Otros seguramente se darán cuenta que esto ya no es necesario pues basta con restar a la producción trimestral la venta del distribuidor de Celaya y al resultado restarle la venta del distribuidor de Colima, o bien, sumar las ventas de los dos distribuidores y el resultado restarlo a la producción mensual.

Un ejemplo de esto es:

- $(\text{Producción de marzo}) - (\text{venta a Celaya}) = 5700 - (\text{venta a Colima}) = (\text{venta al menudeo})$
- $7\ 600 - 1\ 900 = 5\ 700$; $5\ 700 - 4\ 560 = 1\ 140$
- $(\text{venta a Celaya}) + (\text{venta a Colima}) = 6460$; $(\text{producción total}) - (\text{la suma de la venta Celaya-Colima})$
- $1\ 900 + 4\ 560 = 6\ 460$; $7\ 600 - 6\ 460 = 1\ 140$

Es conveniente que los alumnos validen sus propios resultados, por ello, al terminar de llenar la tabla, podría preguntárseles, ¿de qué manera pueden verificar que sus resultados son correctos?

Una forma es verificar que la suma de las tres ventas corresponda con la producción trimestral.

Por otra parte, también es importante que los alumnos sepan discriminar la información que contiene un problema, es decir, saber cuál es útil para contestar lo que se pide y cuál no, como en el caso del problema 2, donde las aportaciones de la mamá (\$40 000) y del papá (\$80 000) son datos innecesarios para llegar a las respuestas, por lo tanto, si los alumnos los consideran, es conveniente discutir ampliamente sus argumentos.

Para conocer las ganancias del papá, es probable que los alumnos calculen primero una octava parte y después multipliquen el resultado por 4, si así sucede, para los días jueves y viernes tendrán mayor complejidad, ya que las cantidades no son múltiplos de 8 y por lo tanto será necesario trabajar con decimales, una buena alternativa es trabajar con fracciones equivalentes, $\frac{4}{8}$ es equivalente a $\frac{1}{2}$, en consecuencia, el dinero que le corresponde al papá es la mitad de la ganancia diaria.

Por las fracciones que les corresponde al hijo y a la mamá, se hace pertinente el uso de otras expresiones equivalentes: $\frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{1}{5}$. Para obtener el dinero de la mamá puede calcularse la décima parte de la ganancia y después duplicar el resultado.

Si a los alumnos no se les ocurren estos procedimientos, vale la pena comentárselos como una forma más de obtener los resultados.

Una vez completada la tabla, los alumnos pueden verificar que la ganancia por día sea igual a la suma de las cantidades que reciben diariamente el papá, la mamá y el hijo.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Qué fracción es?

58. ¿Qué fracción es?

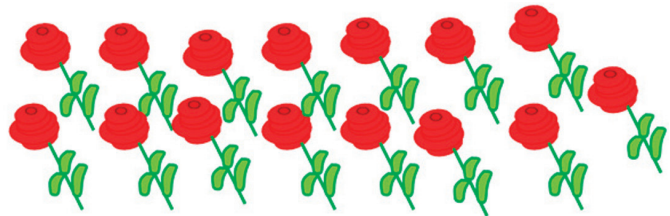
Intención didáctica

Que los alumnos determinen a partir de una cantidad dada qué fracción representa una parte de ella.

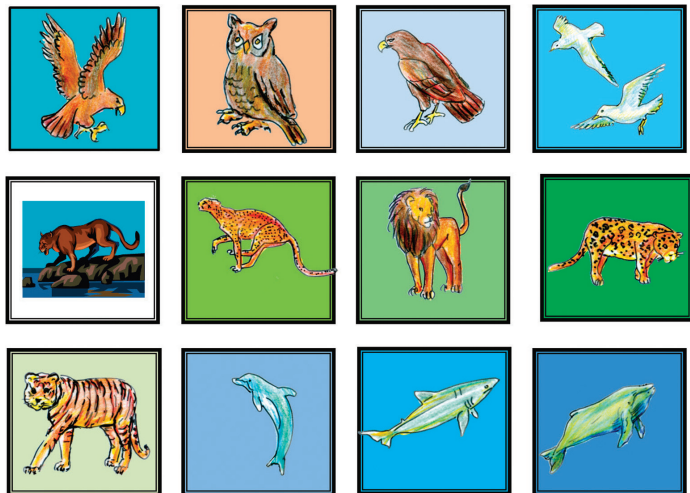
Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas:

1. En un grupo de 4° grado compraron rosas y claveles para obsequiarlas el 10 de mayo. De acuerdo con la ilustración, ¿qué fracción del total de flores son claveles?



2. Juan está completando su álbum de animales acuáticos, felinos y aves. La siguiente ilustración representa las estampas que tiene repetidas. ¿Qué fracción del total de estampas repetidas corresponde a cada grupo?



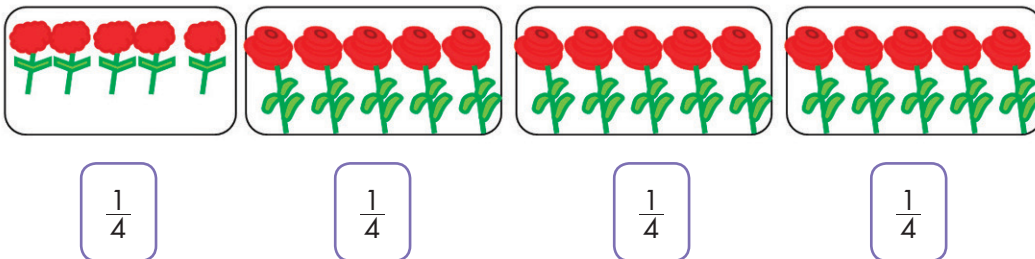
3. En la siguiente tabla se registraron los vehículos que utilizaron una caseta de cobro en dos horas distintas de un día. Complétela, escribiendo la fracción que le corresponde a cada tipo de auto de acuerdo con el total de usuarios en esa hora.

Tipo de vehículo	De las 9:00 a las 10:00 horas	Fracción	de las 15:00 a las 16:00 horas	Fracción
Auto particular	30		20	
Autobús de pasajeros	50		24	
Camión de carga	20		16	

Consideraciones previas

En los dos primeros problemas las cantidades están representadas gráficamente, es decir, para establecer una relación hay que realizar conteos, en el tercero las cantidades están dadas con cifras, por lo que puede resultar más complejo para los alumnos.

En el caso del primer problema se tienen 20 flores, de las cuales 5 son claveles, ¿qué fracción del total corresponde a los claveles? Es posible que los estudiantes primero determinen que una flor es $\frac{1}{20}$ del total, por lo tanto, los claveles representan $\frac{5}{20}$; otra posibilidad es que gráficamente determinen 4 subconjuntos de flores en donde uno de ellos corresponde a los claveles, por lo tanto, la fracción que representa es $\frac{1}{4}$.



Una posibilidad más es que logren identificar la razón "5 de 20" y que la representen mediante una fracción ($\frac{5}{20}$). Aprovechar la ocasión para manejar equivalencias como: $\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{5}{20}, \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

Una pregunta que se puede hacer también es, *¿qué fracción del total de flores corresponde a las rosas?* Pedir que verifiquen que el todo es igual a la suma de sus partes, es decir, que al sumar la fracción que representan los claveles y la fracción que representan las rosas debe obtenerse 1.

Pensar en esta unidad que se obtiene es diferente a pensar en tener una flor y dividirla en varias partes, por lo que ésta es otra forma de concebir a la fracción.

El segundo problema, a diferencia del primero, son varias las fracciones que hay que determinar, aunque todas ellas son parte de la misma cantidad (12 estampas).

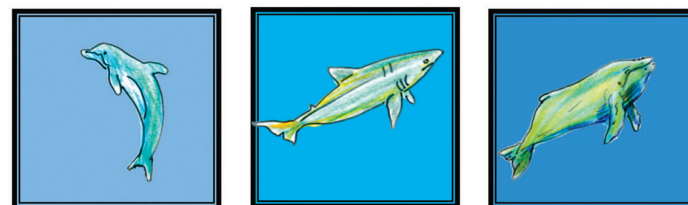
La fracción $\frac{5}{12}$ corresponde a los felinos.



$\frac{4}{12}$ o $\frac{1}{3}$ corresponde a las aves.



y $\frac{3}{12}$ o $\frac{1}{4}$ corresponde a los acuáticos.



Se sugiere hacer notar el uso de fracciones equivalentes para representar la misma cantidad.

El tercer problema es un poco más complejo, por un lado las cantidades totales son dos (autos por cada hora) y éstas no están dadas, hay que calcularlas (100 autos de 9:00 a 10:00 y 60 de 15:00 a 16:00 horas) y en segundo lugar porque algunas fracciones toman como referencia a 100 (tercera columna) y otras a 60 (quinta columna).

Igual que en los casos anteriores, se sugiere analizar con detalle los procedimientos empleados por los alumnos y subrayar el uso de fracciones equivalentes, por supuesto no olvidar que verifiquen que las tres fracciones obtenidas para cada hora sumen 1.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Cuántos eran?

59. ¿Cuántos eran?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la cantidad total a partir de una fracción dada.

Consigna

Resuelvan los siguientes problemas en parejas:



1. El equipo que está con la maestra Elena representa la séptima parte del grupo, ¿cuántos alumnos hay en ese grupo?

2. Este año en el zoológico se observó que la población de patos correspondía a las $\frac{2}{5}$ partes del total de la población de aves acuáticas. Si hay 36 patos, ¿cuál es el total de aves acuáticas?

3. En una bodega había cajas con frascos de frutas y verduras en conserva.

Del total de frascos, $\frac{2}{3}$ eran con fresas, la cuarta parte eran frascos con duraznos, y también había 2 frascos de chiles y zanahorias, que representaban $\frac{1}{12}$ del total de envases.

- a) ¿Cuántos frascos había en las cajas?

- b) ¿Cuántos frascos de cada producto había?



Consideraciones previas

Anteriormente los alumnos resolvieron problemas en los que debían completar una figura a partir de mostrarles una fracción de la misma, es decir, se partía de la idea de un entero como unidad fraccionada. Ahora se trata de que calculen el total de elementos que integran la unidad de referencia a partir de una fracción de la misma.

Es recomendable que los alumnos discutan grupalmente las respuestas y procedimientos de un problema antes de resolver el siguiente; esta estrategia permite que enriquezcan sus procedimientos e incorporen los que consideren útiles.

En el primer problema es necesario advertir que la unidad de referencia es el total de alumnos del grupo y que, en este caso, debe ser siete veces la cantidad de niños que se observan en la ilustración. Aunque se espera que los alumnos multipliquen 3 por 7 para obtener la respuesta, es probable que algunos necesiten dibujar siete veces tres niños.

El segundo problema presenta la dificultad de que 36 no se divide exactamente entre 5 por lo que se puede pensar de la siguiente forma: si 36 patos representan $\frac{2}{5}$ partes de todas las aves, entonces la mitad (18 patos) representan $\frac{1}{5}$, así que $18 \times 5 = 90$ es el total de aves acuáticas.

La solución del tercer problema implica utilizar recursos analizados en sesiones anteriores, pues el resultado de calcular el total de frascos, será nueva información para conocer cuántos frascos corresponden a la fracción de los otros productos.

Un procedimiento que los alumnos pueden utilizar para responder este problema es el siguiente:

Si 2 frascos de zanahorias y chiles representan $\frac{1}{12}$ del total de frascos, entonces se puede multiplicar 2×12 para obtener un total de 24 frascos en las cajas.

De donde $\frac{2}{3}$ contienen fresas, así que: $24 \div 3 = 8$ y $8 \times 2 = 16$ frascos de fresas.

$\frac{1}{4}$ tienen duraznos, entonces $24 \div 4 = 6$ frascos de duraznos.

La comprobación es: 16 frascos de fresas + 6 de duraznos + 2 de chiles y zanahorias = 24



Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Primero fíjate si va!

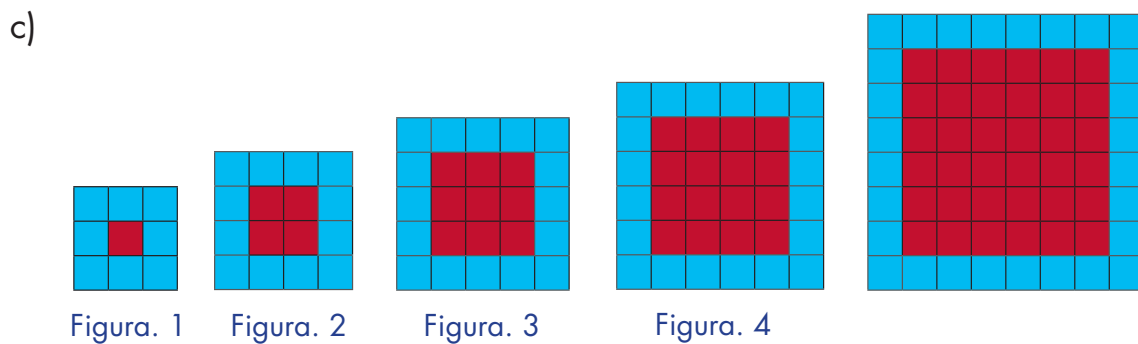
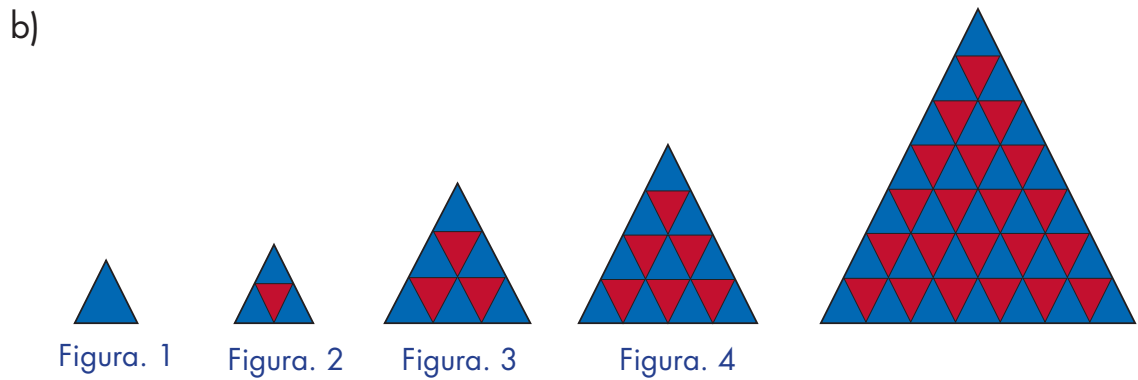
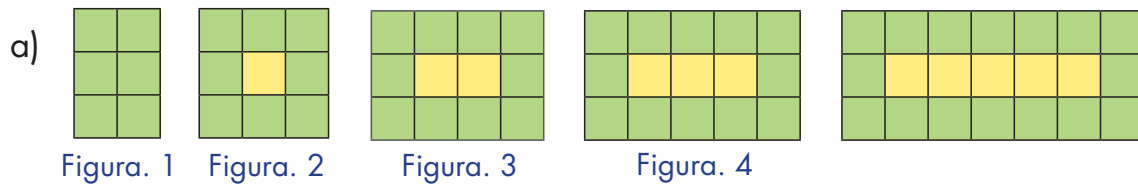
60. ¡Primero fíjate si va!

Intención didáctica

Que los alumnos determinen si una figura corresponde o no a la sucesión representada.

Consigna

Organizados en equipos, determinen en cada caso si la figura de la derecha corresponde o no a la sucesión de figuras. En caso afirmativo, determinen qué lugar le corresponde.





Consideraciones previas

Los alumnos ya han resuelto problemas con sucesiones donde sólo entraba en juego un elemento que iba variando de acuerdo con el lugar que ocupaba.

Ahora se trata de que identifiquen la variación entre dos características que se tomen en cuenta en las figuras. Por ejemplo, en el primer ejercicio se tienen en la misma figura cuadrados verdes y cuadrados amarillos.

Al observar cómo cambian de acuerdo con el lugar que ocupan se pueden establecer las siguientes sucesiones:

Número de figura	1	2	3	4
Número de cuadrados verdes	6	8	10	12
Número de cuadrados amarillo	0	1	2	3

No es necesario que los alumnos presenten una tabla como la anterior, sin embargo se les puede presentar como una forma de apreciar con mayor claridad la variación que se da en la sucesión de los cuadrados de cada color.

Con este análisis, los alumnos podrán determinar si la figura de la derecha (16 cuadrados verdes y 5 cuadrados amarillos) corresponde o no a la sucesión; y si corresponde, podrán decir qué número de lugar le corresponde (en este caso, la figura sí corresponde a la sucesión y es la figura número 6).

Para los otros casos, se espera el mismo trabajo descrito anteriormente y que los alumnos lleguen a la conclusión de que en el caso del inciso b, la figura sí corresponde a la sucesión y es la figura número 7; mientras que en el caso del inciso c, la figura de la derecha no corresponde a la sucesión presentada.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Estructuras de vidrio

61. Estructuras de vidrio

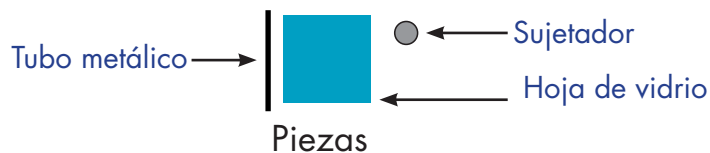
Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que implican establecer relaciones entre las distintas variables que intervienen en sucesiones compuestas formadas con figuras.

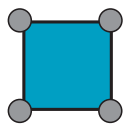
Consigna

En equipos de tres integrantes, resuelvan el siguiente problema:

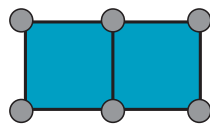
A Diego le encargaron armar estructuras de vidrio para la fachada de un edificio. Las piezas que necesita son: hojas de vidrio cuadrado, tubo metálico y sujetadores.



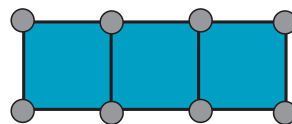
La secuencia de estructuras que debe armar es la siguiente:



Estructura 1



Estructura 2



Estructura 3

- a) ¿Cuántos tubos metálicos y cuántos sujetadores necesita Diego para hacer una estructura con 5 hojas de vidrio?

- b) ¿Cuántos tubos metálicos y cuántos sujetadores necesita Diego para hacer una estructura con 10 hojas de vidrio?



Consideraciones previas

La idea principal de este problema es que los alumnos identifiquen las regularidades de los elementos que intervienen en las estructuras (tubos, hojas de vidrio y sujetadores).

Con respecto al inciso a, es probable que algunos alumnos recurran al dibujo para resolver el problema, otros, tal vez establezcan sucesiones numéricas de los diferentes componentes de las estructuras:

Sucesión numérica de la cantidad de hojas de vidrio: 1, 2, 3, 4, 5,...

Sucesión numérica del número de tubos: 4, 7, 10, 13, 16,...

Sucesión numérica del número de sujetadores: 4, 6, 8, 10, 12,...

Y analicen la relación entre ellos:

Hojas de vidrio	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tubos	4	7	10	13	16	19	22	25	28	30
Sujetadores	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22

En este caso, la respuesta sobre el número de tubos y sujetadores para una estructura con 5 hojas de vidrio es: 16 tubos y 12 sujetadores.

En el caso de la pregunta del inciso b, quizá algunos alumnos continúen dibujando la secuencia de figuras de la sucesión y luego cuenten los elementos necesarios; sin embargo, quienes resolvieron el inciso anterior a partir de establecer sucesiones numéricas es muy probable que continúen cada una de las sucesiones hasta los 10 términos.

También puede suceder que otros piensen que como para 5 hojas de vidrio se necesitan 16 tubos y 12 sujetadores, entonces, para 10 hojas de vidrio se necesitan 32 tubos y 24 sujetadores.

Si esto ocurre, hay que pedirles que comprueben sus respuestas haciendo, por ejemplo, los dibujos.

Para reafirmar los conocimientos adquiridos, se puede proponer otros problemas como por ejemplo:

Se está armando un piso de madera con las siguientes sucesiones de estructuras:

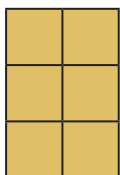


Figura. 1

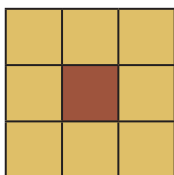


Figura. 2

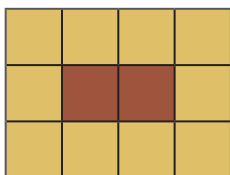


Figura. 3

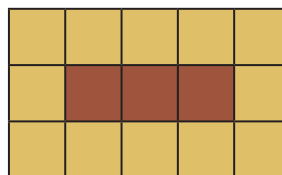


Figura. 4

¿Cuántos cuadrados de color café y cuántos de color beige se necesitan para armar una estructura de 30 piezas en total y que corresponda con la sucesión? ¿Cuál es el perímetro de esta estructura de 30 piezas?

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Intención didáctica

Que los alumnos relacionen las variables que intervienen en una sucesión compuesta formada con figuras con la sucesión numérica que se deriva de ellas.

Consigna

En parejas resuelvan los siguientes problemas.

1. La siguiente sucesión numérica corresponde al número de cuadrados verdes y azules de la sucesión de figuras. ¿Cuáles son los cuatro términos que continúan esta sucesión?

6, 0, 8, 1, 10, 2, 12, 3, _____, _____, _____, _____, ...

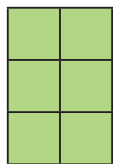


Figura. 1

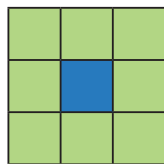


Figura. 2

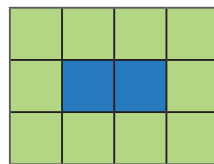


Figura. 3

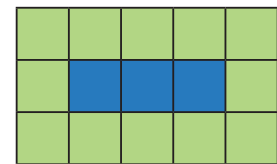


Figura. 4

2. Escriban la sucesión numérica que corresponde al número de cuadrados azules y rojos de la siguiente sucesión de figuras:

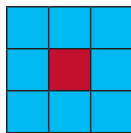


Figura. 1

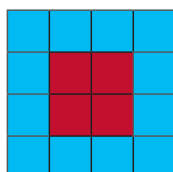


Figura. 2

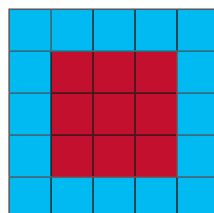


Figura. 3

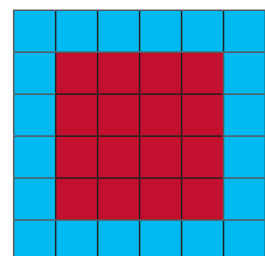


Figura. 4

Sucesión: _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____

a) ¿Los números 5 y 10 corresponden a la sucesión numérica?

¿Por qué?

b) ¿Cuántos cuadrados azules tendrá la figura 5 de la sucesión?

¿Y cuadrados rojos?

Consideraciones previas

En el primer caso se espera que los alumnos identifiquen que el primer término de la sucesión numérica corresponde al número de cuadrados verdes, mientras que el segundo término corresponde al número de cuadrados azules. Es probable que en algunos equipos realicen el análisis de la sucesión numérica compuesta separando las dos sucesiones que la componen; por ejemplo:

Sucesión de cuadrados verdes: 6, 8, 10, 12,....

Sucesión de cuadrados azules: 0, 1, 2, 3,....

Luego, a partir de ellas, se den cuenta que la regularidad de cuadrados verdes aumenta de 2 en 2; mientras que la regularidad de cuadrados azules aumenta de 1 en 1. Y que ambas sucesiones van intercaladas y empiezan con el número que corresponde a los cuadrados verdes:

6, 0, 8, 1, 10, 2, 12, 3,...

Si esto no ocurre, se les podría preguntar: ¿Cuántos cuadrados verdes y cuántos azules tendrá la figura que ocupe el lugar 5? ¿Y la que ocupe el lugar 10?

Finalmente, se espera que los alumnos puedan determinar que los cuatro términos que continúan la sucesión son:

6, 0, 8, 1, 10, 2, 12, 3, 14, 4, 16, 5

Con respecto a la segunda actividad, se esperaría que ya no tengan dificultades en determinar que la sucesión numérica se deriva del número de cuadrados azules y rojos:

8, 1, 12, 4, 16, 9, 20, 16,....

Ya sea que se dejen de tareas y se revisen en clase o si el tiempo de la clase lo permite, se puede pedir a los alumnos que inventen sucesiones numéricas compuestas y que las intercambien con otros compañeros para que encuentren términos faltantes o términos que continúan.

También se les puede plantear sucesiones de figuras y que los alumnos elaboren diferentes sucesiones numéricas compuestas, por ejemplo:

- Sucesión de números de cubos que se ven con número de caras azules.
- Sucesión de números de cubos que se ven con número de caras verdes.
- Sucesión de números de cubos con número de caras que se pueden ver.



Figura. 1



Figura. 2

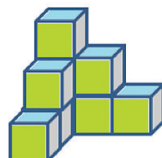


Figura. 3

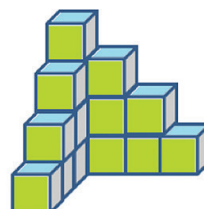


Figura. 4

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Problemas olímpicos

63. Problemas olímpicos

Intención didáctica

Que los alumnos interpreten la parte decimal de un número en el contexto de la medición para resolver problemas aditivos.

Consigna

Resuelvan los siguientes problemas en parejas:

1. La Gimnasia Femenil es una de las pruebas que se realizan en las Olimpíadas. Las gimnastas realizan cuatro pruebas: Caballo o Potro, Barra de equilibrio, Barras asimétricas y Ejercicios de piso. Éstas son las medidas de los aparatos que se utilizan:

Aparato	Altura desde el piso	Largo	Ancho
Barras asimétricas	Superior: 2.35 m	1.50 m	0.07 m
	Inferior: 1.5 m		
Barra de equilibrio	1.2 m	5 m	0.10 m
Caballo o potro	1.20 m	1.6 m	0.35 m

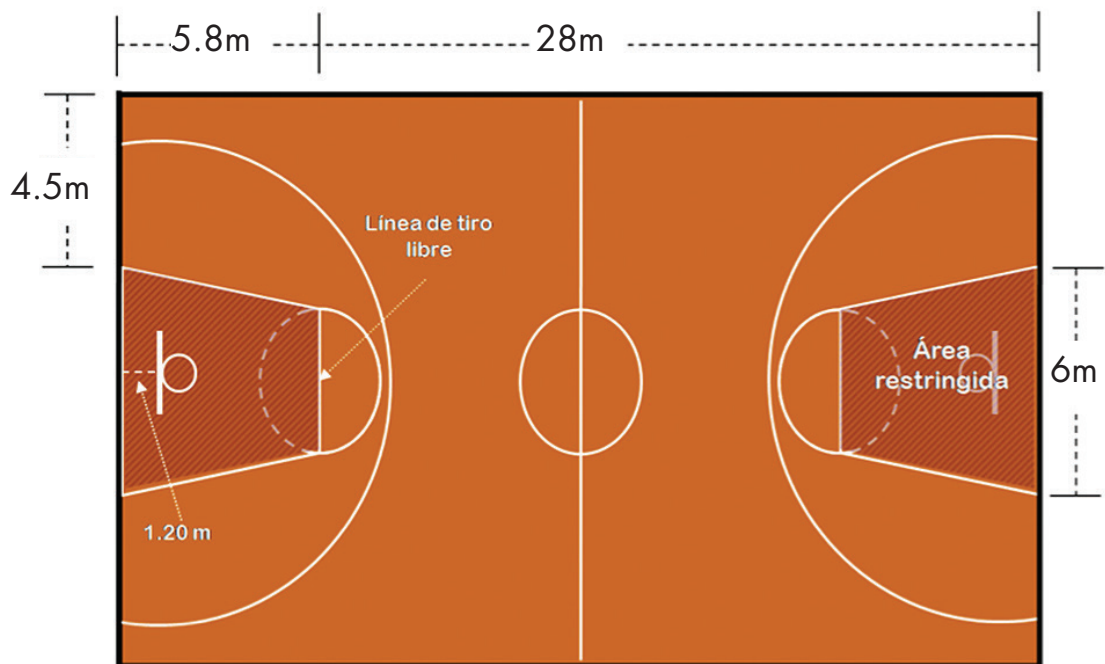
- a) ¿Cuál es la diferencia entre el largo del caballo y el largo de la barra de equilibrio?
-

- b) ¿Cuántos centímetros mide el ancho de cada barra asimétrica?
-

- c) ¿Cuántos centímetros es más ancho el caballo que la barra de equilibrio?
-

- d) ¿Cuál es la diferencia entre la altura de las dos barras asimétricas?
-

2. El básquetbol se hizo oficial como categoría olímpica en los Juegos Olímpicos de 1936. En los Juegos Olímpicos de 1928 y de 1932 solamente fue un deporte de exhibición. Éstas son algunas de las medidas de la cancha en la que se practica este deporte:



a) ¿Cuál es la distancia entre la línea de tiro libre y la línea de media cancha?

b) ¿Qué distancia hay entre las dos líneas de tiro libre?

c) Si un jugador logra encestar desde la línea de media cancha, ¿cuál es la longitud de su tiro?

d) ¿Cuál es la medida del ancho de la cancha?



Consideraciones previas

Anteriormente los alumnos resolvieron problemas aditivos con números decimales en el contexto del dinero, ahora se trata que operen con este grupo de números en otro contexto que también es común para ellos, el de la medición.

Todas las medidas que se incluyen en los dos problemas están expresadas en metros, sin embargo, no todas incluyen la misma cantidad de cifras decimales, por lo que, para operar los alumnos tendrán que establecer algunas equivalencias sencillas, por ejemplo, $1.6 = 1.60$.

En todos los casos es fundamental que los alumnos lean las cantidades con decimales haciendo referencia a la unidad de medida. No es lo mismo decir “uno punto seis metros”, que “un metro más seis décimos de metro”. Esta lectura permite reflexionar sobre el valor posicional de cada cifra y sobre el significado correcto de los números; por ejemplo, un décimo de metro es un decímetro, un decímetro de metro equivale a 10 centímetros, por lo tanto, seis décimos de metro son seis decímetros o sesenta centímetros.

Aunque las conversiones entre unidades de longitud representan un conflicto mayor, el cual se analizará posteriormente con mayor detenimiento, se espera que los alumnos puedan establecer la equivalencia entre el centímetro, el decímetro y el metro y utilizarla para resolver lo que se plantea.

Será necesario tener presentes algunas **convenciones** que se establecieron antes:

- Escribir verticalmente las operaciones, alineando el punto decimal de las cantidades involucradas para sumar o restar entre sí las cifras que tienen el mismo valor decimal.
- Establecer equivalencias entre números decimales, en caso de tratarse de números con diferente cantidad de cifras decimales.
- Resolver la operación como si fuesen números naturales.
- Poner en el resultado el punto alineado al de los números que se sumaron o restaron.

Un ejercicio que puede enriquecer lo estudiado durante la sesión es el siguiente.

- Utilicen los signos $>$, $<$ ó $=$ al comparar estas expresiones. No se vale usar calculadora.

a) 8.15 m $12.87 \text{ m} - 4.68 \text{ m}$

b) 4.60 m $0.25 \text{ m} + 3.48 \text{ m} + 0.50 \text{ m}$

c) $63 \text{ cm} + 78 \text{ cm} + 59 \text{ cm}$ 2.08 m

d) $8 \text{ dm} + 35 \text{ dm}$ 3.30 m

e) 3.52 m $35 \text{ dm} + 2 \text{ cm}$

El ejercicio puede trabajarse en el aula o inclusive como tarea en casa. Sea una u otra la decisión, es importante que también se revise grupalmente para analizar y contrastar los diferentes procedimientos que puedan surgir.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Cambiamos decimales

64. Cambiamos decimales

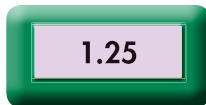
Intención didáctica

Que los alumnos determinen qué operación se necesita realizar para modificar un número decimal a partir del valor relativo de las cifras que lo forman.

Consigna

Organizados en equipos, hagan lo que se indica a continuación.

1. Cada uno de los dibujos representa la pantalla de una calculadora. Anoten sobre la línea la operación que deben realizar sin borrar el número escrito, para que en las pantallas cambien las cifras que se indican.



1 en lugar de 2



7 en lugar de 5



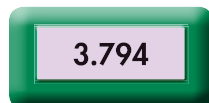
1 en lugar de 2



3 en lugar de 0



3 en lugar de 2 y
6 en lugar de 8



2 en lugar de 7 y 0
en lugar de 4



- b) Con la calculadora, verifiquen que la operación que anotaron sobre cada línea efectivamente produce el cambio esperado. Si no ocurre, averigüen cuál fue el error y coméntenlo con todo el grupo.

Consideraciones previas

Es importante verificar que, si es necesario se puede resolver con los alumnos un problema similar como ejemplo, para que les quede claro en qué consiste la actividad.

Seguramente habrá alumnos que realicen la operación mentalmente y otros digan que necesitan probar con la calculadora misma qué hacer para lograr lo que se pide, por lo que se les debe recordar que la calculadora se va a usar hasta que terminen los seis problemas, solamente para comprobar si se cumple lo que plantearon.

Aunque realicen en forma mental el cálculo, habrá que pedir que expresen la operación que hicieron para llegar a la respuesta. Esto los ayuda a reflexionar y entender el proceso que realizan.

Tal vez escriban la operación realizada de varias maneras, será interesante analizar en la puesta en común si todas las que se presenten tienen el mismo significado; por ejemplo: restar 0.10; menos 0.1; $- 0.10$; quitar 0.1; $1.25 - 0.1$.

Es probable que algunos alumnos consideren en un primer momento que para resolver los dos últimos problemas es necesario hacer dos operaciones, porque se trata de cambiar dos cifras y desarrollen un procedimiento como este:

La cantidad aumentó 0.10	$\begin{array}{r} 0.138 \\ - 0.128 \\ \hline 0.010 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0.138 \\ - 0.136 \\ \hline 0.002 \end{array}$	La cantidad disminuyó 0.002
-----------------------------	---	---	-----------------------------------

Si esto sucede, se puede invitar al equipo a reflexionar en torno a cuál fue el cambio que tuvo el número inicial, es decir, si el número era 0.128 y después de las operaciones, el número que resultó fue 0.136, ahora ¿es mayor o menor? ¿Qué tanto?

Es conveniente que al revisar cada uno de los casos se enfatice el valor decimal de la cifra o cifras que se tratan de cambiar; por ejemplo, en el primer problema, la cifra que se trata de cambiar vale dos décimos y se quiere que aparezca un décimo, esto justifica por qué, para lograrlo, hay que restar un décimo.

De varias formas

65. De varias formas

Intención didáctica

Que los alumnos usen descomposiciones aditivas con expresiones fraccionarias o decimales para representar números.

Consigna

En parejas resuelvan los problemas.

1. Los números decimales pueden representarse como expresiones fraccionarias o como expresiones decimales:

$$0.2 = \frac{2}{10}$$

$$0.05 = \frac{5}{100}$$

Registren en las líneas las expresiones fraccionarias y decimales que representan el mismo valor.

a) $3 + \frac{748}{1000}$	b) $\frac{2}{100} + \frac{9}{1000}$	c) $0.25 + 0.034$
d) 0.468	e) $4.6 + 0.05$	f) $2 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100}$
g) $0.02 + 0.009$	h) $\frac{1}{10} + \frac{9}{1000}$	i) $2 + 0.6 + 0.005$
j) $2 + 0.5 + 0.06$	k) $\frac{4}{10} + \frac{6}{100} + \frac{8}{1000}$	l) $3 + 0.7 + 0.04 + 0.008$
m) 0.109	n) $4 + \frac{6}{10} + \frac{50}{1000}$	o) 0.019
p) $\frac{1}{100} + \frac{9}{1000}$	q) $2 + \frac{6}{10} + \frac{5}{1000}$	r) 4.650
s) $\frac{2}{10} + \frac{8}{100} + \frac{4}{1000}$		t) 0.029

1) _____, _____ y _____

2) _____, _____ y _____

3) _____ y _____

4) _____ y _____

5) _____ y _____

6) _____ y _____

7) _____ y _____

8) _____ y _____

9) _____ y _____

2. Escriban el número que está formado por:

a) 15 décimos, 12 centésimos y 17 milésimos

b) 432 milésimos, 23 centésimos y 39 décimos

c) 25 décimos y 128 milésimos

d) 43 décimos y 7 milésimos

e) 6 décimos y 3 centésimos



Consideraciones previas

En otras sesiones los alumnos han trabajado equivalencias entre números decimales. Ahora se trata que establezcan equivalencias entre sus diferentes formas de representación a partir de diferentes descomposiciones aditivas, por ejemplo:

$$\frac{235}{1000} = 0.235 = \frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000} = 0.2 + 0.03 + 0.005 = 0.23 + 0.005 + \frac{2}{10} + \frac{35}{1000} \dots$$

Con las expresiones se pueden formar nueve grupos equivalentes, dos de ellos están integrados por tres términos (*b-g-t* y *e-n-r*). Algunos números son parecidos, por ejemplo: 0.109 y 0.019, 2.56 y 2.605. En otros casos, las expresiones no representan una notación desarrollada, por lo que la equivalencia no es muy obvia, por ejemplo: $0.25 + 0.034$ y $\frac{2}{10} + \frac{8}{100} + \frac{4}{1000}$.

Se espera que los alumnos puedan identificar las siguientes equivalencias:

Equivalencias	Letras
1) $\frac{2}{100} + \frac{9}{1000} = 0.02 + 0.009 = 0.029$	b, g, t
2) $4.6 + 0.05 = 4 + \frac{6}{10} + \frac{50}{1000} = 4.650$	e, n, r
3) $2 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100} = 2 + 0.5 + 0.06$	f, j
4) $0.25 + 0.034 = \frac{2}{10} + \frac{8}{100} + \frac{4}{1000}$	c, s
5) $3 + \frac{748}{1000} = 3 + 0.7 + 0.04 + 0.008$	a, l
6) $0.468 = \frac{4}{10} + \frac{6}{100} + \frac{8}{1000}$	d, k
7) $\frac{1}{10} + \frac{9}{1000} = 0.109$	h, m
8) $0.019 = \frac{1}{100} + \frac{9}{1000}$	o, p
9) $2 + 0.6 + 0.005 = 2 + \frac{6}{10} + \frac{5}{1000}$	i, q

Durante la puesta en común vale la pena presentar varias representaciones para cada caso y animar a que las parejas argumenten cómo decidieron que dos o tres expresiones eran equivalentes.

El segundo problema implica un reto mayor para los alumnos, ya que deben interpretar números escritos con letra, representarlos con números y después operar con ellos. Es probable que al escribir con número, los alumnos cometan algunos errores como éstos:

- 15 décimos = 0.15
- 17 milésimos = 0.170

Si esto sucede y nadie logra señalarlo será necesario hacerlos reflexionar en cuántos décimos tiene un entero, así que si se nombran 10 décimos o más se está hablando ya de un entero o más (según la cantidad de décimos). Lo mismo puede suceder con los centésimos y milésimos.

Una acción permanente que favorece la comprensión de los números decimales es invitar a que los alumnos los nombren correctamente; por ejemplo, para 0.125, decir 125 milésimos, en vez de cero punto ciento veinticinco.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

La medida de sus lados

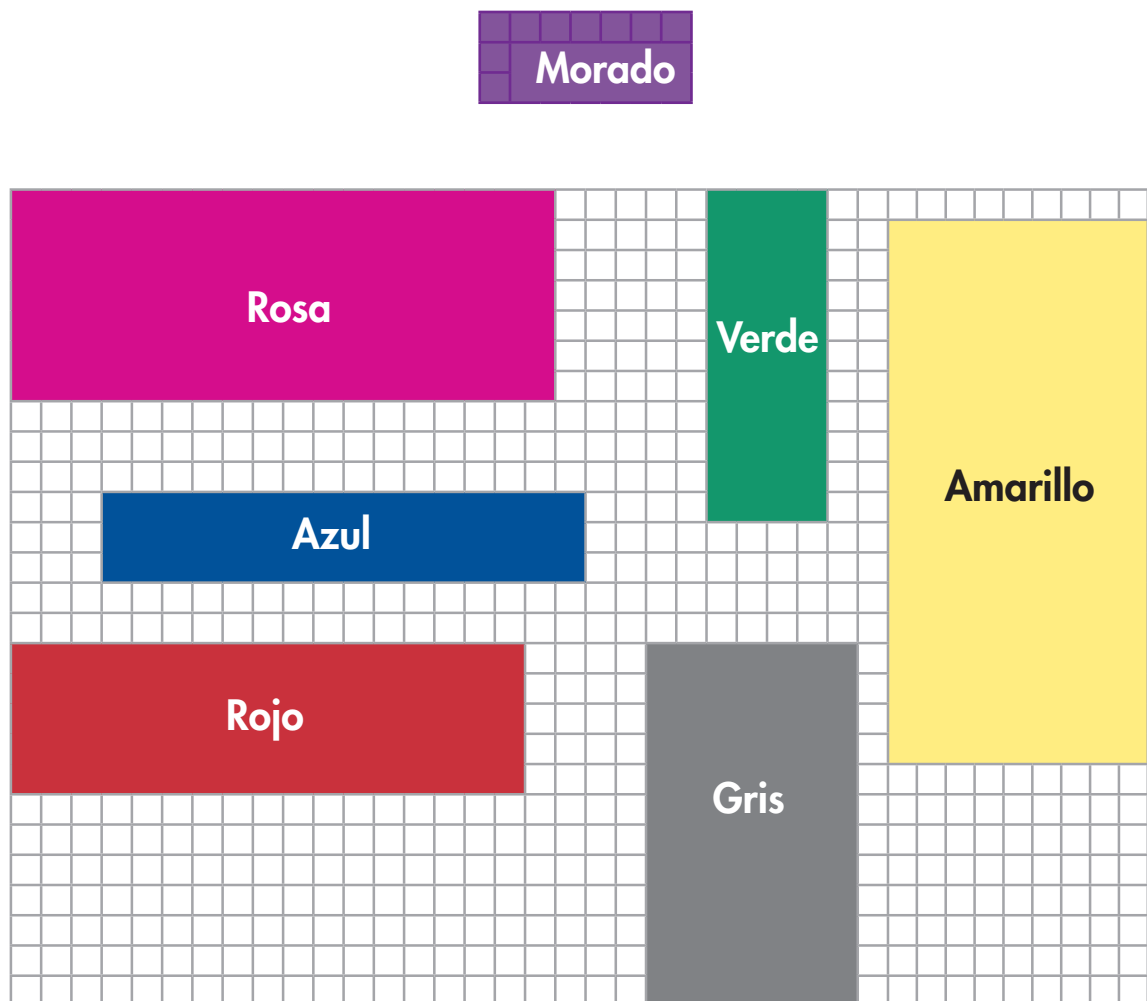
66. La medida de sus lados

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen la división como un recurso que permite calcular el valor de un factor desconocido en una multiplicación de dos factores.

Consigna

Organízate con tres compañeros. Observen las figuras, y completen en la tabla los valores faltantes, de modo que el total de unidades cuadradas de cada rectángulo sea correcto.



Rectángulo	Total de unidades	Lado mayor (Unidades)	Lado menor (Unidades)
Morado	21	7	3
Rosa	126		7
Gris	84	12	
Azul	48		3
Amarillo	152		8
Verde	44	11	
Rojo	85		5

Consideraciones previas

Es muy probable que los alumnos utilicen la multiplicación para resolver estos problemas, pues se vinculan con la representación rectangular de esta operación, en la que el producto de las filas y las columnas es el total de unidades que integran el rectángulo. De lo que se trata ahora es utilizar la división cuando en una multiplicación de dos factores, se desconoce el valor de uno de ellos, además de avanzar en la construcción del algoritmo convencional de la división. Se espera que ellos distingan que todos los largos de los rectángulos necesariamente tienen más de 10 unidades.

Seguramente las estrategias que utilicen sean diversas como:

- Comenzar a contar a partir de 70, porque $7 \times 10 = 70$, es decir, en 10 columnas hay 70 unidades. Después, sumar 7 a 70, 7 a 77, 7 a 84... hasta completar 126; agregar a las 10 columnas las ocho que necesitó para completar las unidades y responder que el valor faltante es 18.
- Hacer varias multiplicaciones: 7×4 , 7×5 , 7×6 ... 7×11 , 7×12 ... hasta obtener como producto 126 (7×18).
- Comenzar en 126 y restar de 7 en 7 hasta llegar a 0. El número de restas (18) es el número de veces que se multiplica 7.

Incluso, algunos podrían utilizar expresiones como $7 \times \underline{\quad} = 126$ o $126 \div 7$, para representar el cálculo que necesitan resolver.

Una vez que los equipos hayan explicado sus resultados y procedimientos es conveniente que observen el desarrollo de las divisiones correspondientes a los rectángulos, de manera que aprecien que este procedimiento sistematiza e incorpora procedimientos que ellos ya controlan, como estimar resultados, multiplicar rápidamente por 10, sumar y encontrar diferencias.

Por ejemplo, para resolver $7 \times 18 = 126$ o $126 \div 7$, se desarrolla este cálculo:

$$\begin{array}{r} 10 + 8 \\ 7 \overline{) 126} \\ \underline{-70} \\ 56 \\ \underline{-56} \\ 0 \end{array}$$

Se recomienda que en este momento, se presente a los alumnos el proceso completo; posteriormente, conforme vayan adquiriendo dominio de éste, se irán eliminando algunos pasos, como realizar la resta para conocer el residuo o desarrollar aditivamente el cociente. Es importante que se haga notar que de una división se obtienen dos resultados, el indicado por el cociente y el indicado en el residuo.

La complejidad de este algoritmo demanda que se dedique el tiempo necesario para que los alumnos observen, comenten y analicen las relaciones que se establecen entre sus elementos, por lo que se podría considerar realizar la actividad en dos sesiones. Se pretende que los alumnos vayan percibiendo que las operaciones de multiplicar y dividir son operaciones de acción inversa en donde uno de los números que se multiplica se puede calcular dividiendo el producto de éstos, entre el otro factor.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Habrá otro?

67. ¿Habrá otro?

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones entre los procedimientos conocidos (suma, resta y multiplicación) y un procedimiento para la división cercano al usual.

Consigna

En equipos resuelvan las siguientes actividades.



Los equipos de Luis, Felipe y Rosa solucionaron el problema que se da enseguida, usando los procedimientos que se muestran.

Coméntenlos; después respondan las preguntas.

Se tienen 354 losetas para cubrir el piso de un salón de la escuela. Después de hacer algunos cálculos los trabajadores se dieron cuenta que les conviene acomodarlas en filas de 9 losetas. ¿Cuántas filas podrán colocar? ¿Sobrarán losetas?

$$\begin{array}{r} 20 + 10 + 5 + 4 \\ 9 \overline{) 354} \\ \underline{-180} \\ 174 \\ \underline{-90} \\ 84 \\ \underline{-45} \\ 39 \\ \underline{-36} \\ 3 \end{array}$$

Respuesta del equipo de Luis:
Alcanza para 39 filas y sobran 3 losetas.

$$\begin{array}{r} 10 + 10 + 10 + 2 + 2 + 5 \\ 9 \overline{) 354} \\ \underline{-90} \\ 264 \\ \underline{-90} \\ 174 \\ \underline{-90} \\ 84 \\ \underline{-18} \\ 66 \\ \underline{-18} \\ 48 \\ \underline{-45} \\ 3 \end{array}$$

Respuesta del equipo de Rosa:
Se van a acomodar 39 filas y van a sobrar 3 losetas.

$$\begin{array}{r}
 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 10 + 10 + 10 + 4 \\
 9 \overline{) 354} \\
 \underline{- 9} \\
 345 \\
 \underline{- 9} \\
 336 \\
 \underline{- 9} \\
 327 \\
 \underline{- 9} \\
 318 \\
 \underline{- 9} \\
 309 \\
 \underline{- 90} \\
 219 \\
 \underline{- 90} \\
 129 \\
 \underline{- 90} \\
 39 \\
 \underline{- 36} \\
 3
 \end{array}$$

Respuesta del equipo de Felipe:

Los trabajadores pueden colocar 39 filas y sobran 3 losetas.

1. ¿Qué diferencias observan entre los cálculos que realizaron los equipos de Rosa y Felipe?

2. ¿Cuál de los tres cálculos consideran que es el más rápido?

¿Por qué?

3. ¿Podrían hacer un cálculo aún más corto que el del equipo de Luis?

¿Por qué?



Consideraciones previas

Con esta actividad se pretende que los alumnos construyan y practiquen el algoritmo convencional de la división a partir del análisis de tres procedimientos similares. Se espera que al finalizar, ellos concluyan que aún cuando los tres permiten encontrar una respuesta correcta al problema, implican esfuerzos diferentes.

Seguramente los alumnos pueden notar que el equipo de Felipe hizo la división más larga; se espera que ellos logren identificar y justificar que la acción de comenzar a descontar de uno en uno, determinó un procedimiento más largo y costoso en cálculos. El primer equipo decidió iniciar contando las losetas de una fila y luego de otra, y de otra, etcétera; es decir, restar sucesivamente 9 a 354 y después de varias restas, probar con grupos de 10 filas. El equipo de Rosa inició colocando grupos de 10 filas, agotó las posibilidades de restar 90 losetas en un solo intento, y posteriormente probó con grupos menores de 10 filas.

Por su parte, el equipo de Luis realizó un cálculo muy parecido al del equipo de Rosa, con la diferencia que Luis y sus compañeros consideraron descontar en cada intento grupos con múltiplos de 10 o de 1, mayores a los de ella. Es muy probable que los alumnos identifiquen que al tomar esa decisión el equipo logró un proceso más corto y por ende el más rápido de los tres.

Es importante que durante la puesta en común se rescaten los comentarios que hagan los alumnos a este respecto, con la intención de que reflexionen acerca de las ventajas de disponer de recursos como multiplicar por múltiplos de 10. Así también, hacer énfasis en el nombre y ubicación del dividendo, del divisor, del cociente y del residuo y de la función y características de éstos en la operación.

Respecto a la tercera pregunta, se espera que los alumnos respondan que sí podría haber un procedimiento aún más corto que el del tercer equipo, si inician quitando las losetas de las 30 filas en un solo intento, y posteriormente quitan las losetas de 9 filas en lugar de 5 y 4 filas por separado.

Lo que hace falta

68. Lo que hace falta

Intención didáctica

Que los alumnos practiquen el algoritmo convencional de la división, pero desglosando algunos procesos.

Consigna

Con ayuda de un compañero escribe en los espacios los datos necesarios para que cada división sea correcta. Después, registren los resultados que obtuvieron.

$$\begin{array}{r} 100 + \quad + \\ 7 \overline{) 922} \\ \underline{-700} \\ 222 \\ \underline{-210} \\ 12 \\ \underline{-7} \\ 5 \end{array}$$

Resultados

Cociente: _____

Residuo: _____

$$\begin{array}{r} 20 + \quad + 2 + \quad + 2 + \\ 13 \overline{) 615} \\ \underline{355} \\ -260 \\ 95 \\ \underline{-26} \\ 69 \\ \underline{43} \\ -26 \\ 17 \\ \underline{-13} \\ 4 \end{array}$$

Resultados

Cociente: _____

Residuo: _____

$$\begin{array}{r}
 10 + 30 + \quad + 5 \\
 16 \overline{) 894} \\
 \underline{- 160} \\
 734 \\
 \underline{ 254} \\
 \underline{- 160} \\
 94 \\
 \underline{ 14} \\
 0
 \end{array}$$

Resultados
Cociente: _____
Residuo: _____

$$\begin{array}{r}
 20 + 10 + 4 + 3 \\
 25 \overline{) 927} \\
 \underline{ 000} \\
 \underline{ 000} \\
 \underline{- 250} \\
 77 \\
 \underline{ 000} \\
 000
 \end{array}$$

Resultados
Cociente: _____
Residuo: _____

Consideraciones previas

Se pretende que con esta actividad los alumnos practiquen el algoritmo convencional, completando procedimientos elaborados previamente, se familiaricen con el desarrollo, y establezcan la relación que existe entre cada número del cociente con la resta y el residuo correspondiente.

Es importante enfatizar que al resolver una división, tanto el cociente como el residuo son parte del resultado.

Si se considera conveniente, podría animar a los alumnos a proponer una forma para comprobar o saber si ambos (cociente y residuo) son correctos.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¡Mucho ojo!

69. ¡Mucho ojo!

Intención didáctica

Que los alumnos fortalezcan sus conocimientos respecto al algoritmo convencional de la división, revisando y corrigiendo algunos ejemplos.

Consigna

Organízate con un compañero para revisar estas divisiones. Si encuentran que en alguna de ellas hay errores, realícenla correctamente en su cuaderno.

$$\begin{array}{r} 100 + 40 + 3 \\ 6 \overline{) 763} \\ \underline{-600} \\ 263 \\ \underline{-240} \\ 023 \\ \underline{-18} \\ 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 + 9 \\ 21 \overline{) 414} \\ \underline{-210} \\ 204 \\ \underline{-189} \\ 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ 18 \overline{) 963} \\ \underline{-960} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 + 4 \\ 16 \overline{) 919} \\ \underline{-640} \\ 079 \\ \underline{-64} \\ 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 + 20 \\ 8 \overline{) 954} \\ \underline{-800} \\ 154 \\ \underline{-80} \\ 74 \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 + 9 \\ 20 \overline{) 985} \\ \underline{-800} \\ 180 \\ \underline{-180} \\ 0 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 30 + 4 \\ 22 \overline{) 764} \\ \underline{- 660} \\ 104 \\ \underline{- 88} \\ 16 \end{array}$$

Consideraciones previas

Para resolver la consigna de este Desafío los alumnos se enfrentan a un reto diferente en dos sentidos: El primero es el dominio de multiplicar rápidamente por 10, 100 y sus múltiplos; y el segundo, identificar si en los procedimientos existen o no errores de cálculo.

Respecto al primero, en estas divisiones, los cocientes ya no se presentan como la suma de cinco o hasta seis términos; ahora son más breves debido a que en cada orden decimal se consideraron el mayor número posible de grupos. Respecto al segundo, en cinco de las siete operaciones hay errores.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

De práctica

70. De práctica

Intención didáctica

Que los alumnos analicen, usen y ejerciten el algoritmo convencional de la división.

Consigna 1

Organízate con un compañero para analizar estas divisiones. Después describan cómo las resolvieron.

$$\begin{array}{r} 126 \\ 7 \overline{) 885} \\ \underline{18} \\ 45 \\ \underline{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ 13 \overline{) 937} \\ \underline{027} \\ 01 \end{array}$$

a) $885 \div 7$:

b) $937 \div 13$:



Consigna 2

En equipos resuelvan estas divisiones siguiendo el procedimiento que describieron en la actividad anterior.

a) $586 \div 9 =$	b) $673 \div 16 =$
c) $841 \div 22 =$	d) $957 \div 6 =$
e) $775 \div 18 =$	f) $485 \div 7 =$



Consideraciones previas

Resolver divisiones usando un algoritmo simplificado no es una tarea sencilla, ya que implica llevar un control sobre el valor de las cifras que integran los números que se operan, así como de las operaciones y resultados parciales involucrados. Sin embargo, es muy probable que el trabajo que los alumnos han realizado a lo largo de las sesiones anteriores les permita identificar cómo se relacionan los procedimientos analizados antes con los que ahora se presentan.

Se espera que los alumnos adviertan que en este procedimiento:

- El dividendo se va seccionando y dividiendo parcialmente.
- Para comenzar a dividir, en el dividendo se considera la cantidad de cifras que tiene el divisor.
- La primera cifra del cociente se ubica arriba de la última cifra del dividendo que se está dividiendo.
- El cociente se va calculando parcialmente, sin anotar los ceros que corresponden al valor posicional de cada cifra.
- En el desarrollo solamente se escribe el resultado que se obtiene al restar el dividendo y el producto del divisor por el cociente.

- Al resultado de esa resta (residuo) se le agrega la siguiente cifra del dividendo y se forma un nuevo número para dividir.
- La división se termina hasta que se utilizan todas las cifras del dividendo.

Por supuesto, no se trata de que los alumnos describan formalmente el algoritmo, sino que expresen con sus propias palabras lo que observan y cómo lo relacionan con los procedimientos analizados anteriormente; por ejemplo, podrían utilizar expresiones como “se bajó el 5” para referirse a la acción de agregar la siguiente cifra del dividendo al residuo parcial.

Es importante que en la puesta en común se discutan detalladamente las diferentes explicaciones de las parejas, tratando de encontrar las similitudes y diferencias, con la finalidad de comprender claramente el algoritmo.

La condición de escribir las divisiones de la segunda consigna de forma horizontal, tiene el propósito de centrar la atención en los alumnos en la ubicación de los términos de la división en la galera o casilla de la división, ya que un error común es que inviertan la posición del dividendo y del divisor. Se recomienda propiciar que los alumnos lean y escriban divisiones de ambas formas para que este aspecto no represente un obstáculo en desarrollos y cálculos posteriores.

Es importante considerar que los ejercicios que se sugieren en este Desafío no son suficientes para lograr que los alumnos se familiaricen con el algoritmo usual de la división; por lo que es recomendable que la solución y revisión de divisiones sean una práctica cotidiana, hasta observar cierto dominio de este procedimiento, aunque probablemente algunos alumnos sigan utilizando el algoritmo desarrollado como recurso para comprobar los resultados que obtienen del algoritmo simplificado.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

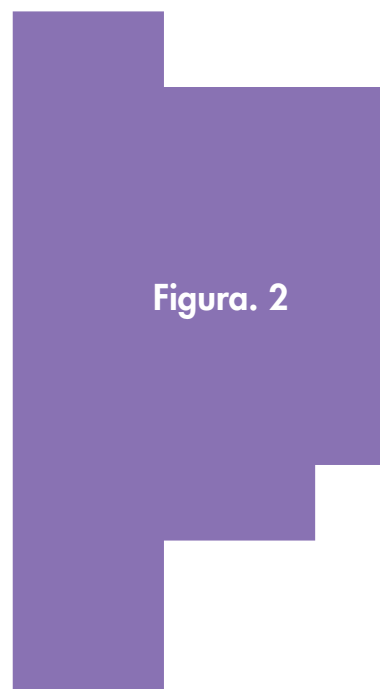
Intención didáctica

Que los alumnos distingan el perímetro y el área de figuras poligonales, mediante su cálculo y comparación.

Consigna

En parejas, resuelvan los siguientes problemas:

1. Consideren el cuadrado pequeño como unidad de medida y calculen la medida del contorno (perímetro) y la medida de la superficie (área) de las figuras:



Área de la Figura 1:

Perímetro de la Figura 1:

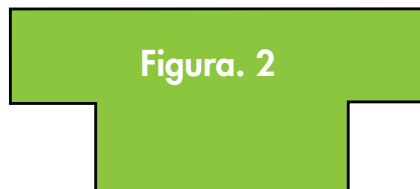
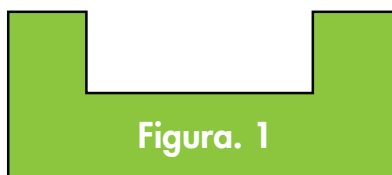
Área de la Figura 2:

Perímetro de la Figura 2:

Área de la Figura 3:

Perímetro de la Figura 3:

2. Rafael y Carmela están discutiendo acerca del perímetro y el área de las siguientes dos figuras y no se ponen de acuerdo. Rafael dice que la figura 1 tiene mayor perímetro y mayor área que la figura 2 y Carmela dice que la figura 1 tiene mayor perímetro y menor área que la figura 2. ¿Quién tiene la razón?



Expliquen su respuesta:

Consideraciones previas

Se trata de que los alumnos diferencien el perímetro del área de las figuras a través de calcular sus magnitudes.

Es muy probable que para los alumnos los términos perímetro y área no sean muy usuales, aun cuando en bloques anteriores han realizado mediciones de ambos. Por ello, en la consigna se hace la relación entre la medida del contorno y el perímetro, y entre la medida de la superficie y el área. Será importante que se utilicen estas palabras para fomentar el uso del lenguaje formal.

Con respecto al problema 1, donde se trata de calcular el perímetro y el área de dos polígonos, dada la unidad de medida, es probable que los alumnos utilicen alguno de los siguientes procedimientos:

- Calcar y recortar 1 unidad de medida y sobreponerla tantas veces como sea necesario para cubrir la superficie cada figura, luego realizar el conteo.
- Calcar y recortar muchas veces la unidad de medida y cubrir las superficies, luego realizar el conteo.

- Subdividir las figuras en cuadrados de dimensiones iguales a la unidad de medida, luego realizar el conteo.
- Hacer una retícula transparente y superponerla en cada figura y realizar el conteo.

Un aspecto que los alumnos pueden comentar durante la puesta en común es que al momento de averiguar cuántas veces cabía la unidad de medida en las superficies de las figuras, también pudieron determinar cuántas veces cabe un lado de la unidad de medida sobre el contorno de las mismas.

Otro procedimiento que también podría surgir es que midan un lado de la unidad de medida (1 cm) y expresen las dimensiones de las figuras con unidades convencionales. Así, los perímetros se expresarían de dos formas diferentes:

F1: 16 u o 16 cm;

F2: 28 u o 28 cm;

F3: 16 u o 16 cm;

De la misma forma, las áreas se expresarían con unidades cuadradas o en centímetros cuadrados:

F1: 16 u² o 16 cm²;

F2: 35 u² o 35 cm²;

F3: 9 u² o 9 cm².

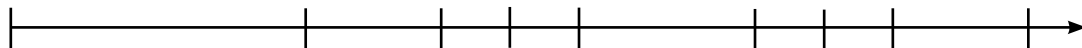
Durante la puesta en común es importante que los alumnos comenten y reflexionen acerca de las unidades que se utilizan para medir y expresar cada dimensión. Algunas preguntas que pueden motivar esa discusión son: *¿Por qué utilizaron solamente un lado del cuadrado para medir el perímetro de las figuras? O bien, ¿por qué creen que a esta unidad de medida se le llama unidad cuadrada?*

En el caso del problema 2, en el que se trata de comparar los perímetros y las áreas de las figuras, y no se da una unidad de medida, los alumnos pueden hacerlo sin realizar cálculos o bien determinar unidades de medida y calcular los perímetros y áreas.

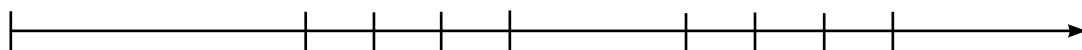
Algunas maneras de hacerlo, sin realizar cálculos, son:

- Para el perímetro, se trasladan las longitudes de los lados de cada figura sobre una recta y luego se comparan los segmentos de recta utilizados:

Longitud del contorno de la Figura 1



Longitud del contorno de la Figura 2



Por lo tanto, el perímetro de la figura 1 es mayor.

- Para calcular el área, se pueden descomponer las figuras y formar rectángulos con el mismo ancho, luego compararlos directamente.

Superficie de la Figura 1



Superficie de la Figura 2




Por lo tanto, el área de la Figura 2 es mayor.

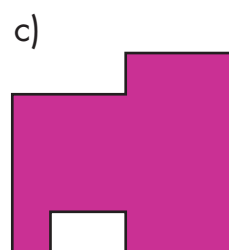
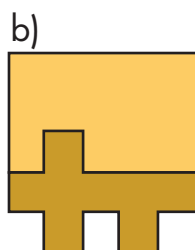
Los alumnos también pueden definir y utilizar una unidad de medida para calcular el perímetro y el área. Una alternativa es utilizar como unidad de medida un cuadrado de un centímetro por lado y averiguar cuántas veces cabe en las superficies de las figuras. Seguramente los alumnos no tendrán dificultad para cuadricular las figuras y observar que la primera equivale a 7 unidades cuadradas y la segunda a 8 unidades cuadradas.

Independientemente del camino que ellos sigan, se espera que puedan determinar que Carmela tiene la razón.

Una actividad complementaria que puede enriquecer lo trabajado hasta el momento es la siguiente:

Utilizando las unidades de medida calculen el perímetro y el área de cada una de las figuras:

Unidad de medida para las figuras a, b y c: 

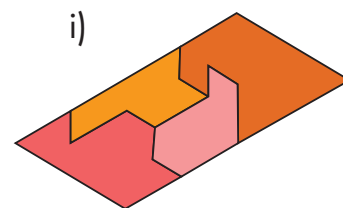
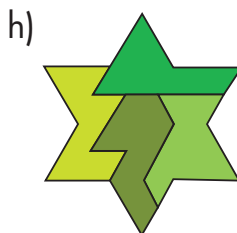
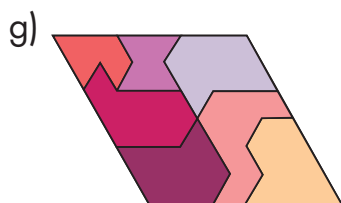


Perímetro: _____
Área: _____

Perímetro: _____
Área: _____

Perímetro: _____
Área: _____

Unidad de medida de las figuras g, h, i: 



Perímetro: _____
Área: _____

Perímetro: _____
Área: _____

Perímetro: _____
Área: _____

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Contorno y superficie

72. Contorno y superficie

Intención didáctica

Que los alumnos distingan el perímetro y el área de figuras poligonales, mediante el trazo de polígonos cuyos perímetros y áreas estén determinados.

Consigna

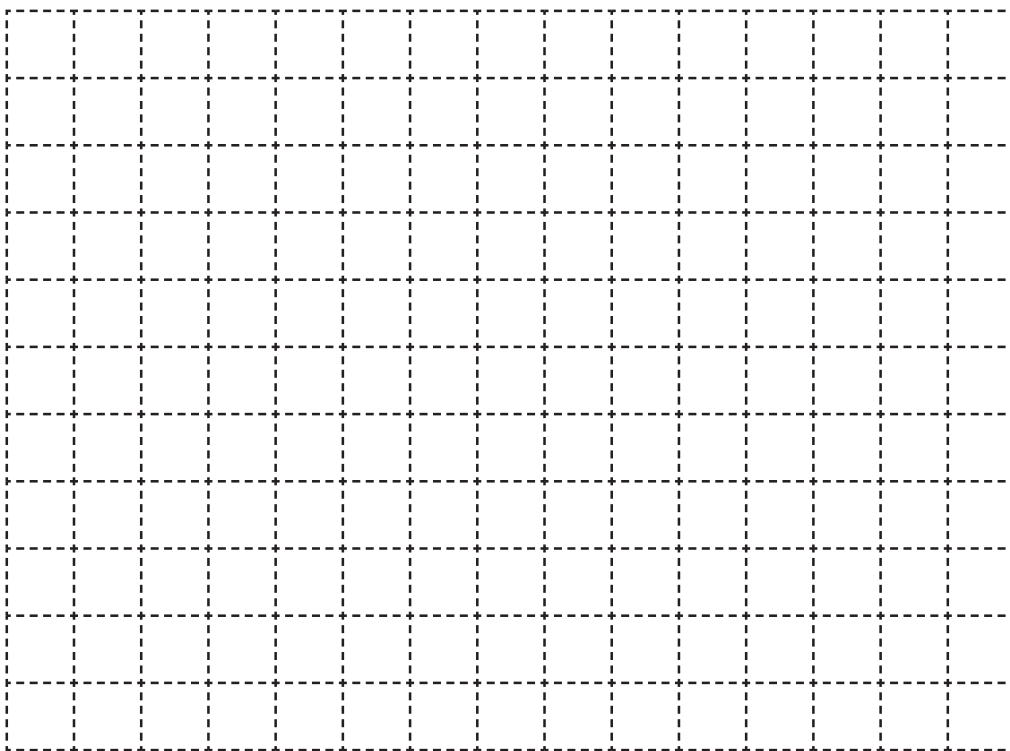
En parejas, resuelvan los siguientes problemas:

1. Dibujen en la cuadrícula:

- a) Una figura que tenga un área de 9 unidades cuadradas.
- b) Una figura que tenga 16 unidades de perímetro.
- c) Una figura que tengan un área de $4\frac{1}{2}$ unidades cuadradas.



Unidad de medida

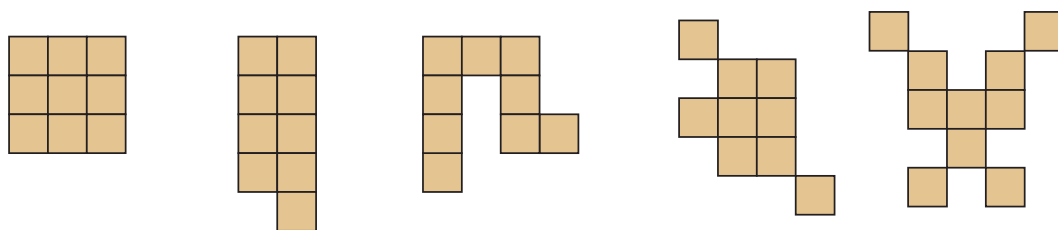


Consideraciones previas

Para continuar con la construcción de los conceptos de perímetro y área de figuras poligonales, ahora se proponen actividades que consisten en trazar sobre una cuadrícula algunos polígonos, dados su área o su perímetro.

Es importante que para los alumnos quede claro que trazar un polígono de 9 unidades cuadradas, es dibujar una figura cuya superficie sea equivalente a 9 veces la unidad de medida propuesta (cuadrado pequeño), sin embargo, es posible que los estudiantes no reconozcan cuál es la unidad de medida que deben considerar para trazar una figura con 16 unidades de perímetro, si esto ocurre, se sugiere promover una discusión grupal para definir esa unidad, en este caso, como no se proporcionan por separado las unidades de superficie y de longitud, esta última se puede deducir a partir de la primera, cada uno de los lados de la unidad de superficie representa una unidad de longitud.

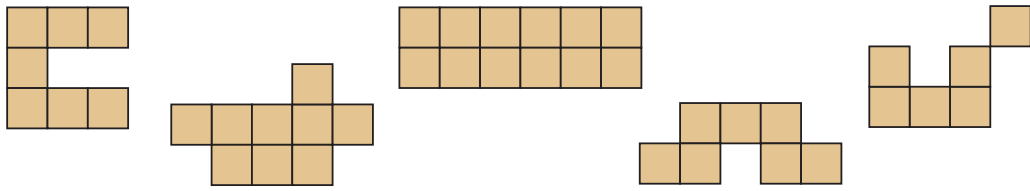
En el caso del inciso a, es probable y deseable que las figuras que dibujen los alumnos sean diferentes; algunos ejemplos son los siguientes:



Ante esta variedad de figuras, vale la pena pedir a los alumnos que verifiquen que efectivamente sus superficies equivalen a 9 unidades cuadradas y que adviertan que se trata de figuras diferentes; con ello se pretende que ellos comprueben que figuras diferentes pueden tener la misma área.

Cabe aclarar que este aspecto se profundizará con el trabajo del siguiente Desafío.

Probablemente sea un poco más complejo el trazo del polígono con 16 unidades de perímetro, quizá los alumnos utilicen el ensayo, es decir, dibujen una figura y después averigüen su perímetro, si no cumple con lo solicitado, dibujen otra o modifiquen la primera, y así, hasta obtener la que cumpla con la condición pedida. Algunas figuras que pueden resultar en esta actividad son las siguientes:

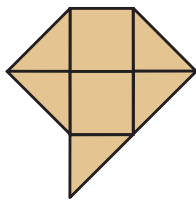


Aquí, se espera que los estudiantes adviertan que existen figuras diferentes que pueden tener el mismo perímetro.

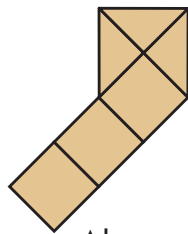
Con respecto al inciso c, es importante analizar las diferentes formas de representar $\frac{1}{2}$ de la unidad, mediante un triángulo, con un rectángulo pequeño, etcétera.

Una actividad que adicionalmente se puede proponer a los alumnos para enriquecer este aspecto es la siguiente:

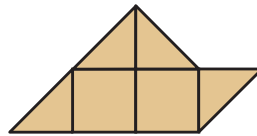
- Para el trazo del inciso c, cuatro alumnos dibujaron las siguientes figuras, verifiquen si cumplen con la condición o no y digan por qué.



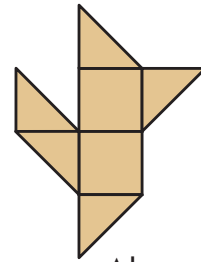
Alumno 1



Alumno 2



Alumno 3



Alumno 4

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Relación perímetro - área

73. Relación perímetro - área

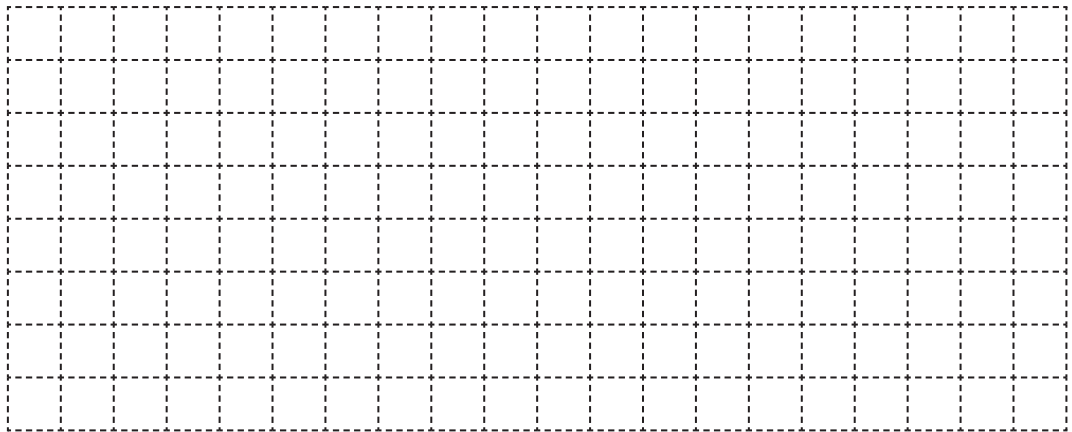
Intención didáctica

Que los alumnos distingan el perímetro y el área de figuras poligonales, mediante el trazo de polígonos que tengan la misma área y diferentes perímetros, igual perímetro y diferentes áreas e igual perímetro y área.

Consigna

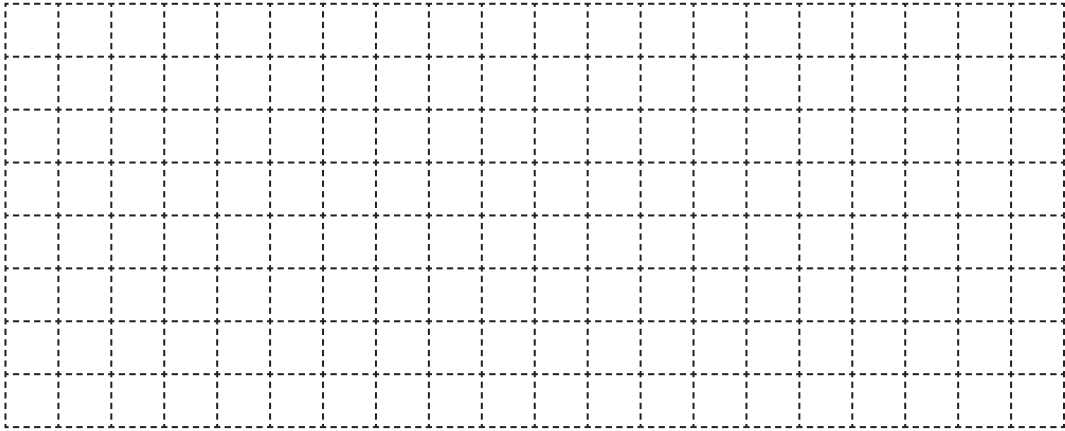
Organizados en equipos resuelvan los siguientes problemas.

1. Utilicen la siguiente cuadrícula para dibujar 2 figuras diferentes que tengan el mismo perímetro y diferentes áreas.



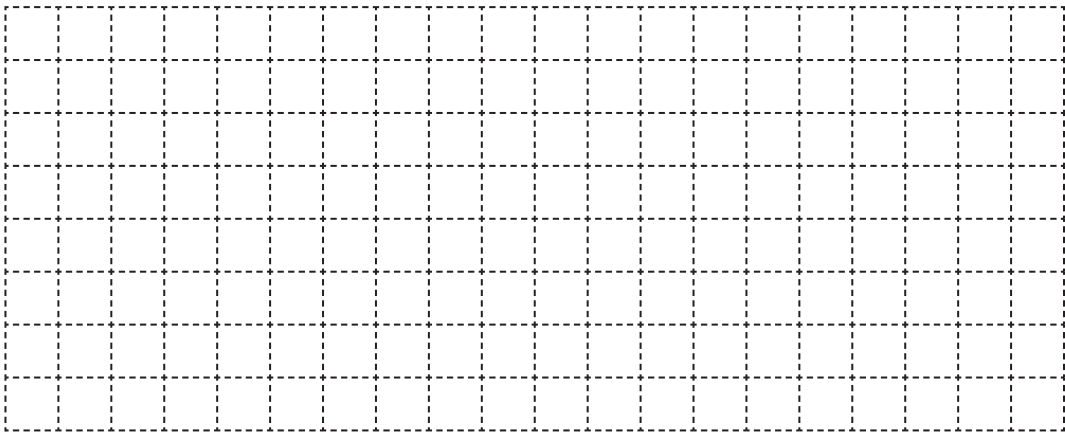
Expliquen cómo lo hicieron:

2. Utilicen la siguiente cuadrícula para dibujar 2 figuras diferentes que tengan la misma área y diferentes perímetros.



Expliquen cómo lo hicieron:

3. ¿Habrá 2 figuras diferentes que tengan el mismo perímetro y la misma área? Intenten dibujarlas en la siguiente cuadrícula.



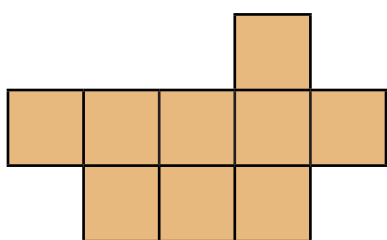
Expliquen cómo lo hicieron:

Consideraciones previas

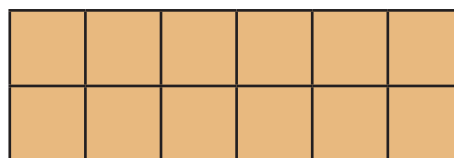
La intención fundamental de éste y los dos Desafíos anteriores es la misma, que los alumnos logren distinguir el perímetro y el área de figuras poligonales, sin embargo, los retos son diferentes, en esta ocasión se trata de dibujar figuras diferentes pero con ciertas condiciones en las medidas de sus perímetros y áreas.

Adicionalmente a la construcción de los conceptos de perímetro y área, se espera que los alumnos deduzcan las siguientes afirmaciones geométricas:

- Existen figuras diferentes con el mismo perímetro y diferente área.

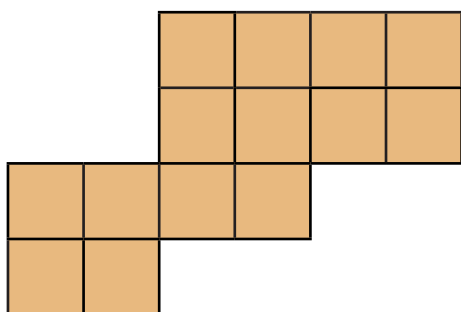


Perímetro: 16 u
Área: 9 u²

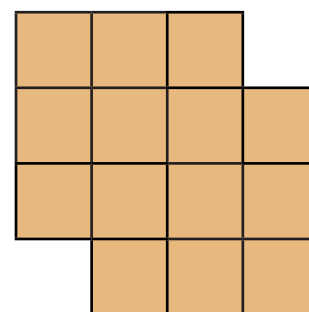


Perímetro: 16 u
Área: 12 u²

- Existen figuras diferentes con la misma área y diferente perímetro.

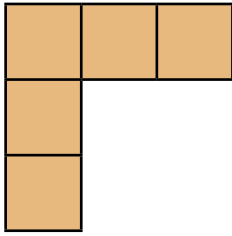


Perímetro: 22 u
Área: 14 u²

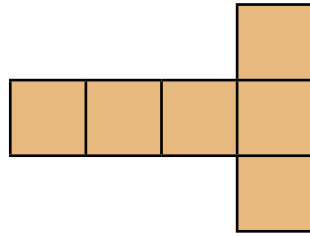


Perímetro: 16 u
Área: 14 u²

- Existen figuras diferentes con el mismo perímetro y con la misma área.



Perímetro: 14 u
Área: 6 u²



Perímetro: 14 u
Área: 6 u²

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Memorama

74. Memorama

Intención didáctica

Que los alumnos distingan el perímetro y el área de figuras poligonales, mediante un juego que consiste en comparar el perímetro y el área de figuras diferentes trazadas en reticulados iguales.

Antes de iniciar el trabajo asegúrese de que cada equipo cuenta con un juego de 24 cartas. Para ello pida que un integrante recorte las tarjetas de su material.



ANTES

Consigna

Organizados en equipos de 3 o 4 integrantes participen en el juego “Memorama”, las reglas son las siguientes:

- Barajen las 24 cartas con figuras; distribúyanlas sobre una mesa, de tal manera que las figuras queden ocultas.
- Decidan el orden de participación. En su turno, cada participante selecciona dos cartas y si las figuras que aparecen en ellas tienen el mismo perímetro o la misma área se queda con ellas, si tienen perímetros y áreas diferentes las regresa al mismo lugar y en la misma posición.
- Cuando alguien se queda con dos cartas, tiene derecho a seleccionar inmediatamente otras dos para verificar si las figuras tienen igual perímetro o área, termina su participación cuando las figuras de las cartas seleccionadas tengan perímetros y áreas diferentes.
- El juego finaliza cuando ya no haya cartas para seleccionar. El ganador será quien se haya quedado con el mayor número de cartas.

Consideraciones previas

Es importante prever que cada equipo cuente con un juego de 24 cartas, incluido en el material del alumno. Para mayor fluidez, se sugiere que los equipos sean de tres o cuatro integrantes.

La idea es que cuando un alumno toma dos cartas, los integrantes del equipo calculan y comparan los perímetros y las áreas de las figuras que aparecen en ellas; en este Desafío se siguen trabajando los conceptos de perímetro y área, de tal manera que los alumnos puedan diferenciarlos claramente.

La actividad también permite afianzar la idea de que existen figuras diferentes que tienen el mismo perímetro pero diferentes áreas, la misma área y diferente perímetro o el mismo perímetro y la misma área. En la tabla se pueden observar los números de las tarjetas que tienen las mismas dimensiones:

Área (u^2)	Perímetro (u)				
	14	16	18	20	22
6	2, 6				
7		16, 22	7,		
8		14, 23	1,		
9				10, 17	
10			3, 9, 11, 24		
11					
12	12,	4, 18			13,
13			8, 15,		
14		5,			19, 20, 21

Es responsabilidad de los alumnos, además de verificar que las figuras tengan el mismo perímetro o la misma área, construir estrategias para quedarse con el mayor número de cartas, por ejemplo, memorizar el lugar de una tarjeta que tiene un determinado perímetro o área, con la finalidad de que al sacar otra con esa misma medida, puedan tomar la primera y asegurar que se quedarán con ellas.

Las costuras de Paula

75. Las costuras de Paula

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la relación que existe entre las medidas del largo, ancho y perímetro de un rectángulo, y desarrollen una fórmula para calcularlo.

Consigna

Organízate con un compañero para realizar estas actividades.

1. Paula hace servilletas y manteles de tela. Para decorarlos les cose encaje en toda la orilla.

¿Cuánto encaje necesita para un mantel que mide 2.5 m de largo y 1.5 m de ancho?

¿Qué hicieron para calcular la cantidad de encaje que necesita Paula?

2. En el grupo de Rogelio también resolvieron el problema. Su equipo contestó que para encontrar el resultado, ellos sumaron el doble del largo más el doble del ancho del mantel.

¿Creen que ese procedimiento sea correcto?

¿Por qué?

3. Resuelvan este problema siguiendo el procedimiento del equipo de Rogelio.

¿Cuánto encaje necesita Paula para decorar una servilleta que mide 80 cm de largo y 45 cm de ancho?

4. ¿Cómo expresarían de forma breve ese procedimiento?



Consideraciones previas

Seguramente los alumnos no tendrán conflicto en identificar que la cantidad de encaje que se necesita en el primer problema representa el perímetro del mantel, ya que ese concepto se estudió ampliamente al desarrollar la secuencia del contenido anterior. Ahora se trata de que ellos observen y practiquen una forma breve para calcular el perímetro del rectángulo e intenten expresar de manera sintética ese procedimiento.

Es recomendable que la segunda actividad se resuelva una vez que se hayan compartido y discutido los procedimientos de resolución que se generaron al interior del grupo para el primer problema, pues la intención es que los alumnos exploren y comparen procedimientos propios que, pudieran incluso, acercarse al que aquí se propone.

Respecto a las preguntas de la actividad 2, si en alguno de los equipos se da un procedimiento similar al propuesto, es muy probable que responda que la forma como lo hizo Rogelio sí funciona, porque así lo hicieron ellos. Si esto sucede, es importante que se le anime a analizar entonces por qué decidieron hacerlo así; algunas preguntas que pueden ayudar son: *¿por qué pensaron que debía ser el doble de este lado? ¿Qué diferencia hay en comparación con las otras formas?* Esto es, motivarlos a buscar una explicación que se centre en la relación que existe entre la forma de la figura y sus medidas.

La intención de la actividad 3 es que todo el grupo practique un mismo procedimiento y compruebe su efectividad. Será interesante que los alumnos comenten acerca de cómo lo aplicaron, si se les hizo difícil y si ellos identifican alguna ventaja respecto al que utilizaron anteriormente.

Otro aspecto en que se puede centrar la discusión en esta actividad, es la unidad de medida del resultado. Como en este problema, las medidas de la servilleta se expresan en centímetros, se podría dar el caso que algún equipo realice la conversión a metros, y entonces, es conveniente analizar si la equivalencia es correcta.

Finalmente, no se pretende que los alumnos logren la expresión $2a + 2b$, aunque sí se espera que intenten expresiones sintéticas del procedimiento, por ejemplo, *el doble del largo + el doble de la altura*. Posteriormente, se les puede comentar que existe una expresión universal para ello y se les da a conocer: $P = 2a + 2b$, señalando la relación de que a representa la medida de uno de los lados y b representa la medida del otro lado.

Se recomienda que el uso de esta fórmula no se limite solamente a esta sesión; es importante que el alumno siga practicando su uso para que llegue a considerarla una herramienta útil.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Cuántos caben?

76. ¿Cuántos caben?

Intención didáctica

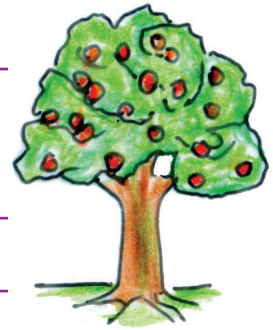
Que los alumnos identifiquen la relación que existe entre las cantidades de filas y columnas de un arreglo rectangular y el total de sus elementos.

Consigna

Organizados en parejas resuelvan los siguientes problemas.

Don Julio tiene una huerta de manzanos distribuidos en 11 filas, cada una con 9 árboles, ¿cuántos árboles tiene en total Don Julio?

Expliquen cómo encontraron este resultado:



El papá de Ana va a colocar adoquín cuadrado al patio de su casa. ¿Cuántos adoquines necesitará para cubrir todo el patio si caben 15 hileras de 30 adoquines cada una?

Expliquen cómo encontraron este resultado:

La pared de un baño está cubierta con 360 azulejos que miden 1 dm^2 , si la pared tiene 24 filas, ¿cuántos azulejos tiene cada fila?

Expliquen cómo encontraron este resultado:

Consideraciones previas

Es probable que en el problema de la huerta los alumnos intenten dibujar todos los árboles, otros tal vez sumen 9 veces 11 y otros seguramente deducirán que pueden multiplicar el número de filas por el número de árboles que tiene cada una. En caso de que se den las tres estrategias mencionadas es conveniente que se compartan con el resto del grupo para que analicen la practicidad de cada una de ellas.

Para el segundo problema tal vez los alumnos desconozcan qué es un adoquín, para ello se les puede explicar que los **adoquines** son piedras o bloques labrados de diferentes formas que se utilizan para cubrir pavimentos. Al igual que en el problema anterior es posible que se presenten las mismas estrategias y nuevamente se puede analizar la practicidad de cada una de ellas.

En el problema de la pared, es probable que algunos alumnos traten de modelar mediante un dibujo la situación planteada, otros buscarán un número que multiplicado por 24 les dé 360, tal vez otros lleguen a establecer la división de 360 entre 24 y la resuelvan observando que $24 \times 10 = 240$ y que le faltan 120 para 360; además 120 es la mitad de 240, es decir que se obtiene de multiplicar 24×5 . Por lo tanto, pueden concluir que el número que buscan es el 15. Una estrategia más que los alumnos pueden aplicar es empezar multiplicando el 24 por 10 y al ver que todavía les falta para completar los 360, vayan multiplicando por 11, 12 y así sucesivamente, hasta encontrar el número por el cual da 360.

Independientemente de las estrategias utilizadas, es importante no perder de vista la relación matemática entre la cantidad de objetos de la superficie y el número de filas y columnas.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Superficies rectangulares

77. Superficies rectangulares

Intención didáctica

Que los alumnos construyan rectángulos con cuadrados del mismo tamaño y que identifiquen la relación entre el total de cuadrados de la figura (área) y el número de cuadrados del ancho y del largo.

Antes de iniciar el trabajo asegúrese de que los equipos cuentan con:

- ◆ 40 cuadrados de 1 cm por lado hechos con material rígido.



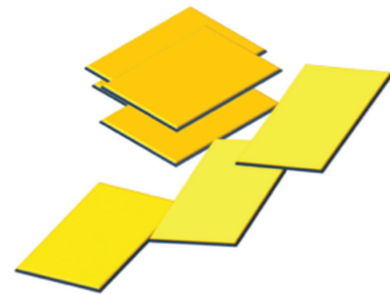
ANTES



Consigna 1

Organizados en equipos formen con su material cuatro rectángulos diferentes que tengan un área de 40 centímetros cuadrados. Registren en la tabla las medidas de sus rectángulos.

Largo	Ancho	Área (cm ²)
		40
		40
		40
		40



¿Qué relación observan entre los números de la tabla?

 **Consigna 2**

En equipos resuelvan la siguiente actividad.

La siguiente tabla contiene información de diferentes rectángulos, encuentren los datos que faltan para completarla.

Área (cm ²)	Largo	Ancho
	7	5
32	8	
110		10
	20	14
96	12	
	25	6

¿Cómo supieron qué números faltaban?

 **Consideraciones previas**

Para desarrollar la consigna 1, es importante que cada equipo cuente con 40 cuadrados de 1 cm por lado, de preferencia de un material rígido como cartulina, cartoncillo, foami, etc. Se puede solicitar que los alumnos elaboren este material con anticipación (por ejemplo, 10 cuadrados cada uno). Conviene aclarar que se trata de formar rectángulos con toda su superficie cubierta.

Una vez que los alumnos terminen la tabla de la consigna 1, se sugiere plantear la siguiente pregunta de reflexión: *Además de los que registraron, ¿podrían construir otros rectángulos con área igual a 40 cm²?* Seguramente habrá diferentes respuestas con sus respectivos argumentos, pero como resultado de esta interacción deberán quedar claras las siguientes ideas:

- La posición del rectángulo no determina el largo y ancho del mismo; el largo es el lado mayor y el ancho el lado menor. Por lo tanto, los alumnos que consideren que en total pueden construirse 8 rectángulos (40×1 , 20×2 , 10×4 , 8×5 , 5×8 , 4×10 , 2×20 y 1×40), tendrán que descartar 4 de ellos por repetirse, por ejemplo, 20×2 y 2×20 representan el mismo rectángulo.
- Los únicos cuatro rectángulos que cumplen con el criterio anterior son 40×1 , 20×2 , 10×4 y 8×5 ; considerando al primer factor como el largo del rectángulo y al segundo factor, el ancho.

Respecto a la pregunta que se plantea en esta consigna se espera que los alumnos establezcan que el área de los rectángulos que construyeron es igual al producto del largo por el ancho; en caso de que no llegaran a esta conclusión se les puede cuestionar: *¿Por qué aseguran que esas son las medidas que debe tener un rectángulo de 40 cm^2 de área?* Y si aun así los alumnos no logran expresar la relación, se les puede preguntar si es posible formar un rectángulo de 7×6 con los 40 cm^2 , esperando que se den cuenta que no es posible porque les faltarían 2 centímetros cuadrados y que, finalmente infieran que el largo por el ancho debe dar 40 cm^2 .

En la consigna 2 se espera que los alumnos completen fácilmente la tabla con base en la conclusión a la que llegaron en la consigna 1. Cuando el dato que corresponde al área ya está dado, por ejemplo 32, algunos alumnos podrían recurrir a estos planteamientos: $8 \times \underline{\quad} = 32$ o $32 \div 8 = \underline{\quad}$.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

En busca de una fórmula

78. En busca de una fórmula

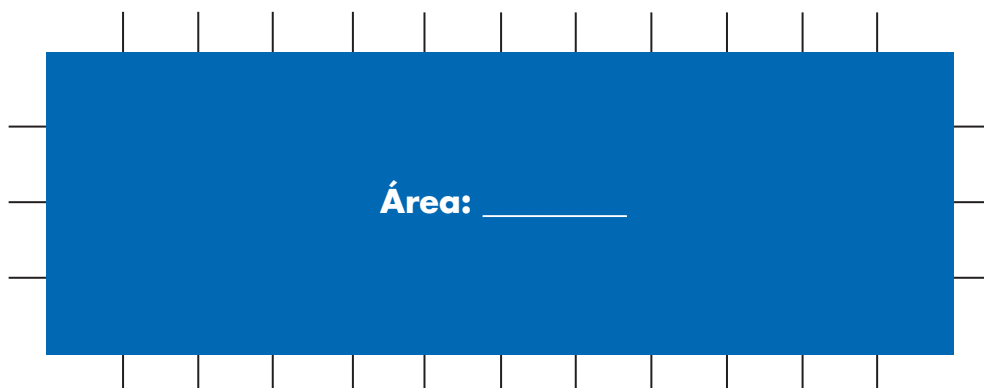
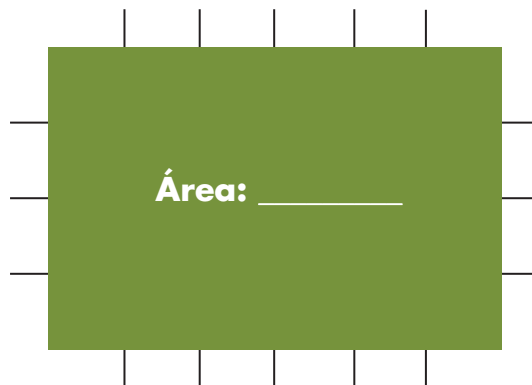
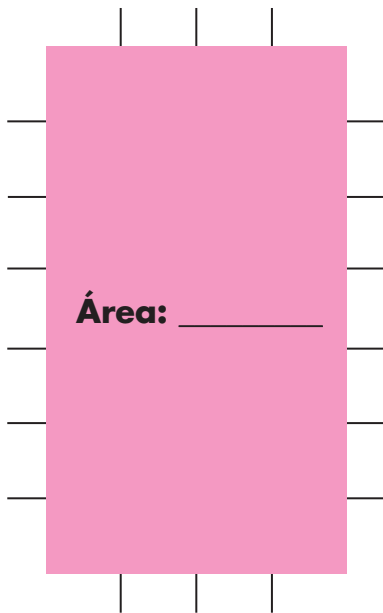
Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la relación que existe entre las medidas del largo, ancho y área de un rectángulo y la representen con una fórmula.

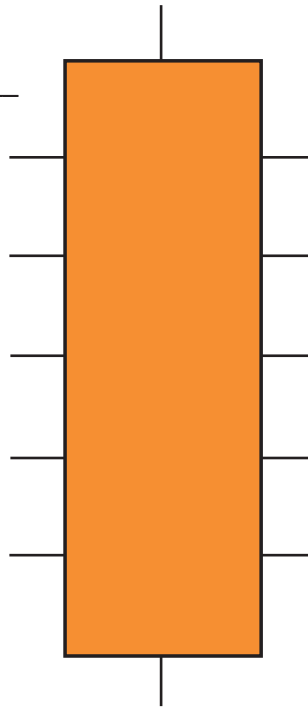
Consigna 1

Organízate con un compañero para realizar estas actividades.

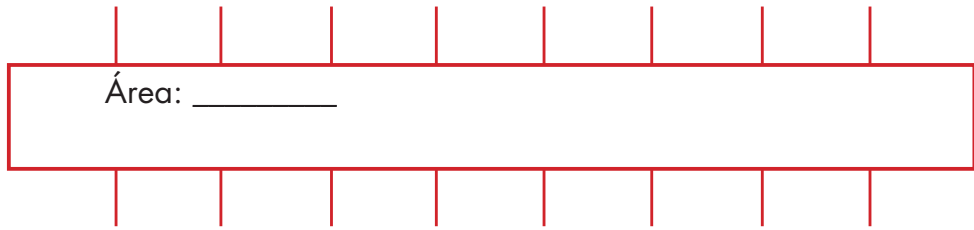
1. Anoten la medida de la superficie de cada rectángulo.



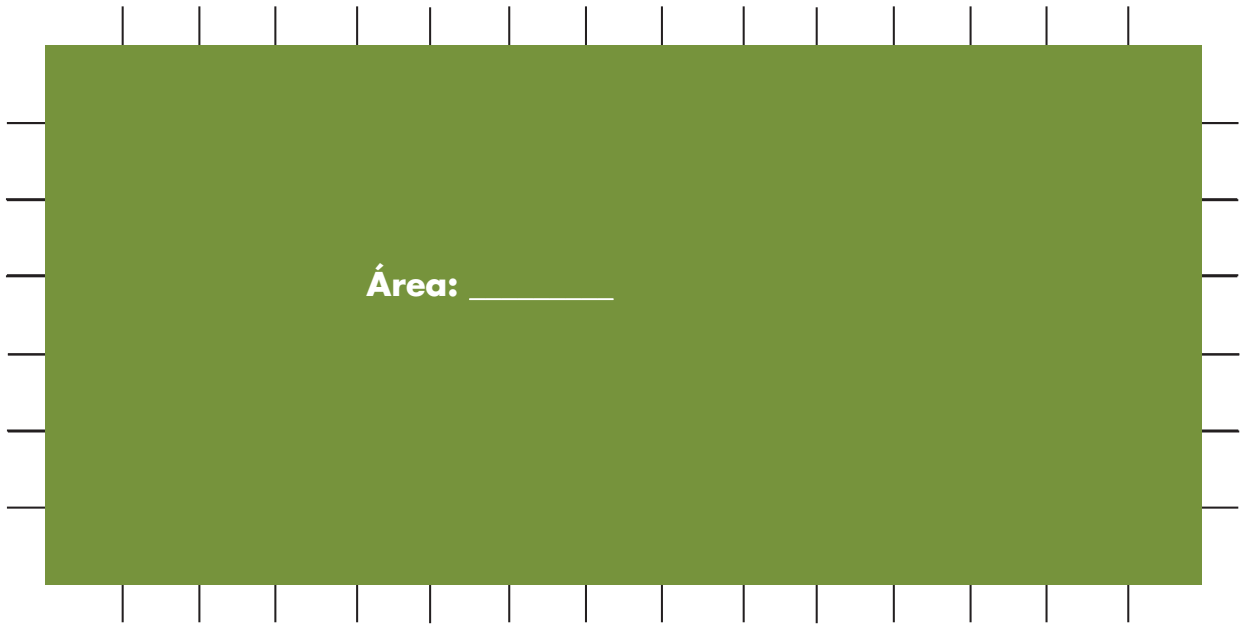
Área: _____



Área: _____



Área: _____

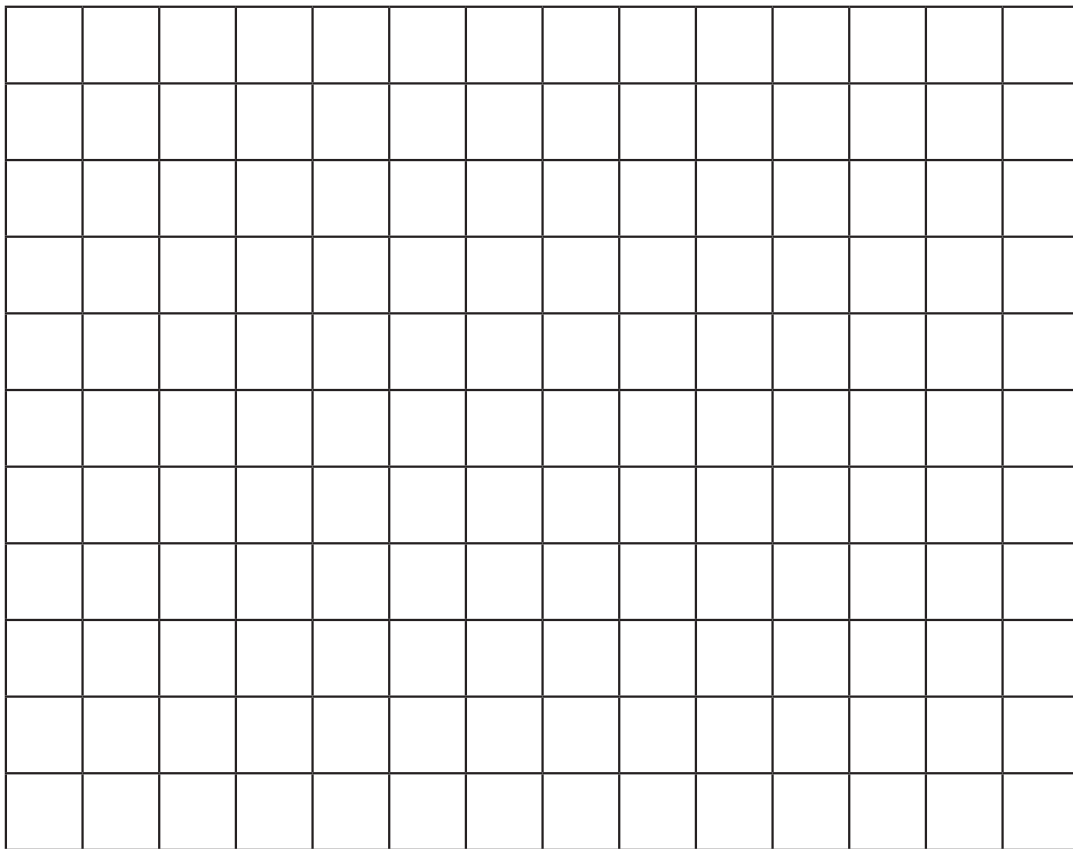


Consigna 2

Organízate con un compañero para realizar estas actividades.

2. Tracen y coloreen en la cuadrícula cuatro rectángulos con las medidas que se indican enseguida, completa la tabla y contesta la pregunta que se te plantea. Es importante que los rectángulos no se encimen.

- Rojo: 8 cm de largo y 3 cm de ancho
- Amarillo: 1 cm de base y 5 cm de altura
- Verde: 4 cm de base y 6 cm de altura
- Azul: 10 cm de largo y 2 cm de ancho



Rectángulo	Base	Altura	Área (cm ²)
Rojo			
Azul			
Amarillo			
Verde			

Describan brevemente cómo se calcula el área de los rectángulos.



Consideraciones previas

En la primera consigna, se espera que en todos los casos los alumnos multipliquen las medidas del largo y el ancho de los rectángulos para encontrar su área. Es probable que algunos alumnos todavía sientan la necesidad de trazar toda la cuadrícula para encontrar el área, algunos otros trazarán solamente los cuadrados de una fila y una columna de la orilla, y otros realizarán directamente la multiplicación. Es conveniente que se concluya que ya no es necesario trazar la cuadrícula pues basta con saber cuántas unidades tiene el largo y el ancho y multiplicarlas para obtener el área de un rectángulo.

En la segunda consigna puede suceder que los alumnos pregunten por qué en unos datos dice largo y ancho y en otros, base y altura. En este caso se puede decir que estos términos se utilizan indistintamente para designar los lados de un rectángulo. Aclarando que el “largo” es el lado más grande y “ancho” el lado más chico. La “base” es el lado horizontal y “altura” el lado vertical. En la puesta en común se espera que los alumnos respondan que para obtener el área de cualquier rectángulo se multiplica el largo por el ancho, o bien, la base por la altura. Si los alumnos expresaran la fórmula $A = b \times h$, o $A = l \times a$, conviene señalar que de manera universal se utiliza $A = b \times h$.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

79. Medidas en el salón de clase

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen diferentes unidades de medida de superficie (m^2 , dm^2 y cm) para estimar o medir diversas superficies.

Consigna

Organizados en equipos de cuatro integrantes, realicen las siguientes actividades.

1. Estimen el área de las superficies que se indican, después utilicen los cuadrados que construyeron para medirlas.

Superficie	Estimación del área	Resultado de la medición de la superficie
La superficie del pizarrón		
La carátula de una calculadora		
La portada del cuaderno de matemáticas		
El piso del salón		

- Compartan sus respuestas con el grupo.
2. Utilicen al menos dos unidades de medida diferentes para medir las superficies siguientes:

Superficie	Unidad de medida empleada	Medida de la superficie (área)
La portada del libro de matemáticas		
La superficie de la mesa del profesor		
Una ventana del salón		

- Compartan sus respuestas con el grupo.

Consideraciones previas

Antes de realizar las actividades de este Desafío, es necesario que cada alumno construya un cuadrado de un metro por lado, tres cuadrados de 10 cm por lado y siete cuadrados de 1 cm por lado. Con la finalidad de que cada equipo cuente con varias figuras de cada tamaño, se sugiere que los equipos sean de cuatro integrantes, así cada uno tendrá 4 cuadrados grandes, 12 medianos y 28 pequeños. El material para construir las figuras puede ser cartulina, hojas de papel recicladas, periódico, foamy, etcétera.

Una vez que los alumnos han construido los diferentes cuadrados, se les puede dar el nombre de cada uno: metro cuadrado, el grande; decímetro cuadrado, el mediano y centímetro cuadrado, el pequeño y comentar que las tres son unidades de medida que se utilizan para medir superficies.



Vámonos entendiendo...

Estimación: Proceso que permite obtener el resultado aproximado de una operación o de una medición.

Con la participación de todos los alumnos se pueden elaborar la noción de cada uno, por ejemplo; metro cuadrado, cuadrado de un metro por lado que se utiliza como unidad de superficie, su símbolo es (m^2).

Fundamentalmente se trata de que los alumnos reconozcan por su tamaño el m^2 , el dm^2 y el cm^2 , por ello, su construcción y manipulación para estimar o medir superficies resultan trascendentes.

La conversión de unidades y el uso del punto decimal son aspectos que se estudian más adelante, por lo tanto, es muy probable que los estudiantes utilicen expresiones como las siguientes para escribir sus estimaciones o los resultados de sus mediciones.

- ✓ 4 m^2 más 80 dm^2 más 360 cm^2
- ✓ 24 dm^2 , 200 cm^2
- ✓ 4 dm^2 y 140 cm^2

Por supuesto que si advierten que 140 cm^2 equivalen a 1 dm^2 y sobran 40 cm^2 , ya que $1dm^2 = 100 cm^2$, habría que comentar dicha reflexión y consi-

derar que la expresión 4 dm^2 y 140 cm^2 es equivalente con 5 dm^2 y 40 cm^2 . Seguramente se presentarán casos en donde las figuras que dispone cada equipo no sean suficientes para cubrir toda la superficie que se pretende medir, ante ello se espera que los alumnos generen estrategias para lograrlo, por ejemplo, que coloquen la figura sobre la superficie y que marquen sus límites, poner la misma figura junto al dibujo de la anterior y nuevamente marcar sus límites y así sucesivamente hasta cubrir con dibujos toda la superficie.

Para la primera actividad, los alumnos tienen la libertad de utilizar una, dos o tres unidades de medida y de decidir cuál o cuáles emplear. Cuando se analicen los resultados, vale la pena comentar la conveniencia de utilizar unas u otras, por ejemplo, utilizar el m^2 para medir la superficie del piso del salón, representa menos dificultad que utilizar el dm^2 . Otra reflexión importante que hay que promover con los alumnos es que, si se utiliza únicamente una unidad, es muy probable que haya espacios menores sin medir, en esos casos para realizar una medición más aproximada, es necesario utilizar otra unidad de medida más pequeña. Para el caso del piso, seguramente es más aproximado el resultado si se utilizan dos o tres unidades que si se utiliza únicamente una.

Es posible que los equipos utilicen diferentes unidades para medir el mismo objeto; por ejemplo, para el área de la portada del cuaderno un equipo puede mencionar que son $5\frac{1}{2} \text{ dm}^2$, mientras que otro equipo puede decir que mide 560 cm^2 . Como se mencionó anteriormente, el tema de estudio en este apartado no es la equivalencia entre unidades, sin embargo, para efecto de verificar si ambas respuestas pueden ser aceptables, los alumnos podrían llegar a la conclusión que un dm^2 se cubre con 100 cm^2 .

En la segunda actividad los alumnos tendrán que calcular el área de las superficies indicadas utilizando al menos dos unidades de medida, ello permitirá que los alumnos:

- Calculen de forma más aproximada el área, pues tienen la posibilidad de recurrir a unidades más pequeñas, en caso de que la primera unidad seleccionada no sea suficiente para cubrir totalmente la superficie.
- Comparen las unidades por su tamaño y valoren en cuánto es más grande una en comparación con la otra.
- Utilicen expresiones equivalentes para expresar la misma área.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen diferentes unidades de medida de superficie (m^2 , dm^2 y cm^2), para dibujar figuras que tengan determinadas áreas.

Consigna

Organizados en equipos de cuatro integrantes realicen la siguiente actividad.

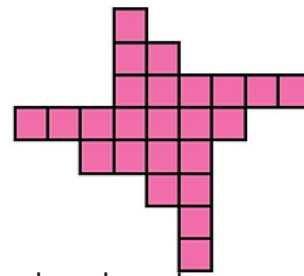
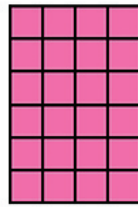
Utilicen los cuadrados del desafío anterior y construyan una figura que corresponda a cada una de las siguientes medidas:

- a) 24 cm^2
- b) 15 dm^2
- c) 9 m^2
- d) $7\frac{1}{2} \text{ dm}^2$
- e) $5\frac{3}{4} \text{ m}^2$
- f) $2 \text{ m}^2 + 6 \text{ dm}^2$
- g) $9 \text{ dm}^2 + 50 \text{ cm}^2$

Consideraciones previas

Para realizar la actividad de este Desafío es necesario que cada equipo cuente con los cuadrados construidos en la sesión anterior (3 m^2 , 12 dm^2 y 28 cm^2).

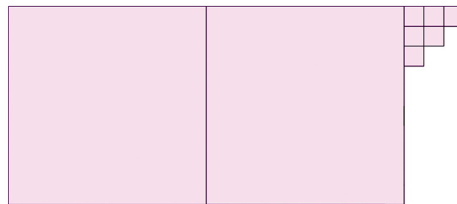
Continuando la idea fundamental de reconocer por su tamaño el m^2 , dm^2 y el cm^2 , ahora se trata de utilizar esas unidades de medidas de superficie, estudiadas en el Desafío anterior, para construir figuras que tengan una determinada área. Seguramente, a partir de una medida, los alumnos trazarán diversas figuras, lo anterior permite validar una propiedad geométrica comentada con anterioridad, la existencia de figuras diferentes que tienen la misma área. Para el caso de la figura con 24 cm^2 de área, podría haber soluciones como las siguientes:



Es importante que los alumnos señalen las unidades utilizadas al momento de validar su representación.

Se espera que los alumnos no tengan dificultad para representar las superficies cuyas áreas incluyen fracciones, ya que este tipo de números se han estudiado y utilizado en bloques y grados anteriores.

Para las figuras de los incisos f y g será necesario que utilicen dos unidades de medida para representar las superficies, como lo muestra el siguiente dibujo que representa una figura cuya área es de 2 m^2 y 6 dm^2 .



○ bien, en otros casos, que utilicen la misma unidad, por ejemplo, sabiendo que 50 cm^2 equivalen a medio metro cuadrado, podrían doblar a la mitad el metro cuadrado para representar los 50 cm^2 .

Este tipo de actividades permite que los alumnos avancen en la comprensión de las relaciones que existen entre las diferentes unidades, para que en grados posteriores se puedan establecer sus equivalencias con menor dificultad.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

a) ¿Por qué para las fracciones de tu equipo se coloreó la misma cantidad de cuadros?

b) ¿Qué relación observan en los denominadores de las fracciones que tienen en su equipo?

c) ¿Sucede lo mismo con los numeradores?

¿Por qué?

d) ¿Qué operaciones pueden hacerse a partir de una fracción para obtener las otras?

Consideraciones previas

Para llevar a cabo la actividad es necesario preparar con anticipación las 43 tarjetas con fracciones que se muestran a continuación. Los números que se consideraron en las tarjetas permiten organizar hasta 10 equipos, que pueden tener desde 3 hasta 5 integrantes:

Equipo	Fracciones	Total	Equipo	Fracciones	Total
1	$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12}$	5	6	$\frac{1}{8}, \frac{2}{16}, \frac{3}{24}$	3
2	$\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}, \frac{8}{24}$	5	7	$\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \frac{16}{24}$	5
3	$\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{4}{16}, \frac{5}{20}$	5	8	$\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}$	5
4	$\frac{1}{5}, \frac{2}{10}, \frac{3}{15}, \frac{4}{20}$	4	9	$\frac{2}{5}, \frac{4}{10}, \frac{6}{15}, \frac{8}{20}$	4
5	$\frac{1}{6}, \frac{2}{12}, \frac{4}{24}$	3	10	$\frac{4}{5}, \frac{8}{10}, \frac{12}{15}, \frac{16}{20}$	4

Por ejemplo:

$$\frac{4}{20} \quad \frac{1}{6}$$

La actividad considera que cada alumno se encargue de representar una fracción; si se considera conveniente, de acuerdo con las características de los alumnos, se pueden integrar parejas para representar algunas fracciones.

Anteriormente los alumnos han representado e identificado fracciones equivalentes mediante diversos recursos. Ahora se trata de que ellos establezcan una forma para identificarlas y generarlas; en este caso, se espera que adviertan que multiplicando el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número natural, se obtiene una fracción equivalente a ella.

Es importante que dispongan de tiempo suficiente para verificar que han representado correctamente la fracción que les fue asignada, ya que los equipos se integran considerando que todos sus integrantes tienen fracciones que son equivalentes. Antes de resolver las preguntas, se podría propiciar un espacio de discusión grupal en el que los alumnos comenten cómo determinaron cuántos cuadritos debían colorear.

Aunque hasta ahora los alumnos no han trabajado fracciones con denominadores como $(\frac{5}{15}, \frac{5}{20}, \frac{4}{24})$, es muy probable que la mayoría de los equipos, con base en lo que conocen y observan en el conjunto de fracciones del equipo, respondan que colorearon la misma cantidad de cuadros porque sus fracciones son equivalentes.

Para las preguntas b, c y d se espera que los alumnos:

- Comenten que los denominadores y numeradores se relacionan porque representan los resultados de la tabla de multiplicar de un número.
- Adviertan que el numerador y el denominador de una fracción se tienen que multiplicar por el mismo número para encontrar una fracción equivalente.

Una forma de alentar a que los alumnos comprueben si sus conclusiones son correctas es plantearles preguntas como: *¿Qué pasa si los elementos de la fracción inicial, numerador y denominador, se multiplican o dividen por un número diferente?, ¿se mantiene la equivalencia? ¿Qué sucede con una fracción si únicamente se multiplica el numerador o el denominador por 3? ¿También se pueden encontrar fracciones equivalentes si divido al numerador y el denominador entre el mismo número?*



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Sólo del mismo valor

82. Sólo del mismo valor

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen y generen, a partir de una fracción dada, varias fracciones equivalentes, multiplicando o dividiendo el numerador y el denominador por el mismo número natural.

Consigna

Reúnete con un compañero para realizar las siguientes actividades.

1. Escriban los números que faltan para que las fracciones de cada grupo sean equivalentes.

a) $\frac{5}{3} = \frac{5}{6} = \frac{5}{12} = \frac{15}{\quad} = \frac{5}{15}$

d) $\frac{70}{50} = \frac{14}{5} = \frac{14}{5} = \frac{35}{\quad}$

b) $\frac{2}{6} = \frac{2}{12} = \frac{6}{\quad} = \frac{20}{\quad} = \frac{20}{36}$

e) $\frac{48}{60} = \frac{48}{20} = \frac{12}{\quad} = \frac{12}{10}$

c) $\frac{4}{2} = \frac{8}{\quad} = \frac{20}{\quad} = \frac{28}{\quad} = \frac{28}{20}$

f) $\frac{72}{120} = \frac{18}{\quad} = \frac{12}{\quad} = \frac{12}{60}$

2. Encierren en un círculo las fracciones que son equivalentes a la primera de la izquierda.

a) $\frac{2}{9}; \frac{5}{18}; \frac{8}{36}; \frac{12}{19}; \frac{4}{18}; \frac{11}{45}$

b) $\frac{9}{27}; \frac{6}{24}; \frac{7}{21}; \frac{3}{9}; \frac{1}{3}; \frac{2}{6}$

c) $\frac{12}{18}; \frac{10}{15}; \frac{2}{3}; \frac{3}{12}; \frac{4}{6}; \frac{4}{8}$



Consideraciones previas

Se trata que los alumnos apliquen la estrategia analizada en la sesión anterior para generar fracciones equivalentes. Ahora, además de multiplicar el numerador y el denominador, tendrán que dividirlos entre el mismo número para generar e identificar fracciones equivalentes con denominadores menores.

Para resolver la primera actividad, cuentan con el numerador o con el denominador de las fracciones equivalentes que deben obtener; es muy probable que no tengan dificultad para identificar en cada caso cuál es el factor que pudo darle origen y lo apliquen para calcular el elemento faltante. Se espera que los argumentos de los alumnos sean parecidos a estos:

$$\frac{2}{6} = \frac{\boxed{4}}{12} = \frac{6}{\boxed{18}} = \frac{20}{\boxed{30}} = \frac{\boxed{12}}{36}$$

- El 6 se multiplicó por 2, entonces el 2 también se multiplica por el 2 del numerador y se obtienen $\frac{4}{12}$. Después, si se multiplica el denominador 6×3 se obtienen 18, entonces también se debe multiplicar el numerador 2×3 , entonces la fracción es $\frac{6}{18}$, etc.

La segunda actividad implica un reto diferente, ya que deberán revisar una a una las fracciones propuestas para cada inciso e identificar si hay alguna relación entre ellas. Es muy probable que inicien buscando esta relación considerando solamente uno de los dos elementos y no de la fracción como tal. Por ejemplo:

$$\frac{2}{9}, \frac{5}{18}, \frac{8}{36}, \frac{12}{19}, \frac{4}{18}, \frac{11}{45}$$

A partir del numerador 2, pueden buscar alguna relación con los otros numeradores y encontrar dos inmediatas, una con el 4 y otra con el 8, posteriormente, comprobar si esa misma relación se cumple entre sus denominadores. Otra estrategia consiste en probar lo mismo, pero con el denominador.

Otro elemento que hace actividad más compleja, es que a simple vista, algunas fracciones no tienen relación de equivalencia con la primera:

$$\frac{9}{27}, \frac{6}{24}, \frac{7}{21}, \frac{3}{9}, \frac{1}{3}, \frac{2}{6}$$

Si aplican el mismo razonamiento que en el inciso anterior, las fracciones equivalentes que se identifican son $\frac{3}{9}$ y $\frac{1}{3}$; sin embargo, hay 2 fracciones más que también son equivalentes. De ahí la importancia se continúe propiciando entre los alumnos la reflexión acerca del significado de cada fracción. En este caso, $\frac{9}{27}$ representa la tercera parte, y en $\frac{2}{6}$ y $\frac{7}{21}$ se cumple la misma proporción, por lo tanto, también son equivalentes.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

El número mayor

83. El número mayor

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen el cálculo de fracciones equivalentes como estrategia para comparar fracciones con distinto denominador.

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que los equipos cuentan con:

- ◆ Las tarjetas con fracciones



ANTES

Consigna 1

Organicen equipos de 4 integrantes para jugar a “El número mayor”. Para ello, deben comprobar que tienen la fracción de mayor valor.

- Revuelvan y repartan las tarjetas entre los integrantes del equipo, de manera que no sobre alguna. Cada participante hace una pila con sus tarjetas, cuidando que los números queden hacia abajo.
- Al mismo tiempo, los cuatro jugadores muestran la primera de sus tarjetas. El jugador que tenga la de mayor valor se lleva su tarjeta y la de sus tres compañeros.
- Las cartas ganadas no se vuelven a utilizar.
- El juego acaba cuando se terminan las tarjetas. El ganador del juego es el participante que tiene más tarjetas.





Consideraciones previas

Es importante que cada equipo cuente con las 32 tarjetas, esta cantidad permite que jueguen 8 rondas. Si se considera necesario, se puede sugerir a los equipos que realicen la actividad con menos tarjetas, cuidando que todos los integrantes tengan la misma cantidad. Es conveniente que los alumnos tengan a la mano lápiz y papel para realizar los cálculos necesarios para comprobar si su tarjeta tiene la fracción con mayor valor.

Se espera que los alumnos adviertan que sustituir su fracción por una equivalente, puede facilitar la comparación, y decidan utilizar el recurso recién estudiado; aunque es muy probable que se observen otras estrategias para comprobar cuál fracción es mayor, por ejemplo, utilizar representaciones gráficas de ellas.

Es importante que durante la puesta en común los alumnos presenten los procedimientos que usaron para comparar las fracciones, así como las ventajas o desventajas que encontraron al utilizarlo. En caso de que ningún equipo utilice el procedimiento de obtener fracciones equivalentes, es conveniente que éste se presente y analice como una opción más.

Para enriquecer lo estudiado durante la sesión, se les pueden proponer ejercicios como éstos:

1. Compara las fracciones y coloca el signo $>$ o $<$ según sea el caso.

$$\frac{3}{5} \boxed{} \frac{10}{20} \quad \frac{2}{3} \boxed{} \frac{3}{4} \quad \frac{2}{6} \boxed{} \frac{2}{5} \quad \frac{7}{8} \boxed{} \frac{5}{6}$$

2. Ordena cada grupo de fracciones, iniciando con la de menor valor.

a) $\frac{2}{4}, \frac{4}{12}, \frac{1}{3} =$ _____

b) $\frac{2}{5}, \frac{6}{30}, \frac{3}{15} =$ _____

c) $\frac{2}{4}, \frac{4}{12}, \frac{1}{3} =$ _____

d) $\frac{6}{9}, \frac{16}{12}, \frac{2}{6} =$ _____

¿Cuánto más?

84. ¿Cuánto más?

Intención didáctica

Que los alumnos calculen el doble, triple y cuádruplo de fracciones usuales, utilizando expresiones equivalentes.

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que los equipos cuentan con:

- ◆ Las tarjetas con fracciones.
- ◆ Las tarjetas que indican el cálculo.
- ◆ Pida a un integrante del equipo recortar las tarjetas con los resultados.



ANTES

Consigna

Reúnete con cuatro compañeros para jugar ¿Cuánto más? Las reglas son las siguientes:

- El equipo dispone de un juego de 23 cartas, 14 contienen una fracción y las otras nueve, el cálculo que de ellas se va a realizar: doble, triple o cuádruplo. Uno de los jugadores será el encargado de verificar si las respuestas son correctas. Los otros jugadores se organizan en parejas.
- Las cartas se colocan al centro, hacia abajo y apiladas en dos mazos, en uno las fracciones y en otro los cálculos. Por turnos, cada pareja toma una carta de cada mazo y las muestra para que ambas parejas realicen el cálculo.
- La pareja que primero tenga una respuesta debe decir "Lo tenemos" para detener el juego y ninguno de los demás jugadores podrá seguir escribiendo. La pareja debe mostrar su respuesta al resto del equipo.
- Si la respuesta es correcta, la pareja gana dos puntos, si no lo es, la pareja oponente puede ayudarlo a obtenerla, y entonces ambas ganan un punto. Si entre las dos parejas no pueden obtener la respuesta correcta, ninguna pareja gana puntos y el compañero que tiene los

resultados les dirá cuál es el correcto. Las tarjetas se regresan a su lugar, colocándolas al final de cada mazo.

- La pareja que después de cinco rondas consiga más puntos es la ganadora.

Consideraciones previas

Es muy probable que para calcular los resultados, los alumnos recurran principalmente a representar gráficamente las fracciones incluidas en las tarjetas. Otros, quizás utilicen expresiones aditivas: $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$ o $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$, o inclusive multiplicativas como $\frac{2}{3} \times 2$, o $\frac{3}{4} \times 4$. Lo importante es que de una u otra forma, la pareja tenga argumentos para convencer al oponente que su cálculo es correcto y exprese numéricamente su resultado.

Se espera que los alumnos al término del juego, identifiquen que si una fracción se duplica, triplica o cuadruplica, por ejemplo, $\frac{2}{3}$, la cantidad de tercios aumenta, dos, tres o cuatro veces, y que en estos casos, el único elemento que cambia es el numerador. Para calcular el doble, triple o cuádruplo de una fracción, basta con duplicar, triplicar o cuadruplicar el numerador de la misma.

Es importante que se preparen tantas tarjetas de resultados como equipos se integren en el grupo, ya que ésta será la herramienta que tendrá el responsable para verificar las respuestas de las parejas.

Una vez que los alumnos hayan terminado de jugar, se puede promover una actividad grupal en la que, a manera de competencia, se pregunten algunos cálculos incluidos en el juego.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Cuánto menos?

85. ¿Cuánto menos?

Intención didáctica

Que los alumnos calculen la mitad y la tercera parte de fracciones usuales, utilizando expresiones equivalentes.

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que los equipos cuentan con:

- ◆ Las 14 tarjetas con las fracciones, que utilizaron para jugar ¿Cuánto más?
- ◆ Las ocho tarjetas con los cálculos.
- ◆ Pida a un integrante del equipo recortar las tarjetas con los resultados.



ANTES

Consigna

Reúnete con cuatro compañeros para jugar ¿Cuánto menos? Las reglas son las siguientes:

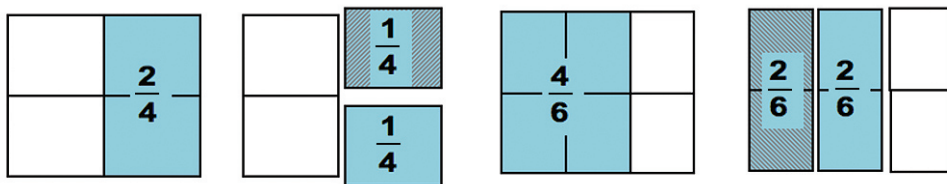
- Necesitan las 14 tarjetas con fracciones que utilizaron para jugar ¿Cuánto más?, ocho tarjetas que contienen el cálculo que de ellas se va a realizar y una tabla con los resultados. Uno de los jugadores será el encargado de verificar si las respuestas son correctas. Los otros jugadores se organizan en parejas.
- Las cartas se colocan al centro, hacia abajo y apiladas en dos mazos, en uno las fracciones y en otro los cálculos. Por turnos, cada pareja toma una carta de cada mazo y las muestra para que ambas parejas realicen el cálculo.
- La pareja que tenga primero la respuesta debe decir “Lo tenemos” para detener el juego y ninguno de los demás jugadores podrá seguir escribiendo. La pareja debe mostrar su respuesta al resto del equipo.

- Si la respuesta es correcta, la pareja gana dos puntos, si no lo es, la pareja oponente puede ayudarle a obtenerla, y entonces ambas ganan un punto. Si entre las dos parejas no pueden obtener la respuesta correcta, ninguna pareja gana puntos y el compañero que tiene los resultados les dirá cuál es el correcto. Las tarjetas se regresan a su lugar, colocándolas al final de cada mazo.
- La pareja que después de cinco tandas consiga más puntos es la ganadora.

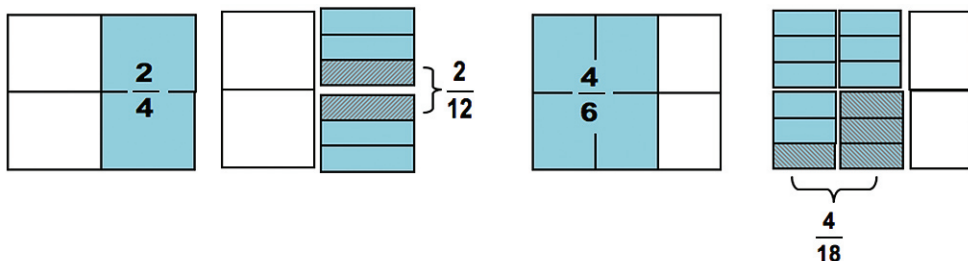
Consideraciones previas

De la misma forma que en el juego del Desafío anterior, los alumnos seguramente recurrirán a utilizar representaciones gráficas para conocer y comprobar los resultados, sin embargo, es necesario construir estrategias más elaboradas, incluyendo la variación de los elementos de la fracción (numerador y denominador).

Calcular la mitad o la tercera parte de una fracción representa un reto más complejo que calcular el doble o el triple; no se trata únicamente de sacar mitad o tercera parte al numerador, sino que hay casos en los que el denominador también se modifica. Por ejemplo, al calcular la mitad de números como $\frac{2}{4}$ o $\frac{4}{6}$, la fracción que se obtiene al dividirlos en dos partes iguales, sigue teniendo el mismo denominador, el elemento que se modifica es el numerador, precisamente a la mitad de su valor. Sería importante discutir ampliamente con los estudiantes la condición para que esto ocurra (numerador par).



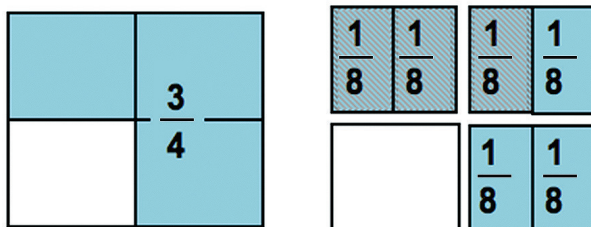
Sin embargo, esto no sucede si se calcula la tercera parte de las mismas fracciones:



Es importante que los alumnos adviertan el obstáculo para proceder de manera similar como en el caso anterior, el numerador no es múltiplo de 3.

Otro caso especial es cuando el numerador es impar y se quiere obtener la mitad.

Al calcular la mitad de $\frac{3}{4}$, cada cuarto se divide en dos partes iguales, por lo que se obtienen $\frac{6}{8}$, y la mitad de éstos, son $\frac{3}{8}$.



Si bien los estudiantes pueden utilizar diferentes procedimientos, es deseable que adviertan que cuando se quiere obtener la mitad o la tercera parte de una fracción y los numeradores no sean múltiplos de 2 y 3, respectivamente, basta con duplicar o triplicar el valor del denominador.

Una vez que los alumnos hayan terminado de jugar, se puede promover una actividad grupal en la que, a manera de competencia, se pregunten algunos cálculos de los incluidos en el juego.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Dobles, triples, cuádruples...

86. Dobles, triples, cuádruples...

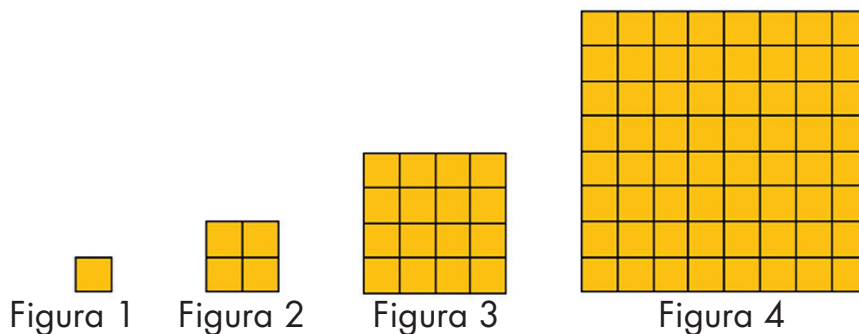
Intención didáctica

Que los alumnos enuncien la regularidad de una sucesión con progresión geométrica.

Consigna

Organizados en equipo, resuelvan los siguientes problemas:

1. Analicen la siguiente sucesión de figuras.

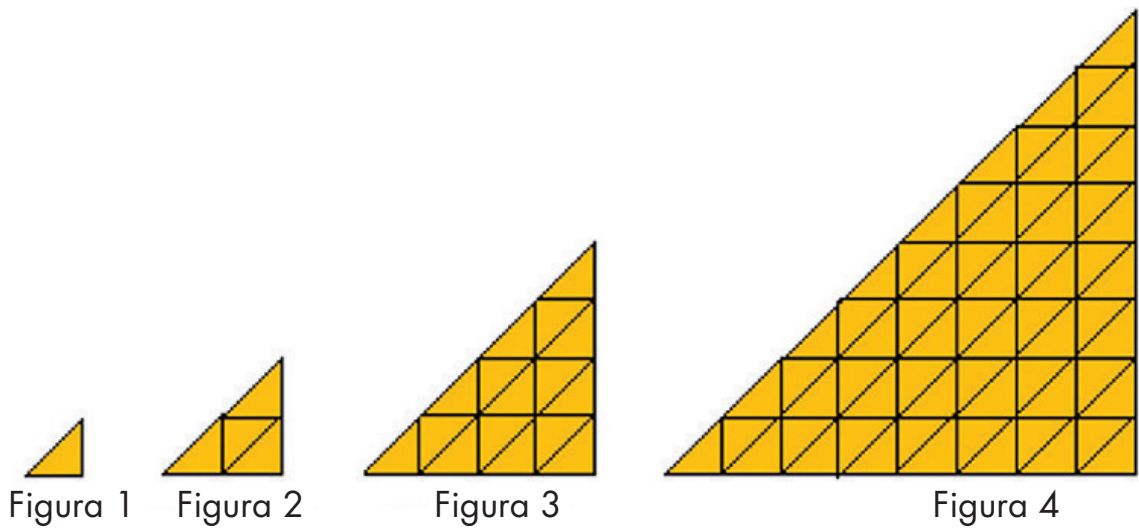


- a) ¿Cómo se obtiene el número de cuadros de una figura a partir de la anterior?

- b) ¿Cuál es la regularidad del número de cuadros de cada figura de la sucesión?

- c) ¿Cuál es la sucesión numérica que se genera con el número de cuadros de cada figura?

- d) Si se continúa la sucesión, ¿cuántos cuadros tendría la figura 5?



a) ¿Cómo se obtiene el número de triángulos de una figura a partir de la anterior?

b) ¿Cuál es la regularidad del número de triángulos de cada figura de la sucesión?

c) ¿Cuál es la sucesión numérica que se genera con el número de triángulos de cada figura?

d) Si se continúa la sucesión, ¿cuántos triángulos tendría la figura 5?

Consideraciones previas

Ahora se trata de que los alumnos identifiquen una sucesión con progresión geométrica, es decir, cada número de elementos que conforma cualquier término de la sucesión se calcula multiplicando el anterior por un número fijo llamado razón.

Con respecto al primer caso, se espera que digan que la regularidad de la sucesión es que el número de cuadros de cualquier figura se obtiene multiplicando el número de cuadros de la figura anterior por 4. Por ejemplo, para la figura 4, el número de cuadros que la conforman es igual al número de cuadros de la figura 3 por 4, es decir, $16 \times 4 = 64$. Esta misma regularidad de cumple para las otras figuras; por lo que el número de cuadros de la figura 5, será: $64 \times 4 = 256$, y así sucesivamente.

Una variante de esta sucesión es plantear a los alumnos que determinen la regularidad del número de cuadros por lado de cada figura y preguntarles también cuántos cuadros tendría por lado la siguiente figura (figura 5).

Ahora la sucesión cambia y sería: 1, 2, 4, 8, 16,... y la regularidad sobre el número de cuadros por lado se obtiene multiplicando por 2 al término anterior.

En el caso del problema 2, se espera el mismo trabajo de análisis y que puedan determinar que la regularidad es que el número de triángulos de cualquier figura de la sucesión se obtiene multiplicando por 4 al número de triángulos de la figura anterior.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Sucesión con factor

87. Sucesión con factor

Intención didáctica

Que los alumnos encuentren términos faltantes, el que continúa o uno no muy alejado en sucesiones con progresión geométrica.

Consigna

En equipo, resuelvan los siguientes problemas:

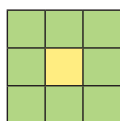


Figura 1

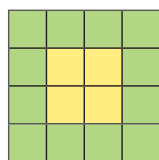


Figura 2

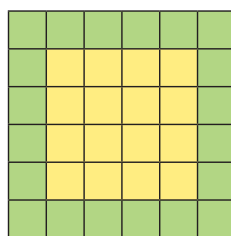


Figura 3

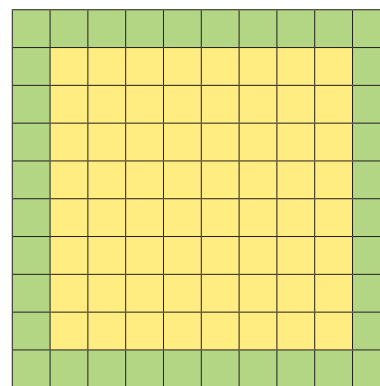


Figura 4

- a) ¿Cuál es la sucesión numérica que representa el número de cuadros verdes de las figuras?

Explica cuál es la regularidad de esta sucesión:

- b) ¿Cuál es la sucesión numérica que representan los cuadros amarillos?

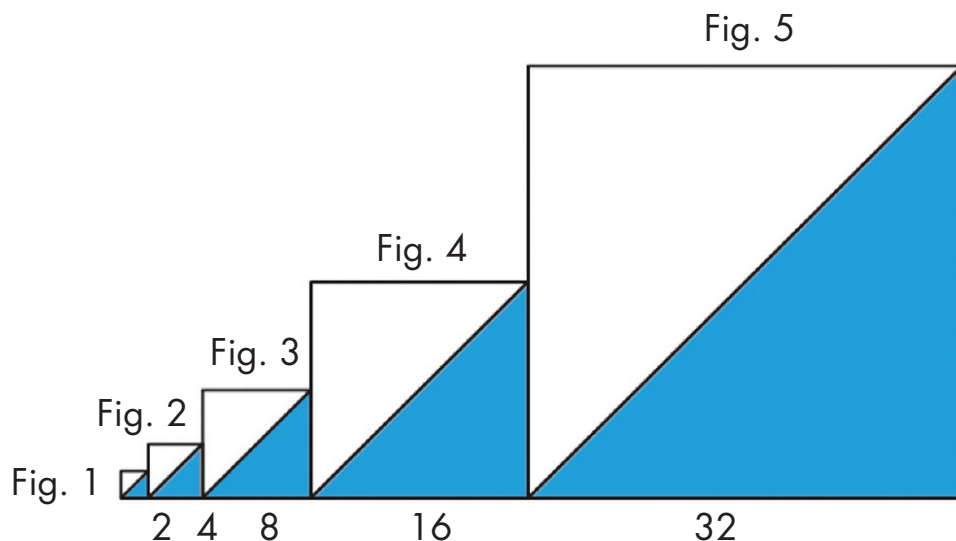
¿Cuál es la regularidad de esta sucesión?

c) ¿Cuántos cuadros amarillos tendrá la figura 6?

¿Y la figura 7?

¿Y cuántos cuadros verdes tendrá cada una de esas figuras?

2. Los números que están debajo de cada cuadrado, representan la medida de cada uno de sus lados.



a) Si se continúa la sucesión de cuadrados, ¿cuánto miden por lado los cuadrados 6, 7 y 8, respectivamente?

b) La siguiente sucesión representa el área del triángulo sombreado en cada cuadrado. ¿Cuáles son los términos que faltan?

2, 8, 32, 128, _____, _____, 8 192, ...



Consideraciones previas

En el primer problema, se espera que los alumnos establezcan las sucesiones numéricas que corresponden al número de cuadros verdes y al número de cuadros amarillos, para que después puedan determinar la regularidad en cada caso.

Sin embargo, es común que se equivoquen y consideren, con base en las dos primeras figuras de esta sucesión que van aumentando de 4 en 4. Si esto sucede será importante considerarlo para la puesta en común y que confronten con algún otro equipo cuyo análisis haya sido más detallado.

Con respecto al número de cuadros verdes, la sucesión numérica es: 8, 12, 20, 36, ... En este caso, no se trata de una sucesión con progresión geométrica porque cualquier término no se obtiene multiplicando por un factor constante al término anterior. La regularidad en este caso es que el número que se va sumando es el doble del anterior; esto se observa en los números con rojo:

$$8 + 4 = 12; 12 + 8 = 20; 20 + 16 = 36$$

Con respecto al número de cuadros amarillos, la sucesión numérica que se genera es:

1, 4, 16, 64, ... Aquí sí se trata de una sucesión con progresión geométrica, ya que el número de cuadros amarillos para cualquier figura se obtiene multiplicando el número de cuadros amarillos de la figura anterior por 4. Si los alumnos logran determinar esta regularidad, entonces podrán calcular que el número de cuadros amarillos para las figuras 6 y 7 son: 1024 y 4096, respectivamente

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

No basta con mirar

88. No basta con mirar

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas donde determinen si un término dado pertenece o no a la sucesión.

Consigna

En pareja, contesten las preguntas en relación con las sucesiones que se presentan.

Sucesión 1.



Figura 1

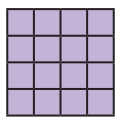


Figura 2

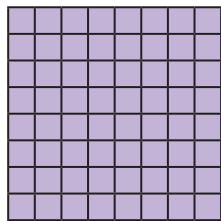


Figura 3

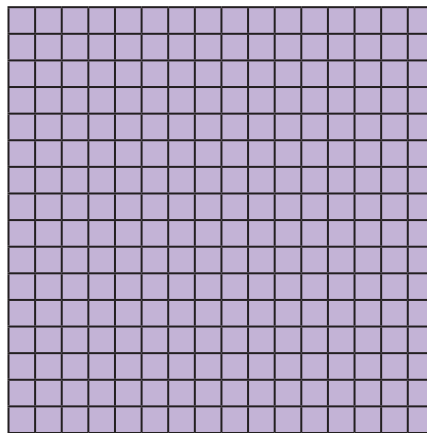


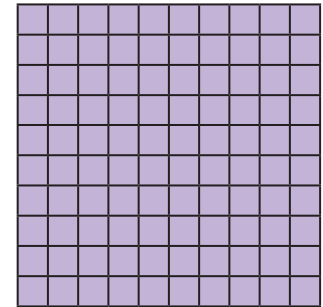
Figura 4

a) ¿Cuál es la sucesión numérica que representa el número de cuadrados que tienen por lado las figuras?

b) ¿Cuál es la sucesión numérica que representa el área de los cuadrados de la sucesión?

c) ¿Cuál será el área del cuadrado que ocuparía el lugar 5 en la sucesión?

d) ¿La siguiente figura corresponde a la sucesión?



¿Por qué?

Sucesión 2.



Figura 1

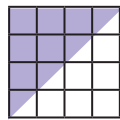


Figura 2

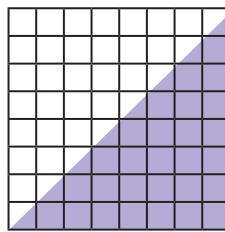


Figura 3

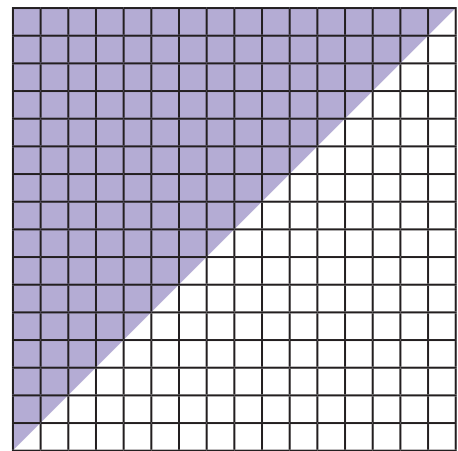


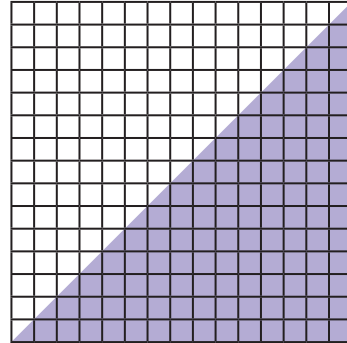
Figura 4

a) ¿Cuál es la regularidad que observan de la sucesión de figuras?

b) ¿Cuál es la sucesión numérica que representa el área de los triángulos sombreados en la sucesión?

c) ¿Cuál será el área que tendrá el triángulo sombreado en la figura 5 de la sucesión?

d) ¿La siguiente figura corresponde a la sucesión?



¿Por qué?

Consideraciones previas

Para decidir si un elemento dado (número o figura) pertenece o no a una sucesión es necesario primero encontrar la regularidad que existe entre los elementos dados. Así que la idea central de los problemas de este Desafío es que los alumnos identifiquen regularidades y luego las apliquen.

En el primer problema, se espera que los alumnos escriban que la sucesión numérica que se genera en función del número de cuadrados que tiene por lado de cada cuadrado es: 2, 4, 8, 16,...

Una vez que los alumnos hayan escrito la sucesión numérica, indicarles que identifiquen la regularidad que presenta la sucesión. En este caso, la regularidad de esta sucesión, es que para obtener cualquier término de la sucesión se multiplica por 2 al término anterior.

La sucesión numérica que se genera en función del área de cada cuadrado es:

4, 16, 64, 256,...

La regularidad de esta sucesión es que para obtener cualquier término de la sucesión se multiplica por 4 al término anterior.

En el caso del inciso c, se espera que los alumnos lleguen a la conclusión que el cuadrado de 10×10 , no corresponde a la sucesión, ya que el 10 (número de cuadrados por lado) y el 100 (área del cuadrado) no corresponden a la sucesión de cuadrados.

Con respecto al problema 2, es probable que algunos alumnos se les dificulten calcular el número de cuadrados. Otros podrán ver que el cuadrado equivale a dos triángulos iguales, por lo que el número de cuadrados de un triángulo es la mitad del número de cuadrados que conforman el cuadrado de cada figura.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Cuánto le falta?

89. ¿Cuánto le falta?

Intención didáctica

Que los alumnos calculen mentalmente el complemento de un número a un múltiplo de 10.



ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que los alumnos cuenten con una calculadora para comprobar sus respuestas.



Consigna

Reúnete con un compañero para realizar la actividad.

- Cada uno calcule mentalmente los números con los que se da respuesta a las preguntas de la tabla 1 y escríbanlos en la columna correspondiente.
- Comprueben sus respuestas con ayuda de una calculadora, en la última columna anoten si su respuesta es acertada, o el número correcto, en caso de haber tenido un error.
- Comenten sus procedimientos y en caso de haber tenido resultados equivocados busquen las causas.

TABLA 1

¿Cuánto hay que sumarle a...	... para obtener?	Respuesta	¿Fue acertada?
88	1 000		
579	3 000		
4 578	10 000		
199	6 400		
8 253	11 300		

Ahora, analicen y completen lo que se solicita en la tabla 2.

TABLA 2

¿Cuánto hay que restarle a...	... para obtener?	Respuesta	¿Fue acertada?
1 000	755		
3 000	898		
10 000	4 572		
10 000	998		
5 000	2 914		



Consideraciones previas

Si bien las respuestas pueden obtenerse de diversas maneras, la idea es que elaboren y apliquen estrategias de cálculo mental.

Una manera de calcular los números de la tabla 1, es completar sucesivamente las decenas, centenas, unidades de millar, etc.

Por ejemplo:

$$\begin{array}{l}
 4\ 578 + 2 = 4\ 580 \qquad (+2) \\
 4\ 580 + 20 = 4\ 600 \qquad (+20) \\
 4\ 600 + 400 = 5\ 000 \qquad (+400) \\
 5\ 000 + 5\ 000 = 10\ 000 \qquad (+5\ 000)
 \end{array}$$

Finalmente se suma todo lo que se adicionó ($2+20+400+5000 = 5\ 422$). A 4 578 hay que sumarle 5 422 para obtener 10 000. Por supuesto, se sugiere que todas las cuentas se hagan mentalmente.

Para completar la tabla 2, es muy probable que los alumnos inicien nuevamente con el menor número y que repitan el procedimiento antes mencionado, sin embargo, vale la pena preguntar, ¿cómo le harían a partir del mayor número?

Por ejemplo:

$$\begin{array}{l}
 1\ 000 - 200 = 800 \qquad (-200) \\
 800 - 40 = 760 \qquad (-40) \\
 760 - 5 = 755 \qquad (-5)
 \end{array}$$

Finalmente se suma todo lo que se restó ($200 + 40 + 5 = 245$). A 1 000 hay que restarle 245 para obtener 755.

En la confrontación, además de comentar y discutir los procedimientos y resultados, vale la pena advertir la relación entre las operaciones utilizadas, sumas y restas. En una resta, el resultado más el sustraendo es igual al minuendo.

$$1\ 000 - 755 = 245, \text{ por lo tanto, } 245 + 755 = 1\ 000$$



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Los más cercanos

90. Los más cercanos

Intención didáctica

Que los alumnos calculen mentalmente la distancia entre varios números (pequeños) y determinen cuál es la más pequeña, para advertir que la distancia entre dos números es independiente a la posición relativa de ambos.

Consigna

Individualmente resuelve este problema. Para decidir cada respuesta, realiza los cálculos mentalmente.

Luis y tres de sus amigos juegan a “El más cercano” que consiste en tomar al azar una tarjeta que tenga el número más cercano al número que tienen en el tablero. Si los jugadores eligieron estas tarjetas, ¿quién crees que ha ganado cada ronda?

Ronda	Número del tablero	Luis	Rosa	Felipe	Julia	Ganador
1	260	300	238	248	279	
2	430	392	451	460	417	
3	110	207	134	85	79	
4	370	399	349	400	389	
5	100	86	115	73	186	
6	480	314	241	593	327	

Consideraciones previas

Para resolver el problema es probable y deseable que los estudiantes utilicen las estrategias utilizadas en el Desafío anterior, es decir, para determinar el número más cercano a 260, encuentran mentalmente los complementos de 238 y 248 para llegar a los 260 o bien los complementos de 260 para llegar a 279 y 300. Finalmente comparar los complementos para determinar el número más cercano.

Es muy probable que para determinar el ganador de la primera ronda, los alumnos centren su atención únicamente en los números menores a 260 (238 y 248) y entre éstos, determinar que 248 es el más cercano, pues la distancia entre 260 y 248 es 12 y entre 238 y 260 es 22. Efectivamente, de los cuatro números, 248 es el más cercano a 260. Utilizando el mismo criterio podrán determinar que el ganador de la segunda ronda es Julia.

Si continúan con el mismo criterio, seguramente determinarán que el ganador de la tercera ronda es Felipe, ya que entre 85 y 79 (números menores a 110), el 85 es el más cercano. Si esto ocurre, podría preguntarse; si la diferencia entre 85 y 110 es 25 y la diferencia entre 110 y 134 (número mayor a 110) es 24, ¿la ganadora no es Rosa? Es importante que en la puesta en común se discutan ampliamente las posibles respuestas, la intención es que los estudiantes reconozcan que la distancia entre dos números no es afectada por la posición relativa de ambos.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

De frutas y verduras

91. De frutas y verduras

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen calcular complementos de un número a un múltiplo de 10 y la distancia entre dos números naturales, uno de ellos múltiplo de 10.

Consigna 1

Reúnete con un compañero para resolver el siguiente problema:

Raúl y Lorena preparan ensaladas considerando las siguientes tablas de ingredientes:

Ingrediente	Calorías
1 manzana	53
1 taza de melón	80
1 durazno	45
1 naranja	38
1 pera	55
1 plátano	108
1 rebanada de sandía	47
1 tuna	42
1 taza de uvas	135
1 mango	50

Ingrediente	Calorías
1 taza de berros	15
1 taza de champiñones	45
1 taza de coliflor	48
1 taza de espinacas	28
1 taza de lechuga	14
1 papa	70
1 taza de pepino	12
1 jitomate	30
1 taza de zanahoria picada	64
Medio aguacate	144

Si están preparando dos ensaladas, ¿qué ingredientes agregarían para que cada una contenga las calorías indicadas? Escribanlos sobre las líneas.

Ensalada 1

1 taza de melón
 1 naranja en gajos
 2 rebanadas de sandía
 1 taza de uvas
 1 manzana rebanada
 1 mango

600 calorías

Ensalada 2

5 tazas de lechuga
 3 tazas de espinaca
 1 taza de pepino rebanado
 $\frac{1}{2}$ taza de zanahoria
 1 durazno picado
 1 manzana rebanada

470 calorías

Consigna 2

Con tu mismo compañero, calculen cuál es la diferencia de calorías entre los grupos de alimentos. Los grupos están separados por una diagonal.

Grupos de alimentos	Diferencia de calorías
Una pera y una rebanada de sandía / Dos tazas de champiñones, un jitomate y dos tazas de berros	
Medio aguacate, media taza de pepino y una papa / Un plátano y una manzana	
3 tazas de espinaca / 2 tazas de uva	
Una taza de melón y dos duraznos / Una taza de coliflor, una taza de pepino y una taza de espinacas	



Consideraciones previas

Se espera que para resolver la primera consigna los alumnos calculen el total de calorías contenidas en los alimentos de las listas, y posteriormente, calculen los complementos, de tal manera que se reúnan las cantidades de calorías indicadas en las papeletas; en ambos casos, las cantidades son múltiplos de 10.

Las frutas enlistadas en la Ensalada 1 contienen en total 450 calorías. Los alumnos tendrán que buscar las combinaciones posibles entre los ingredientes para sumar 150 calorías más, que son las necesarias para completar las 600 calorías. Es muy probable que ellos respondan que agregando tres mangos quede solucionado el problema, pues si cada uno contiene 50 calorías, los tres suman las 150 que hacen falta. En ese caso, es importante cuestionarlos si es la única respuesta posible y animarlos a buscar una o dos posibilidades más.

Algunas posibles respuestas son las siguientes:

- Un durazno (45 calorías), una pera (55 calorías), un mango (50 calorías), en total 150 calorías.
- Una manzana (53 calorías), una rebanada de sandía (47 calorías) y un mango (50 calorías)
- Un plátano (108 calorías) y una tuna (42 calorías), en total 150 calorías.
- Una rebanada de sandía (47 calorías), una tuna y media (63 calorías), media taza de melón (40 calorías)

Respecto a la Ensalada 2, ésta contiene 296 calorías; para calcular cuánto falta para completar 470, los alumnos podrían calcular el complemento a la centena más próxima (300) y después el faltante para completar 470:

$$296 + \underline{4} = 300; \quad 300 + \underline{170} = 470; \quad 296 + \underline{174} = 470$$

Es muy probable que aunque el complemento no representa una cantidad múltiplo de 10, los alumnos retomen la experiencia de la Ensalada 1 y se animen a calcularlo considerando también dobles y medias porciones:

- Medio aguacate (144) calorías) y un jitomate (30 calorías)

- Una taza de coliflor (48 calorías), una taza de espinacas (28 calorías), 2 tazas de lechuga (28 calorías), una papa (70 calorías)
- Una taza de espinacas (28 calorías), una taza de pepino (12 calorías), una taza de zanahoria (64 calorías), una papa (70 calorías)
- Una taza de coliflor (48 calorías), una taza de espinaca, (28 calorías), 2 tazas de pepino (24 calorías), 2 jitomates (60 calorías) y media taza de espinacas (14 calorías)

En la segunda consigna los alumnos se enfrentan a un reto diferente que implica calcular la diferencia o distancia entre dos números, de los cuales, uno es múltiplo de 10. Es importante que durante la puesta en común, se reflexionen y analicen los diferentes procedimientos que se presentan para determinar las distancias, como el siguiente:

Medio aguacate, media taza de pepino y una papa suman 220 calorías. Un plátano y una manzana suman 161 calorías. La distancia entre los dos números podría calcularse a partir del menor completando la decena, después la centena y por último nuevamente las decenas.

Con 9 se llega a 170, con 30 se llega a 200 y con 20 más se llega a 220, por lo tanto la distancia de 161 a 220 es de $9 + 30 + 20$, es decir 59.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¡Nos vamos de excursión!

92. ¡Nos vamos de excursión!

Intención didáctica

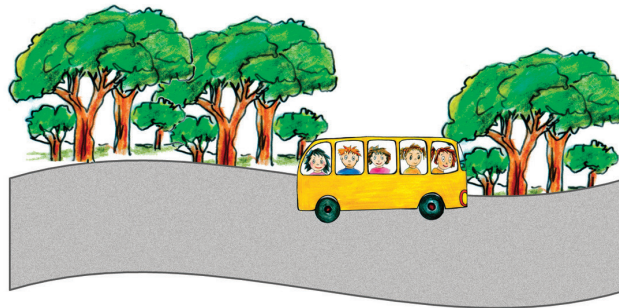
Que los alumnos adviertan que para resolver un problema que implica dividir, es necesario considerar el valor del residuo.

Consigna

Organicen binas para resolver el siguiente problema.

En el grupo de Elena hay 43 alumnos. El próximo mes van a realizar una excursión a un parque de diversiones y están considerando dos opciones para transportarse:

- En autos de seis pasajeros incluyendo al conductor.
- En camionetas de nueve pasajeros incluyendo al conductor.



1. Si deciden la primera opción, ¿cuántos autos se van a necesitar para el paseo?

2. En esa cantidad de autos, ¿podrían ir solamente cuatro niños en cada uno?

Expliquen por qué:

3. Si deciden la segunda opción, ¿cuántas camionetas se necesitarían?

4. Cuatro alumnos quieren invitar a un hermano. Si el profesor acepta, ¿sería necesario disponer de más camionetas?

¿Por qué?

5. ¿Cuántos niños más se podrían invitar para ocupar todos los lugares disponibles en los autos?

¿Y para ocupar todos los lugares disponibles en las camionetas?



Consideraciones previas

Seguramente los alumnos no tendrán dificultad para calcular el resultado de las divisiones, pues son cálculos sencillos que se han estudiado anteriormente. Ahora lo que se pretende con estos problemas es dar relevancia al significado del residuo. Se espera que ellos consideren que con la cantidad que sobra al hacer la división, se puede comenzar a integrar otro grupo igual a los que se están conformando, cuyo valor es el divisor.

Para responder la primera pregunta probablemente se presenten dos condiciones diferentes: que los alumnos dividan entre seis para hacer equipos de seis integrantes, o que dividan entre cinco, considerando que de los seis pasajeros, uno no es alumno, sino el conductor. El segundo procedimiento es correcto, el primero no.

- Si dividen entre seis y no consideran que uno de los pasajeros debe ser el conductor:
 - a) Podrían calcular que se necesitan siete autos. En este caso, consideran que con 43 niños se forman siete grupos de seis niños y queda un niño fuera; lo cual es cierto, sin embargo no toman en cuenta que ese alumno también debe ser transportado.
 - b) Podrían calcular que se necesitan ocho autos porque sobra un niño y para éste se necesitaría otro coche.
- Si dividen entre cinco y consideran que el conductor es independiente al grupo:
 - a) Podrían responder que se necesitan ocho autos. Sin embargo, esta solución no toma en cuenta el resto de la división, que corresponde a tres niños que también van al paseo.
 - b) Podrían responder que necesitan nueve autos. Con esta respuesta están tomando en cuenta que los tres alumnos restantes ocuparían el noveno auto, aunque no totalmente. Esta respuesta es la correcta.

Es muy probable que para la segunda pregunta los alumnos identifiquen que si se acomodan los 43 alumnos (dividendo) de cuatro en cuatro, nueve autos (cociente) no serían suficientes, pues siete niños no alcanzarían transporte. Esta respuesta podría tomarse como ejemplo para valorar qué se puede hacer, si como en este caso, el residuo (siete) es mayor que el divisor (cuatro). Se espera que en las respuestas del grupo se explique que si siete alumnos quedan fuera de los nueve autos, agregando un auto más, podrían ser transportados cuatro niños más, y que sobrarían tres niños, entonces, se necesitaría un auto más, aunque en éste no viajaría la misma cantidad de niños que en el resto de los autos.

La misma situación ocurrida en la primera pregunta podría presentarse en la tercera, pues necesitan considerar que de los nueve pasajeros de la camioneta, ocho son del grupo. La respuesta que se espera es que se necesitarían seis camionetas, porque cinco se completan y faltaría una para transportar a los tres alumnos que sobran. Estos argumentos servirían para responder la cuarta pregunta: si se van a invitar a cuatro niños más, en la sexta camioneta pueden viajar pues hay cinco lugares disponibles.

Libros y cajas

93. Libros y cajas

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que implique dividir e identifiquen como la variación del residuo puede afectar el resultado del problema.

Consigna

Organizados en parejas resuelvan el siguiente problema:

El empleado de una librería tiene que empacar 368 libros del mismo tamaño. Si en una caja caben 24 libros:

1. ¿Cuántas cajas se requieren para empaquetar todos los libros?

¿Cuántos libros más se podrían empaquetar, de tal manera que todas las cajas estén totalmente llenas?

2. ¿Se podrían empaquetar los libros de manera que en todas las cajas haya la misma cantidad?

¿Por qué?

3. Si entre los libros hay seis de matemáticas, ¿podría ocuparse una de las cajas solamente con estos libros?

¿Por qué?



Consideraciones previas

Al igual que en el Desafío anterior, el interés de estudio es que los alumnos consideren el residuo como cantidad inicial para integrar otro grupo igual al que están conformando, ahora, mayor a diez elementos. Se espera que para este problema los alumnos tengan menos dificultad para reconocer la necesidad de una caja más para los libros del residuo.

Para responder la primera pregunta los alumnos podrían recurrir a varias estrategias por ejemplo:

- a) Hacer grupos de 24 libros hasta ocupar el mayor número de libros posible:

$$24 + 24 = 48$$

$$48 + 24 = 72$$

$$72 + 24 = 96$$

$$96 + \dots (11 \text{ veces más el } 24) = 360$$

360 libros ocupan 15 cajas y para los ocho libros restantes se necesita una caja más; en total, 16 cajas.

- b) Primero, calcular los libros que pueden guardarse en 10 cajas; con el resto de los libros, hacer grupos de 24 libros hasta agotar 128 y sumar el total de cajas:

$$24 \times 10 = 240$$

$$368 - 240 = 128$$

$$24 + 24 + 24 + 24 + 24 = 120$$

Con 240 libros se llenan 10 cajas y con 120 libros se llenan 5 cajas más, en total 15 cajas; entonces con 360 libros se llenan 15 cajas y en otra caja quedan ocho libros.

- c) Calcular los libros que pueden guardarse en 10 cajas; con este dato, calcular cuántos libros se pueden guardar en 5 cajas, y después sumar el total de cajas:

$24 \times 10 = 240$; entonces en 5 cajas caben la mitad, o sea 120 libros.

$240 + 120 = 360$. En 15 cajas caben 360 libros y quedan fuera ocho libros, por lo que se necesita una caja más.

- d) Dividir 368 entre 24 utilizando el algoritmo convencional, obteniendo como cociente 15 (número de cajas llenas) y como residuo 8, que representa el número de libros sobrantes, para los cuales necesariamente se requiere una caja más.

A partir de este cálculo los alumnos seguramente podrán concluir que:

- Se podrían empaquetar 16 libros más en la última caja, y de esta forma todas estarían llenas.
- Si en cada una de las 16 cajas se empaquetan 23 libros, ningún libro queda fuera, por lo que sí hay otra manera de empaquetarlos. Para esta respuesta los alumnos podrían recurrir a estrategias como las siguientes:

- a) Tomando en cuenta que en la última caja caben 16 libros más para completar 24, sacar de cada caja un libro, de manera que solamente queden 23 y meterlos en la última caja. En ésta última se juntan los ocho que había con los 15 que se sacaron de otras cajas y también se reúnen 23.

- b) Intentar hacer varios grupos con diferente cantidad de libros; es muy probable que lo intenten con 21, 22 o 23 libros, pues son los números cercanos a 24.

- No sería posible ocupar una caja solamente con los seis libros de matemáticas, puesto que como se observó en la primera respuesta, en 15 cajas caben 360 libros, y para cumplir con esa condición, se necesitaría espacio para 362 libros.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿A cuál le cabe más?

94. ¿A cuál le cabe más?

Intención didáctica

Que los alumnos estimen entre dos recipientes cuántas veces cabe el contenido de uno en el otro.

Antes de iniciar la actividad es necesario preparar con anticipación el material necesario para cada equipo:

- ◆ Dos recipientes transparentes de capacidad muy diferente (por ejemplo, una botella de un litro y un vaso de $\frac{1}{4}$ de litro sin etiqueta o rótulo que señale su capacidad).
- ◆ Los materiales con los que se van a llenar los recipientes: agua, arroz, frijol, arena, aserrín, etcétera.



ANTES

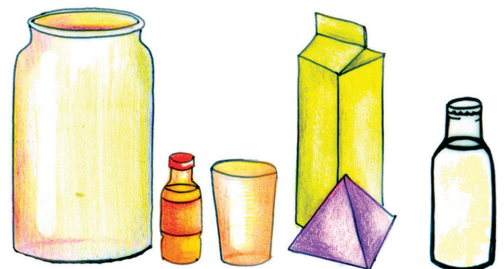
Consigna

Formen equipos y el maestro les entregará un recipiente grande y uno pequeño.

1. ¿Cuántas veces creen que quepa el agua del recipiente menor en el mayor?

2. ¿Cabrán el mismo número de veces, si en lugar de agua se llena de otro material?

3. Busquen una manera de comprobar sus respuestas y coméntela con el grupo cuando lo indique su maestro.



Entre uno y otro

95. Entre uno y otro

Intención didáctica

Que los alumnos comprueben que la altura o forma del recipiente no determinan necesariamente su capacidad.

Antes de iniciar la actividad asegúrese de tener el siguiente material para cada uno de los equipos:

- ◆ 4 o 5 recipientes variados como tazas, platos hondos, botellas grandes y chicas de agua, latas de refresco o jugo, tetra pack de un litro, la botella y el vaso usados en el Desafío anterior u otros.



ANTES

Consigna

En equipos, realicen la siguiente actividad.

1. Ordenen los recipientes que tienen, comenzando por el de mayor capacidad. ¿Qué tomaron en cuenta para ordenar los recipientes?

2. Comprueben que el orden que establecieron fue correcto.
3. Expliquen cómo hicieron la comprobación.

4. Acomoden dentro del grupo ordenado, el nuevo recipiente que les entregó su maestro.
5. Verifiquen que lo acomodaron correctamente y si no fue así, corrijan.

Consideraciones previas

Se trata que los alumnos comprueben que la altura o la forma de un recipiente no siempre determinan su capacidad.

Para desarrollar la actividad cada equipo necesita 4 o 5 recipientes. Es conveniente que alguno de ellos sea más alto que otro de mayor o igual capacidad (por ejemplo, algunos envases de un litro de leche son más altos que otros); así también, que ninguno tenga la etiqueta donde se indica la capacidad. En el caso específico de las latas o envases a los que no se les puede quitar la etiqueta, se pueden envolver con un papel o bien ocultar este dato con pintura.

Es probable que la palabra capacidad sea nueva para los alumnos y eso dificulte la comprensión de la consigna. Una forma que puede aclararles la tarea es indicándoles que ordenen los recipientes iniciando “con el que le cabe más”. Es importante que mientras realicen la actividad se propicie el uso de ese término, para favorecer la construcción de la noción de esta magnitud.

Es conveniente dejar que verifiquen y reacomoden las veces que sean necesarias los diferentes recipientes. Así también, escuchar las discusiones y estrategias empleadas para ubicar el nuevo envase. Seguramente ya tendrán mayor cuidado y habilidad para calcular la capacidad después de haber comentado y analizado las formas y tamaños, y haber hecho el vaciado para comprobar sus hipótesis. Cuando los equipos hayan terminado, la actividad se puede cerrar comentando cuáles recipientes pensaron que tenían más capacidad y que al comprobar, se dieron cuenta de que no era así.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Cuántos de esos?

96. ¿Cuántos de esos?

Intención didáctica

Que los alumnos estimen y calculen la capacidad de recipientes utilizando una unidad arbitraria.

Antes de iniciar la actividad asegúrese de tener el siguiente material para cada uno de los equipos:

- ◆ 4 o 5 recipientes variados como tazas, platos hondos, botellas grandes y chicas de agua, latas de refresco o jugo, tetra pack de un litro, la botella.
- ◆ Un vaso pequeño.
- ◆ Alpiste, arroz, aserrín o alguna semilla pequeña.



ANTES

Consigna

En equipos, estimen cuántas veces cabe el agua que contiene el vaso en los otros recipientes. Anoten sus estimaciones en la tabla.

Recipiente	Estimación	Comprobación

Comprueben sus estimaciones y regístrénlas en esta tabla.

¿En cuál recipiente acertaron?

¿En cuál se aproximaron menos?



Consideraciones previas

En los Desafíos anteriores los alumnos compararon y ordenaron recipientes con diferentes capacidades considerando cuántas veces cabía el contenido de uno en otro. Ahora se trata de que establezcan la relación de medición con base en una unidad única arbitraria.

Para que los alumnos puedan trasvasar el contenido de los recipientes y responder a lo que se pide es necesario preparar con anticipación para cada equipo: 4 o 5 recipientes diferentes, un vaso pequeño y otros materiales como alpiste, arroz, aserrín o alguna semilla pequeña.

Es importante que se enfatice con el grupo la necesidad de realizar primero la estimación y posteriormente la medición; así también, pedir que tanto la unidad de medida como los recipientes a medir se llenen lo más posible sin tirar el contenido, es decir se rasen para obtener una medición más real.

La medición con unidades no convencionales permite al alumno percibir la magnitud (en este caso capacidad) como una característica susceptible de medirse. También lo prepara para que, posteriormente, se trabajen las unidades convencionales como el litro.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¡Pasteles, pasteles!

97. ¡Pasteles, pasteles!

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen en un conjunto de datos, el que se presenta con mayor frecuencia y lo nombren moda.

Consigna

Organízate con un compañero para resolver el siguiente problema.

En la pastelería "Delicias", don Roque registró la venta de rebanadas de pastel de los primeros días de la semana:

Lunes	
Chocolate	Tres leches
Queso	Zanahoria
Chocolate	Chocolate
Chocolate	Chocolate
Tres leches	Chocolate
Queso	Fresa
Zarzamora	Chocolate
Fresa	Chocolate
Zarzamora	Queso
Queso	Chocolate
Queso	Chocolate
Chocolate	Tres leches
Tres leches	Queso
Chocolate	Chocolate
Queso	Chocolate
Zanahoria	Tres leches
Tres leches	Fresa
Zarzamora	Zarzamora
Queso	Queso
Zanahoria	Chocolate

Martes	
Chocolate	Chocolate
Queso	Chocolate
Chocolate	Queso
Fresa	Queso
Fresa	Chocolate
Fresa	Tres leches
Chocolate	Fresa
Chocolate	Fresa
Tres leches	Queso
Chocolate	Chocolate
Zanahoria	Zarzamora
Fresa	Zanahoria
Chocolate	Chocolate
Queso	Queso
Queso	Queso
Chocolate	Chocolate
Chocolate	Chocolate
Queso	Zarzamora
Chocolate	
Zarzamora	

Miércoles

Queso	Tres leches
Chocolate	Fresa
Fresa	Zarzamora
Queso	Queso
Chocolate	Fresa
Zarzamora	Fresa
Zanahoria	Chocolate
Queso	Queso
Queso	Chocolate
Queso	Zarzamora
Chocolate	Zanahoria
Chocolate	Fresa
Zanahoria	Chocolate
Chocolate	Queso
Chocolate	Queso
Chocolate	Zanahoria
Chocolate	Fresa
Queso	Queso
Chocolate	Queso
Queso	Queso



1. ¿Qué día se vendieron más rebanadas de pastel de zanahoria?

2. ¿Cuántas rebanadas de pastel de queso se vendieron el día lunes?

¿Y el día martes?

¿Y el miércoles?

3. ¿De qué pastel se vendieron menos rebanadas durante los tres días, de fresa o de tres leches?

4. ¿De qué pastel se compraron más rebanadas el día lunes?

¿Y el día martes?

¿Y el miércoles?

5. Don Roque tiene que hacer más pasteles para la venta del día jueves ¿de qué sabores le conviene más hornear?

¿Por qué?



Consideraciones previas

Para contestar las preguntas del problema, una posibilidad es que los alumnos realicen varios conteos, por ejemplo, revisar la lista del día lunes y contar las veces que aparece la palabra “zanahoria” para saber la cantidad de rebanadas de ese sabor que se vendieron ese día, hacer lo mismo en las listas de martes y miércoles para poder determinar el día que se vendió más esa clase de pastel. Ante esta situación, es conveniente preguntar a los alumnos si no hay una manera de organizar los datos, de tal manera que sea más fácil y rápido contestar las preguntas que se hacen, la finalidad es que utilicen recursos estudiados, como las tablas de frecuencias, las cuales permiten visualizar rápidamente la frecuencia de cada dato.

Lunes		
Sabor	Registro	Frecuencia
Chocolate	////////////////	15
Queso	////////	9
Tres leches	//////	6
Zarzamora	////	4
Fresa	///	3
Zanahoria	///	3

Martes		
Sabor	Registro	Frecuencia
Chocolate	////////////////	15
Queso	////////	9
Fresa	//////	6
Tres leches	//	2
Zanahoria	///	3
Zarzamora	///	3

Miércoles		
Sabor	Registro	Frecuencia
Queso	////////////////	14
Chocolate	////////	11
Fresa	//////	6
Zarzamora	///	3
Zanahoria	////	4
Tres leches	/	1

Así, rápidamente puede verse que el día lunes se vendieron 9 rebanadas de pastel de queso, el martes también 9 y el miércoles 14; que el pastel que más se vendió el lunes fue el de chocolate (15 rebanadas), el martes también el de chocolate (15 rebanadas) y el miércoles el de sabor queso (14 rebanadas); que el pastel que menos se vendió en los tres días fue el de tres leches (1 rebanada); etcétera.

Una vez que los alumnos han identificado el dato más frecuente de una lista, hay que decirles que ese dato se le llama "moda".

Seguramente los alumnos identificarán que para el lunes y el martes, la moda fue el pastel de chocolate, y que el pastel de queso fue la moda del tercer día. Se espera que ellos noten que esta medida puede ser un recurso eficaz para tomar decisiones en situaciones como la planteada, pues, en función de la moda, el dueño de la pastelería puede decidir qué sabores de pastel son más conveniente preparar para el siguiente día, chocolate y queso, ya que son los que han tenido la mayor venta en los días anteriores.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Cuando la moda se acomoda

98. Cuando la moda se acomoda

Intención didáctica

Que los alumnos analicen diferentes conjuntos de datos e identifiquen la utilidad de conocer la moda.

Consigna

Reúnete con dos compañeros para resolver los siguientes problemas.

1. Estas son las calificaciones del tercer bimestre de Jesús y Mariano:

Alumno: **Jesús Mena Rosas**

Español	5
Matemáticas	7
C. Naturales	8
Historia	6
Geografía	7
F. Cívica y Ética	7
E. Física	6
E. Artística	7

Alumno: **Mariano Luna López**

Español	7
Matemáticas	8
C. Naturales	9
Historia	7
Geografía	10
F. Cívica y Ética	7
E. Física	8
E. Artística	7

- a) ¿Cuál es la moda de las calificaciones de Mariano y cuál es la moda de las calificaciones de Jesús?
-

- b) Según las calificaciones de todas sus materias, ¿quién tuvo mejor rendimiento en el tercer bimestre?
-

c) ¿Creen que la moda de las calificaciones de Jesús y Mariano sirve para determinar quién tuvo mejor rendimiento?

¿Por qué?

2. En la tienda “La paloma” se venden uniformes escolares. La señora Irma, encargada de la tienda, elaboró un registro de los suéteres de secundaria vendidos en una semana.

Producto: Suéter verde de secundaria (unisex)

Talla	Vendidos
10	4
12	10
14	9
16	2
18	1

a) ¿Cuál es la moda de las tallas de suéter?

b) ¿Servirá de algo conocer la moda en el registro de la señora Irma?

¿Para qué?



Consideraciones previas

Con los problemas de la consigna se pretende que los alumnos analicen la utilidad de la “moda” de una serie de datos; se espera que después de resolver y analizar las dos situaciones, concluyan que a veces es muy valioso conocer el valor más frecuente de un conjunto de datos, como en el caso de las tallas de los suéteres, sin embargo, en otros no es útil para caracterizar una situación, pues no se consideran el resto de los datos, así sucede con las calificaciones de Jesús y Mariano.

En el primer problema, al identificar la moda de las calificaciones de Jesús y Mariano, los alumnos observarán que se trata del mismo valor (7). Es muy probable y deseable que ellos lleguen a la conclusión que aún cuando para ambos la calificación más frecuente es siete, ésta no puede considerarse representativa del aprovechamiento de los dos alumnos. Las calificaciones de Mariano son más altas que las de Jesús, por lo que no se podría afirmar que su rendimiento sea similar al de Jesús. Se espera que ellos logren identificar que en este caso, la moda no es un dato útil; si se considera pertinente, y el grupo lo solicita, se podría mencionar que para conocer el aprovechamiento de un alumno, lo más conveniente es calcular la media aritmética o promedio, aspecto que los alumnos estudiarán en grados posteriores. En este momento, una manera de determinar el mayor rendimiento de Mariano es que éste tiene cuatro 7 y las cuatro calificaciones restantes son mayores a 7 (8, 8, 9, 10), mientras que Jesús, además de los cuatro 7, de las otras cuatro calificaciones solo una es mayor (8), las otras tres son menores (6, 6, 5). A diferencia del primer problema, en el segundo la moda es un dato muy interesante y útil, se espera que los alumnos adviertan que conocerlo permite al vendedor de uniformes solicitar más una determinada talla y al fabricante producirla en mayor cantidad en comparación con las otras.

Apuntes didácticos



1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Participación en la fase piloto y adaptación de los Desafíos frente a grupo en el DF: Supervisores Generales de Sector: Antonio Abad Escalante Álvarez (19), Gonzalo Colón Vallejo (23), Celia Martínez Nieto (24). **Supervisores de Zonas Escolares:** Juan de Dios Ojeda González (100), Patricia Luz Ramírez Gaytán (101), Enma Fariña Ramírez (103), Jorge Ibarra Gallegos (104), Gerardo Ariel Aguilar Rubio (105), Alma Lilia Cuevas Núñez (107), Ma. Teresa Macías Luna (108), María Bertha Cedillo Crisóstomo (109), Jesús Pineda Cruz (111), María Esther Cruz Vázquez (112), Thalía Salomé Caballero García (114), Jaime Velázquez Valencia (117), Ana Marta Lope Huerta (119), Josefina Aguilar Tovar (120), Sergio Adrián García Herrera (124), María Eugenia Galindo Cortés (125), Maribel Carrera Cruz (126), Jesús Luna Mejía (127), Teresa Gómez Suárez (132), Patricia Soto Vivas (145), Fernando Díaz Méndez (137), Elizabeth Alejandre Tuda (129), Bertha Reyes Ávalos (135), Ricardo Zenón Hernández (139), Eduardo Castro López (142), Víctor Adrián Montes Soto (143), Irma Cortés López (208), Vidal Flores Reyes (216), Olga Mendoza Pérez (217), Guadalupe Pérez Ávalos (218), Beatriz Adriana Aguilar García (225), David Rubén Prieto (230), María del Rocío López Guerrero Sánchez (239), Olivia Soriano Cruz (242), Imelda García Hernández (245), Ignacio Castro Saldívar (247), María Guadalupe Sosa (256), Hilaria Serna Hernández (257), Gloria Gutiérrez Aza (258), Silvia García Chávez (259), Rosa Ponce Chávez (260), Hipólito Hernández Escalona (300), Ilanet Araceli Nava Ocadiz (304), Laura Muñoz López (309), María Laura González Gutiérrez (316), Juana Araceli Ávila García (324), Jorge Granados González (328), José Rubén Barreto Montalvo (333), Alfonso Enrique Romero Padilla (345), Juan Manuel Araiza Guerrero (346), Adelfo Pérez Rodríguez (352), Thelma Paola Romero Varela (355), Silvia Romero Quechol (360), Marcela Eva Granados Pineda (404), María Elena Pérez Teoyotl (406), Josefina Angélica Palomec Sánchez (407), Cecilia Cruz Osorio (409), Ana Isabel Ramírez Munguía (410), Víctor Hugo Hernández Vega (414), Jorge Benito Escobar Jiménez (420), Leonor Cristina Pacheco (421), María Guadalupe Tayde Islas Limón (423), Lídice Maciel Magaña (424), Minerva Arcelia Castillo Hernández (426), Verónica Alonso López (427), Rosario Celina Velázquez Ortega (431), Arsenio Rojas Merino (432), María del Rosario Sánchez Hernández (434), Lucila Vega Domínguez (438), Silvia Salgado Campos (445), Rosa María Flores Urrutia (449), Norberto Castillo (451), Alma Lilia Vidals López (500), Angélica Maclovía Gutiérrez Mata (505), Virginia Salazar Hernández (508), Marcela Pineda Velázquez (511), Patricia Torres Marroquín (512), Rita Patricia Juárez Neri (513), Ma. Teresa Ramírez Díaz (514), Alejandro Núñez Salas (515), María Libertad Castillo Sánchez (516), María Aurora López Parra (517), María Guadalupe Espindola Muñoz (520), Rosa Irene Ruiz Cabañas Velásquez (522), Ada Nerey Arroyo Esquivel (523), Yadira Guadalupe Ayala Oreza (524), Arizbeth Escobedo Islas (528), Patricia Rosas Mora (537), Gerardo Ruiz Ramírez (538), Nelli Santos Nápoles (543), María Leticia Díaz Moreno (553), Alma Rosa Guillén Austria (557), Juan Ramírez Martínez (558), María Inés Murrieta Gabriel (559), Beatriz Méndez Velázquez (563) **Directores de Escuelas Primarias:** Rocío Campos Nájera (Esc. Prim. Marceliano Trejo Santana), Alma Lilia Santa Olalla Piñón (Esc. Prim. 21 de agosto de 1944), Víctor Sánchez García (Esc. Prim. Zambia), Alma Silvia Sepúlveda Montaña (Esc. Prim. Adelaido Ríos y Montes de Oca), Cossette Emmanuelle Vivanda Ibarra (Esc. Prim. Benito Juárez. T.M.).

Desafíos Docente. Cuarto Grado se imprimió en los talleres de la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos, con domicilio en Av. Acueducto No.2, Parque Industrial Bernardo Quintana, C.P. 76246, El Marqués, Qro., en el mes de noviembre de 2012. El tiraje fue de 5, 132 ejemplares. Sobre papel offset reciclado con el fin de contribuir a la conservación del medio ambiente, al evitar la tala de miles de árboles en beneficio de la naturaleza y los bosques de México.



Impreso en papel reciclado