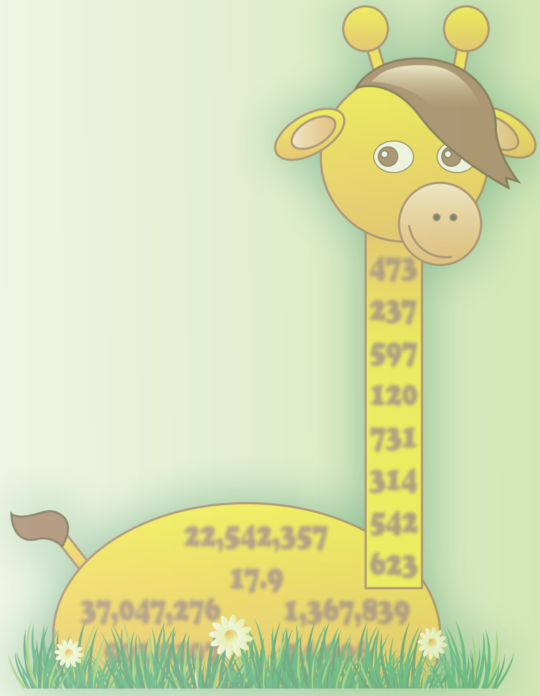
GOBIERNO FEDERAL
SEP
AFSEDF

Desafíos
Docente



Sexto grado
Primaria

El material *Desafíos Docente. Sexto Grado* fue realizado por la Secretaría de Educación Pública a través de la Administración Federal de Servicios Educativos en el Distrito Federal y de la Coordinación Sectorial de Educación Primaria, en colaboración con la Dirección de Normas y Estándares para el Aprendizaje y el Proceso Pedagógico de la Subsecretaría de Educación Básica

José Ángel Córdoba Villalobos
Secretaría de Educación Pública

Luis Ignacio Sánchez Gómez
Administración Federal de Servicios Educativos en el Distrito Federal

Francisco Ciscomani Freaner
Subsecretaría de Educación Básica

Antonio Ávila Díaz
Dirección General de Operación de Servicios Educativos

Germán Cervantes Ayala
Coordinación Sectorial de Educación Primaria

Coordinación General
Hugo Balbuena Corro
Germán Cervantes Ayala
María del Refugio Camacho Orozco
María Catalina González Pérez

Equipo técnico-pedagógico nacional que elaboró los Planes de Clase:
Irma Armas López, Jorge Antonio Castro Cosío, José Manuel Avilés, Manuel Lorenzo Alemán Rodríguez, Ricardo Enrique Eúan Velázquez, Luis Enrique Santiago Anza, Galterio Armando Pérez Rodríguez, Samuel Villareal Suárez, Javier Alfaro Cadena, Rafael Molina Pérez, Raquel Bernabé Ramos, Uriel Jiménez Herrera, Luis Enrique Rivera Martínez, Silvia Chávez Negrete, Víctor Manuel Cuadriello Lara, Camerino Díaz Zavala, Andrés Rivera Díaz, Baltazar Pérez Alfaro, Edith Eréndida Zavala Rodríguez, Maximino Cota Acosta, Gilberto Mora Olvera, Vicente Guzmán López, Jacobo Enrique Botello Treviño, Adriana Victoria Barenca Escobar, Gladis Emilia Ríos Pérez, José Federico Morales Mendieta, Gloria Patiño Frías, José de Jesús Macías Rodríguez, Arturo Gustavo García Molina, Misael García Ley, Teodoro Salazar López, Francisco Javier Mata Quilantán, Miguel Pluma Valencia, Eddier José Pérez Carrillo, Eric Ruiz Flores González, María de Jesús Valdivia Esquivel

Asesoría pedagógica
Hugo Balbuena Corro
Mauricio Rosales Ávalos
Laurentino Velázquez Durán
Javier Barrientos Flores
Esperanza Issa González
María del Carmen Tovilla Martínez
María Teresa López Castro

Coordinación Editorial
María Catalina González Pérez

Ilustración
María Guadalupe Peña Rivera
Moisés Aguirre Medina

Primera Edición, 2012

Administración Federal de Servicios Educativos en el Distrito Federal,
Parroquia 1130, Santa Cruz Atoyac, Benito Juárez, 03310, México, D.F.

ISBN:

Impreso en México.

Este material es una adaptación de los *Planes Clase* elaborados por la Subsecretaría de Educación Básica

Índice

TERCER BLOQUE

CUARTO BLOQUE

QUINTO BLOQUE

Presentación

El Plan de estudios 2011 para la educación básica señala, acertadamente, que las actividades de aprendizaje –deben representar desafíos intelectuales para los estudiantes, con el fin de que formulen alternativas de solución-. Este señalamiento se ubica en el contexto de los principios pedagógicos, en particular el que se refiere a la planificación, considerados como -condiciones esenciales para la implementación del currículo-.

Si en verdad se trata de actividades de aprendizaje que representan desafíos intelectuales, entonces los alumnos participan en ellas y producen ideas que es necesario analizar para sacar conclusiones claras y poder avanzar en el aprendizaje. En síntesis, lo que el Plan de estudios 2011 postula es, que el docente plantee desafíos intelectuales a los alumnos, para que estos produzcan ideas, que se analizarán colectivamente con ayuda del docente. Sin duda se trata de una orientación diferente, a la práctica común que privilegia las explicaciones del maestro como único medio para que los alumnos aprendan.

La Coordinación Sectorial de Educación Primaria en el Distrito Federal, consciente de las bondades que encierra el postulado descrito anteriormente, para mejorar las prácticas de enseñanza y, en consecuencia, los aprendizajes de los alumnos, se propone acompañar en esta empresa a los docentes y directivos de las escuelas primarias, proporcionándoles un material que lleva por título Desafíos, elaborado originalmente por un grupo de docentes de todas las entidades federativas, bajo la coordinación del Equipo de matemáticas de la Dirección General de Desarrollo Curricular de la Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública. En dicho material destacan las siguientes características.

a) Contiene desafíos intelectuales, vinculados al estudio de la matemática, para que los docentes puedan desarrollar su trabajo diario.

b) Se presentan en un formato ágil para que los docentes puedan analizarlos, antes de ser utilizados con los alumnos.

c) En su elaboración estuvo presente la experiencia del trabajo docente, además de un conocimiento amplio y profundo sobre la didáctica de la matemática.

d) Se trata de un material que ha sido probado por un número considerable de supervisores, directores y docentes de educación primaria en el Distrito Federal.

A continuación se describen brevemente los cuatro aspectos que conforman cada uno de los *Desafíos*.

Intenciones didácticas.- Describen el tipo de recursos, ideas, procedimientos y saberes que se espera pongan en juego los alumnos, ante la necesidad de resolver el desafío que se les plantea. Dado que se trata de una anticipación, no necesariamente sucede, lo cual indicaría que la actividad propuesta no favoreció lo que se esperaba y hay que reformularla.

Consigna.- Describe la actividad o problema que se va a plantear, la organización de los alumnos para realizar el trabajo (individual, parejas, equipos o en colectivo) y, en algunos casos, lo que se vale o no se vale, hacer o usar.

Consideraciones previas.- Contienen elementos para que el docente esté en mejores condiciones de ayudar a los alumnos a analizar las ideas que producen. Por ejemplo, explicaciones breves sobre los conceptos que se estudian, posibles procedimientos de los alumnos, posibles dificultades o errores, sugerencias para organizar la puesta en común, preguntas para profundizar en el análisis.

Apuntes didácticos.- Tienen la intención de recopilar información sobre las dificultades y los errores mostrados por los niños al enfrentar el desafío, para que el docente cuente con un registro ordenado y pueda tomar decisiones para lograr que los alumnos puedan avanzar.

Para que el uso de este material arroje los resultados que se esperan, es necesario que los docentes tomen en consideración las siguientes recomendaciones generales.

- Tener confianza en que los alumnos son capaces de producir ideas y procedimientos propios, sin necesidad de una explicación previa por parte del maestro. Esto no significa que todo tiene que ser descubierto por los alumnos, en ciertos casos las explicaciones del docente son necesarias para que los estudiantes puedan avanzar.

- Hay que aceptar que el proceso de aprender implica marchas y contramarchas, en ocasiones, ante un nuevo desafío los alumnos regresan a procedimientos rudimentarios que aparentemente habían sido superados. Hay que trabajar para que se adquiera la suficiente confianza en el uso de las técnicas que se van construyendo.
- El trabajo constructivo que se propone con el uso de este material no implica hacer a un lado los ejercicios de práctica, éstos son necesarios hasta lograr cierto nivel de automatización, de manera que el esfuerzo intelectual se invierta en procesos cada vez más complejos. Dado que los aprendizajes están anclados en conocimientos previos, se pueden reconstruir en caso de olvido.
- El hecho de que los docentes usen este material para plantear un desafío diario a sus alumnos, significará un avance importante, sin lugar a dudas, pero sólo será suficiente si se dedica el tiempo necesario para analizar y aclarar las ideas producidas por los alumnos, es decir, para la puesta en común.

La Coordinación Sectorial de Educación Primaria en el Distrito Federal confía en que este material les resultará útil a quienes va dirigido, mediante sus valiosas aportaciones podrá mejorarse en el corto plazo, para que todos los docentes puedan contar con una propuesta didáctica para el estudio de la matemática cada vez más sólida.

1. Los continentes en números

Intención didáctica

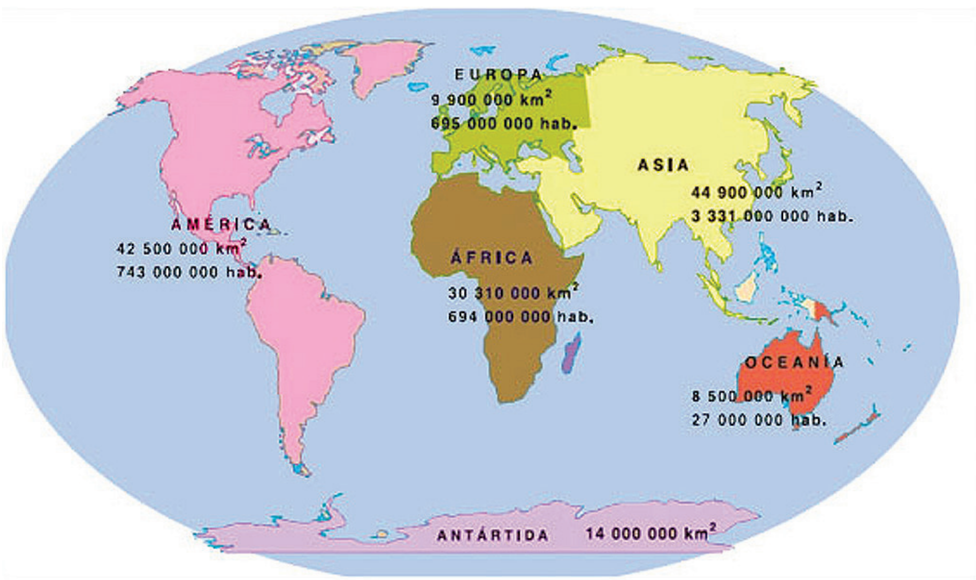
Que los alumnos ordenen y comparen números de más de seis dígitos.

Consigna:

Organizados en equipos escriban, en orden de mayor a menor, el nombre de los continentes, primero de acuerdo con su superficie y después en relación al número de habitantes.

	Continente	Área (km²)
1°.		
2°.		
3°.		
4°.		
5°.		
6°.		

	Continente	Número de habitantes
1°.		
2°.		
3°.		
4°.		
5°.		
6°.		



Consideraciones previas:

Como ya en grados anteriores han comparado números con igual y con diferente número de cifras, se espera que rápidamente recurran al criterio de determinar que el que tiene más cifras es mayor; por ejemplo, 44 900 000 > 8 500 000. En el caso donde los números a comparar poseen igual cantidad de cifras, como 44 900 000 y 42 500 000, seguramente los alumnos dirán: *"como los dos números tienen ocho cifras, es mayor el que empieza con 44, ya que 44 >42".*

Solicite a los alumnos comentar, durante el desarrollo de la actividad:

- En qué se fijan para decir que un número es mayor que el otro.
- Qué criterios establecen para ordenar números de menor a mayor o de mayor a menor.

Vámonos entendiendo...

Las cifras son 0,1,2,3,4,5,6,7,8 y 9 que usamos en los números que manejamos en la vida diaria.

Ejemplo: el numeral 345 está conformado por tres cifras ("3", "4" y "5"). Los dígitos son números de una cifra.

En el cierre de la actividad pida que digan a sus compañeros los criterios empleados para la comparación y ordenamiento de números.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

2. Sin pasarse

Intención didáctica

Que los alumnos escriban números de seis o más cifras que se aproximen a otro sin que lo rebase.

Consigna

Formen equipos y completen la tabla, con la condición de usar todas las cifras permitidas.

Número al que se aproximará	Cifras permitidas	Número menor que más se aproxima
500 000	7, 9, 1, 6, 8, 3	
1 146 003	6, 1, 5, 1, 3, 2, 9	
426 679 034	1, 2, 1, 9, 6, 7, 5, 0, 8	
10 000 009	9, 7, 8, 9, 8, 8, 9	
89 099	9, 0, 1, 7, 6	
459 549 945	4, 4, 4, 5, 5, 5, 9, 9, 9	

Consideraciones previas

Si los alumnos tienen dudas de cómo realizar el ejercicio, podrá resolver uno a manera de ejemplo para todo el grupo.

Es conveniente que **no se diga** cuál fue el criterio empleado para encontrar la respuesta en el ejemplo dado, pues los alumnos ya no buscarían ningún otro camino, se dedicarían a tratar de reproducir lo señalado. En todo caso, sería conveniente preguntarles, "*¿están*

Vámonos entendiendo...

Una cifra es un símbolo gráfico que sirve para representar un número (y también un código identificativo). Un numeral es una cifra o conjunto de cifras usadas para denotar un número. Las cifras 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, forman parte del sistema de numeración indoarábigo.

Las cifras se usan también como identificadores (números de teléfono, numeración de carreteras), como indicadores de orden (números de serie), como códigos (ISBN), etc.

de acuerdo en que éste es un número menor que 12 890 y a la vez es el que más se le aproxima?", "¿hay alguien que pueda encontrar otro número mayor que el que escribí, pero menor a 12 890?", etc.

Número a aproximar	Cifras permitidas	Número menor que más se aproxima
12 890	4, 6, 7, 1, 1	11 764

La puesta en común de las diversas estrategias empleadas por los alumnos, así como de las respuestas, será lo más enriquecedor de la clase, así que dé el tiempo necesario a revisar el trabajo hecho por los diferentes equipos.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Carrera de robots

3. Carrera de robots

Intención didáctica

Que los alumnos escriban, comparen y ordenen fracciones.

ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que los equipos cuentan con:

- El tablero “Carrera de Robots”.

Consigna

Formen equipos para realizar la siguiente actividad:

Anualmente se llevan a cabo carreras de robots en la Expo Internacional Juvenil de Robótica. Este año, en una de ellas **el premio se dará al robot que avance dando los saltos más largos y de la misma longitud todos.** En el tablero se muestran los recorridos de los robots finalistas. Con base en esto, completen la tabla.

Lugar	Robot	Longitud del salto
1°.		
2°.		
3°.		
4°.		
5°.		
6°.		
7°.		
8°		
9°		

1. ¿Cuál robot ganó la carrera?

___

2. ¿Cuál robot ocupó el segundo lugar?

___

¿Y el tercer lugar?

___

3. ¿Cuál de ellos ocupó el último lugar?

___

Consideraciones previas

Se trata de que los alumnos escriban, comparen, ordenen y se vean en la necesidad de utilizar números fraccionarios para representar la longitud del salto de cada robot, posteriormente, ordenarlos para poder determinar los lugares en la competencia.

Seguramente los alumnos no tendrán dificultad para calcular las longitudes de los saltos que corresponden a unidades completas, por ejemplo:

- *Avanzar hasta la casilla siete con siete saltos: Cada salto corresponde a una unidad.*
- *Llegar a la casilla cuatro con dos saltos: Cada salto mide dos unidades.*
- *Alcanzar la casilla 12 con cuatro saltos: Cada salto mide tres unidades.*

Para calcular el resto de las longitudes, es muy probable que los alumnos sigan procedimientos como los siguientes:

Vámonos entendiendo...

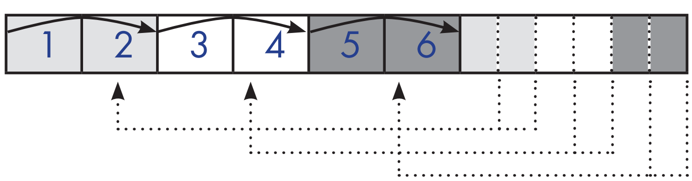
Un número fraccionario es el que sirve para expresar cantidades no enteras.

Se escribe utilizando dos números naturales, llamados numerador y denominador, separados con una raya horizontal.

- ☛ El numerador indica las partes que contamos
- ☛ El denominador indica las partes iguales en que se divide la unidad.

$$\frac{3}{4}\quad \begin{matrix}\leftarrow \text{Numerador}\\ \leftarrow \text{Denominador}\end{matrix}$$

a) Recurrir a representaciones gráficas en las que reparta equitativamente el total de casillas en el número de saltos (8 ÷ 3):



Cada salto mide: 2 unidades + $\frac{2}{3}$ de unidad

b) Representar directamente el cociente de la división 4 casillas en 5 saltos: $\frac{4}{5}$ de unidad

Son varios los criterios que los alumnos pueden aplicar para ordenar las longitudes calculadas. Por ejemplo:

- Identificar las fracciones que representan una unidad o menos que una unidad: $\frac{7}{7}$, $\frac{4}{5}$. Éstas son las menores de todo el grupo.
- Representar las fracciones mayores que la unidad como números enteros o mixtos: $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$, $\frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$, $\frac{7}{4} = 1\ \frac{3}{4}$, $\frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}$, $\frac{4}{2} = 2$, $\frac{12}{4} = 3$, $\frac{10}{5} = 2$. Esto permite observar que de todas, la mayor es $\frac{12}{4}$ o 3.
- Distinguir las fracciones que inician con el mismo número: $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$, $\frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$, $\frac{4}{2}= 2$, $\frac{10}{5}=2$. Entre ellas se pueden distinguir dos que tienen el mismo numerador en su parte fraccionaria ($2\frac{2}{3}$, y $2\frac{2}{5}$). Para ordenarlas, los alumnos saben que un tercio es mayor que un quinto, entonces, $2\frac{2}{3}(\frac{8}{3})$ es mayor que $2\frac{2}{5}$ $(\frac{12}{5})$. En este caso, $\frac{8}{3} > \frac{12}{5}$, y ambas son mayores que $\frac{4}{2}$ y $\frac{10}{5}$, fracciones con el mismo valor.
- Para decidir si $\frac{7}{4}= 1\ \frac{3}{4}$, es mayor o menor que $\frac{13}{8}= 1\frac{5}{8}$, fracciones que también inician con el mismo número, los alumnos pueden calcular fracciones equivalentes a las fracciones que componen el número mixto: $\frac{3}{4}= \frac{6}{8}$, y $\frac{6}{8} > \frac{5}{8}$; por lo que $\frac{7}{4} > \frac{13}{8}$.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

4. ¿Qué pasa después del punto?

¿Qué pasa después del punto?

Intención didáctica

Que los alumnos desechen el criterio de "mayor número de cifras decimales, más grande es el número".

ANTES

Antes de realizar las actividades asegúrese de que las parejas cuentan con:

- La tabla "¿Qué pasa después del punto?"
- Un dado.

Consigna

- Reúnanse en parejas para jugar. Designen quién es el jugador 1 y quién el 2.
- Escriban sus nombres en las columnas correspondientes de la tabla.
- Observen que hay un cero y un punto, seguido a veces de uno, dos o tres espacios. Lancen el dado según los espacios que haya y formen el mayor número posible con los números que les salgan, anotándolos en los espacios. Por ejemplo: si hay dos espacios lanzo dos veces el dado, si me salió 1 y 4 escribo 0.41. Si sólo hay un espacio, lanzaré una vez el dado y sólo podré escribir ese número en dicho espacio.
- Después de que los dos jugadores hayan formado su número, los comparan. Gana la jugada, quien haya escrito el número mayor. Anota su nombre en la tercera columna.

Jugada	Primer jugador Nombre	Segundo jugador Nombre	Ganador de la jugada
1ª.	0. ___ ___ ___	0. ___ ___	
2ª.	0. ___	0. ___ ___ ___	
3ª.	0. ___ ___ ___	0. ___	
4ª.	0. ___ ___	0. ___ ___ ___	
5ª.	0. ___	0. ___ ___	
6ª.	0. ___ ___	0. ___	

Consideraciones previas:

Al ser azaroso el juego, se espera que en las jugadas haya casos en los que un número de tres cifras decimales sea menor que otro de una o dos cifras decimales, por ejemplo, que un alumno forme el 0.431 y otro el 0.6. La idea es que ellos mismos se den cuenta de que el número de cifras no es determinante para comparar los números que están a la derecha del punto decimal.

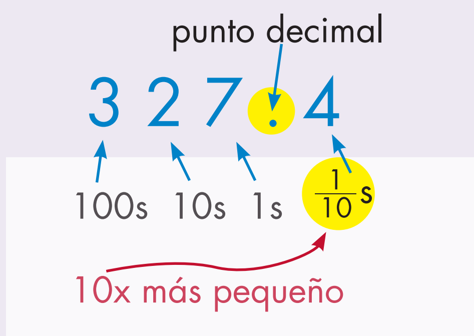
Hay que considerar que en la comparación de números decimales se inicia con los décimos, centésimos, etc.

Si no se diera el caso, en el cierre de la actividad el maestro puede presentar algunos casos, por ejemplo, decirles que si a un alumno le salió 3, 2 y 1 y a otro le salió 5, ¿puede el alumno que le salió 5 formar un decimal mayor que el que forme el otro alumno?

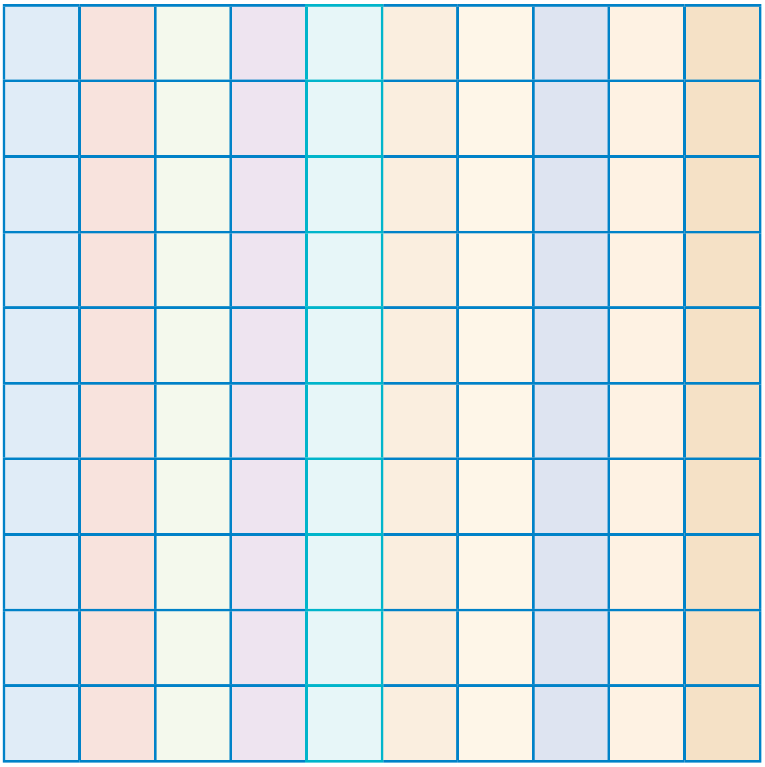
Si nota que algunos alumnos tienen dificultad en determinar quién ganó la jugada porque creen que 0.321 es mayor que 0.5, puede recurrir a los cuadrados unidad en donde los alumnos verán que 5 tiras (décimos) son mayores que 0.321 porque en este número sólo hay 3 tiras completas.

Vámonos entendiendo...

Los números decimales son fracciones que resultan al dividir la unidad en 10, 100, 1000, … partes iguales. Se representan mediante un punto decimal, que separa los enteros de los decimales. Por ejemplo:



Se lee trescientos veintisiete enteros, cuatro décimos.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

5. La figura escondida

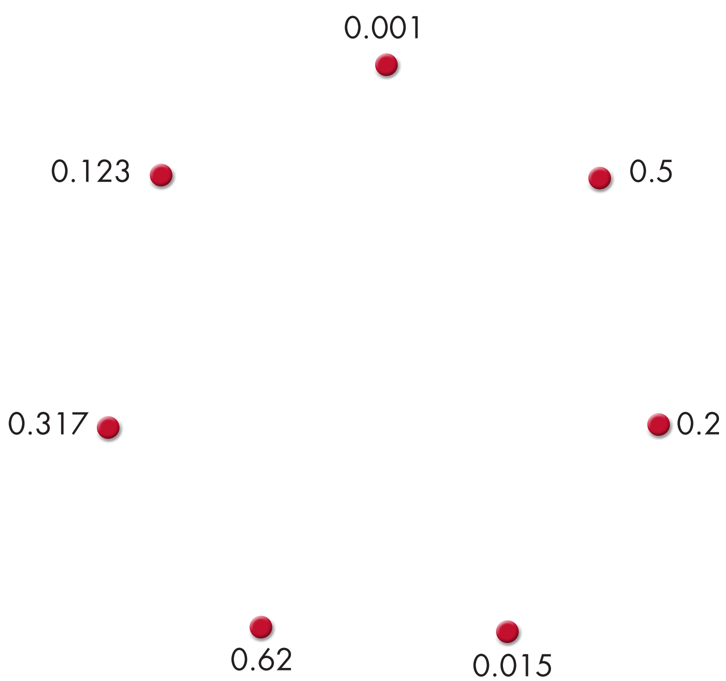
La figura escondida

Intención didáctica

Que los alumnos reafirmen su habilidad para comparar y ordenar números decimales.

Consigna

Individualmente, descubre la figura escondida uniendo los puntos que están junto a cada número. Debes seguir un orden creciente (empezando por 0.001) y, al final, regresarás a él.



Consideraciones previas

En caso de ser necesario, apóyese en el cuadrado-unidad para hacer notar a los alumnos que 0.5 = 0.50 = 0.500, etc., es decir, que podemos agregar ceros a la derecha de un número escrito con punto decimal y esto no altera el valor. Esta propiedad de los decimales está basada en la equivalencia de fracciones: $\frac{5}{10} = \frac{5}{100} = \frac{5}{1000}$, lo cual permite comparar más fácilmente los decimales; por ejemplo, 0.5 es mayor que 0.125 porque 0.500 es mayor que 0.125 (500 milésimos es mayor que 125 milésimos). En esencia, lo que se hace es convertir ambas fracciones al mismo denominador para poder compararlas más fácilmente.

Vámonos entendiendo...

Los números decimales pueden representarse mediante el punto decimal o en forma de fracción decimal, cuyo denominador es o puede convertirse en una potencia de 10. Por ejemplo, el número decimal 0.25 (veinticinco centésimos) puede expresarse así: $\frac{25}{100}$ (veinticinco centésimos), pero también puede expresarse así: $\frac{1}{4}$.

La Fracción $\frac{1}{8}$ es igual a $\frac{125}{1000}$, que es igual a 0.125

Es muy importante que los alumnos comprendan y utilicen diferentes maneras de representar el mismo número. Por ejemplo, 0.8 (ocho décimos), puede representarse así: $\frac{8}{10}$, o así: $\frac{80}{100}$, o así: $\frac{4}{5}$.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

6. Vamos a completar

Intención didáctica

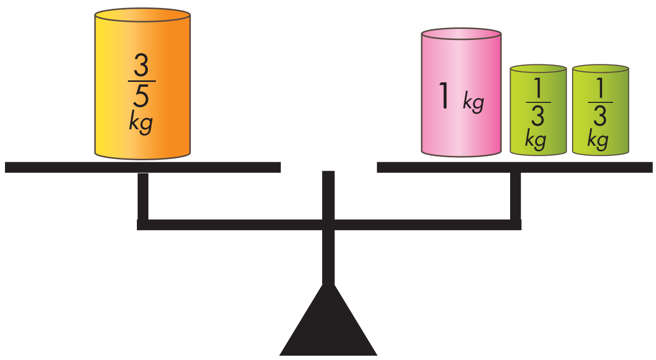
Que los alumnos resuelvan problemas aditivos con números fraccionarios que tienen diferente denominador.

Consigna 1

Organízate con dos compañeros más para resolver estos problemas.

1. Para comprar un juego de mesa yo puse un quinto del total del precio, mi hermana María puso la sexta parte, y mi papá el resto. ¿Qué parte del costo del rompecabezas puso mi papá? Si pagamos $90.00, ¿cuánto dinero puso cada uno?

2. ¿Qué peso pondrían en el platillo izquierdo para que la balanza se mantenga en equilibrio?



Consigna 2:

Resuelve individualmente estos problemas. Cuando hayas terminado todos, reúnete nuevamente con tu equipo para comparar y comentar sus resultados.

1. ¿Cuánto hay que agregar a $\frac{3}{4}$ para obtener $\frac{6}{7}$?

2. ¿Qué tanto es menor o mayor que 1 la suma de $\frac{4}{5}$ y $\frac{4}{8}$?

3. ¿Es cierto que $\frac{8}{12} + \frac{2}{4} = 1\frac{1}{6}$?

4. ¿En cuánto excede $\frac{7}{9}$ a $\frac{2}{5}$?

Consideraciones previas:

Se trata de que los alumnos resuelvan problemas aditivos con números fraccionarios que tienen diferente denominador.

Si bien en otros momentos los alumnos han resuelto problemas utilizando diversos recursos, se espera que en esta ocasión lo hagan utilizando algoritmos convencionales. La intención no es que ellos calculen el mínimo común múltiplo de las fracciones que intervienen, ya que este procedimiento se analiza detenidamente en secundaria, sino que recurran al cálculo de fracciones equivalentes –cuyos denominadores sean iguales– con base en la idea de multiplicar tanto el numerador como el denominador por un mismo número natural.

En la Consigna 1, podrían empezar con la suma de $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{6}$, pues representa la cooperación de las dos hermanas para completar el precio del rompecabezas y buscar el faltante de la suma para llegar a 1, que es lo que representa el costo total del rompecabezas. Esto es: $\frac{6}{30} + \frac{5}{30} = \frac{11}{30}$ (aportación de las hermanas) y $\frac{19}{30}$ (aportación del papá).

Para responder la pregunta de cuánto dinero dio cada uno para el rompecabezas, bastará con calcular la quinta parte de 90, que es 18, la sexta parte que es 15 y seguramente ningún alumno intentará calcular $\frac{19}{30}$ de 90, sino que restarán 33 a 90 para obtener la aportación del papá ($57.00).

Para solucionar el segundo problema, seguramente los alumnos observarán que aun cuando la acción implica agregar peso al platillo izquierdo para igualar el peso del platillo derecho, la estrategia más conveniente es restar a éste último ($1\frac{2}{3}$) la cantidad que se encuentra en el izquierdo ($\frac{3}{5}$). Una opción es que recurran a convertir la unidad del número mixto en tercios, y posteriormente aplicar el mismo procedimiento de buscar fracciones equivalentes para los números con los que se va a operar.

Es recomendable que durante el desarrollo de los algoritmos, se invite a los alumnos a escribir cada una de las fracciones equivalentes, de tal forma que puedan distinguir con cuál de las fracciones originales está relacionada una y otra; conviene animarlos a reducir –siempre que se pueda– las fracciones resultantes:

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{6}=\frac{6}{30}+\frac{5}{30}=\frac{11}{30}$$

$$1\frac{2}{3}-\frac{3}{5}=\frac{5}{3}-\frac{3}{5}=\frac{25}{15}-\frac{9}{15}=\frac{16}{15}=1\frac{1}{15}$$

En el caso de la segunda consigna se pretende que practiquen la conversión a fracciones equivalentes para operar con ellas. Si se considera conveniente, se podrían resolver en otra sesión o de tarea, siempre y cuando la revisión de ésta se realice con todo el grupo, para que entre todos aclaren las dudas que aún surjan en el trabajo.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Rompecabezas

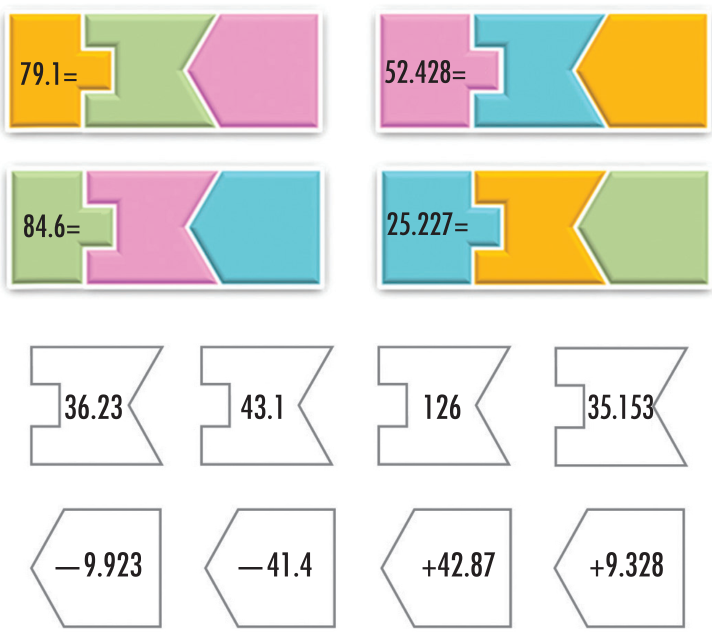
7. Rompecabezas

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas aditivos con números decimales utilizando los algoritmos convencionales.

Consigna

Organízate con un compañero para realizar esta actividad. Elijan entre las piezas blancas de la parte inferior, las que integran correctamente cada rompecabezas.



Consideraciones previas:

La intención de este Desafío es que los alumnos sumen y resten números decimales aplicando las convencionalidades correspondientes:

- *Escribir verticalmente las operaciones, acomodando los números de manera que el punto decimal quede alineado; esto implica que las cifras con el mismo valor decimal se registren en la misma columna.*

- *Establecer equivalencias entre números decimales, en caso de tratarse de números con diferente cantidad de cifras decimales.*
- *Resolver la operación como si fuesen números naturales.*
- *Poner en el resultado el punto alineado al de los números que se sumaron o restaron*

Se recomienda que durante la puesta en común se analice con atención la manera como las parejas resuelven los aspectos anteriormente mencionados. Es muy importante que los alumnos comprendan que el hecho de alinear el punto decimal permite sumar o restar décimos con décimos, centésimos con centésimos, milésimos con milésimos, etcétera, de la misma forma que para sumar números naturales se alinean decenas con decenas, centenas con centenas, etcétera.

Es probable que en un primer momento, algunas parejas solamente intenten operar entre sí números que tienen la misma cantidad de cifras decimales. Esa estrategia pronto será descartada ya que no existen combinaciones posibles que, bajo ese criterio, permitan completar alguno de los números presentados en los rompecabezas; los alumnos se verán obligados a buscar otras estrategias, una de ellas podría ser estimar sumas o restas considerando la parte entera de los números.

Es recomendable que durante la puesta en común se analice el dominio que los alumnos tienen de las características de los decimales y las reglas que los rigen. Aprovechar las experiencias de los alumnos en torno a este aspecto enriquecerá la discusión y ayudará a la comprensión de diferentes relaciones, por ejemplo:

En el caso de la resta 35.15 – 9.923:

- A 35.15 sí se le puede restar 9.923, puesto que el primer número es mayor que el segundo.
- En el sistema decimal de numeración, cada lugar a la derecha de una cifra tiene un valor relativo diez veces menor; 15 centésimos es equivalente a 150 milésimos, entonces ambos números en su parte decimal se pueden representar con la misma cantidad de cifras.

35	.	1	5	0
9	.	9	2	3

Si lo considera necesario, el trabajo de la sesión se puede reforzar con ejercicios como los siguientes:

1. Si en el visor de la calculadora tienes el número 0.234, qué operación deberías teclear para que aparezca…

   0.134 ______________________________

   0.244 ______________________________

   1.23 ______________________________

   2.234 ______________________________

   0.24 ______________________________

2. Qué números se obtienen si a cada uno de los números de abajo sumas 0.09 y restas 0.009:

   8.6 ______________________________

   12.5 ______________________________

   1.25 ______________________________

   0.75 ______________________________

   1.20 ______________________________

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

8. El equipo de caminata

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen la multiplicación de una fracción o de un decimal por un número natural mediante procedimientos no formales.

Consigna

Organizados en parejas resuelvan el siguiente problema.

El equipo de caminata de la escuela da vueltas en un circuito de 4 km. El maestro registra el recorrido de cada uno de los integrantes en una tabla como la de abajo; analícenla y complétenla escribiendo los recorridos en kilómetros

Nombre	Rosa	Juan	Alma	Pedro	Victor	Silvio	Eric	Irma	Adriana	Luis	María
Vueltas	1	2	5	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$2\frac{7}{8}$	0.75	1.25	1.3	2.6
Km											

Consideraciones previas:

Si bien la intención se centra en la multiplicación de fracciones o decimales por naturales, el hecho de considerar naturales en la tabla es con la finalidad de que los alumnos se den cuenta que tanto valores fraccionarios, decimales y enteros juegan la misma función: 1 vez 4 km, 5 veces 4 km, $\frac{4}{5}$ veces 4 km, 1.25 veces 4 km, etcétera. En el caso de la multiplicación de una fracción por un número natural se podría seguir utilizando la expresión $\frac{a}{b}$ de m, antes de que ésta sea designada como multiplicación (los alumnos pueden calcular, por ejemplo $\frac{3}{4}$ de 4, sin saber que se trata de multiplicaciones).

Vámonos entendiendo...

Los Números naturales son los que nos sirven para contar los elementos de un conjunto o grupo de cosas o personas.

Cualquier número natural, excepto el uno, tiene un sucesor y un antecesor. Dado que el uno es el primer número natural, sólo tiene sucesor.

El sucesor de un número natural *n* es n + 1, mientras que el antecesor es n – 1.

Para calcular el resultado $\frac{3}{4}$ de 4 pueden utilizarse varios procedimientos, por ejemplo, obtener $\frac{1}{4}$ de 4 dividiendo 4 entre 4 y después el resultado (1) multiplicarlo por 3, porque son tres cuartos.

Para calcular los kilómetros que recorrió Silvio se pueden seguir varias estrategias. Una de ellas podría ser que dividieran los 4 km (longitud del circuito) entre 5, obteniendo 0.8 km u 800 m, luego sumar 4 veces el resultado para tener finalmente 3.2 km.

En el caso de Eric el 2 significa dos veces el circuito, es decir 8 km. Los $\frac{7}{8}$ pudieran ser calculados como $\frac{1}{8}$ del circuito ($\frac{1}{2}$ km o 500 m) sumado 7 veces, obteniéndose 3.5 km. El resultado final (11.5 km) se obtiene al sumar los 8 km de las dos vueltas y los 3.5 km que equivalen a los $\frac{7}{8}$ de una vuelta.

Cuando se trata de números decimales, una opción es transformarlos en fracciones y utilizar alguna estrategia comentada anteriormente, por ejemplo, para calcular 1.3 de 4 km, la parte decimal se transforma en fracción: $0.3 = \frac{3}{10}$.

Entonces 1.3 vueltas corresponde a 4 km + $\frac{3}{10}$ de 4 km y esto equivale a 4 km + 1.2 km, obteniendo finalmente 5.2 km.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

9. El rancho de don Luis

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen la multiplicación de una fracción por otra fracción mediante procedimientos no formales.

Consigna 1

Organizados en parejas resuelvan el siguiente problema.

En el rancho del señor Luis hay un terreno que mide $\frac{1}{2}$ hm de ancho por $\frac{2}{3}$ de hm de largo, dedicado a la siembra de hortalizas. Don Luis necesita saber el área del terreno para comprar las semillas y los fertilizantes necesarios.

¿Cuál es el área?

Consigna 2:

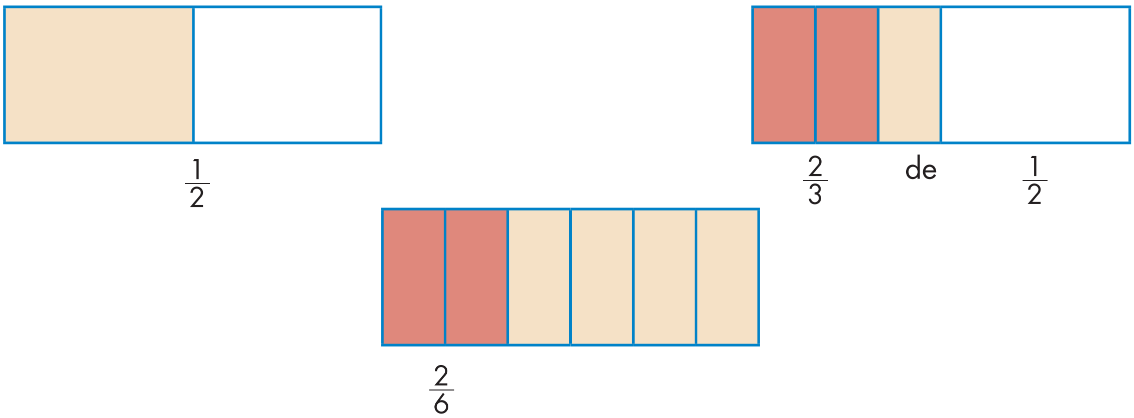
En equipos resuelvan el siguiente problema:

En otra parte del rancho de don Luis hay un terreno de $\frac{5}{6}$ de hm de largo por $\frac{1}{4}$ de hm de ancho donde se cultiva durazno. ¿Cuál es el área de este terreno?

Consideraciones previas:

Es necesario recordar que el estudio explícito y formal de la multiplicación con fracciones se hace hasta la secundaria; sin embargo, en este momento los alumnos pueden aplicar procedimientos no formales para resolver problemas multiplicativos con este tipo de números.

Para resolver el problema de la consigna 1 es necesario multiplicar $\frac{2}{3}$ por $\frac{1}{2}$, lo cual puede interpretarse también como $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$. Una forma de realizar este cálculo es mediante gráficos o papel doblado.



Cuando se trate de longitudes se puede utilizar una tira de papel, un listón, una agujeta o sus representaciones gráficas.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

La mercería

10. La mercería

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas multiplicativos con valores fraccionarios o decimales mediante procedimientos no formales.

Consigna

Reunidos en equipos resuelvan el siguiente problema.

Guadalupe fue a la mercería a comprar 15.5 m de encaje blanco que necesitaba para la clase de costura; si cada metro costaba \$5.60, ¿cuánto pagó por todo el encaje que necesitaba?

También pidió 4.75 metros de cinta azul que le encargó su mamá; si el metro costaba \$8.80 y su mamá le dio \$40.00, ¿le alcanzará el dinero para comprarla?

¿Cuánto dinero le falta o le sobra?

Consideraciones previas:

El manejo de dinero es un buen contexto para trabajar las operaciones con números decimales, en este caso la multiplicación. En este desafío los alumnos resuelven problemas que implican la multiplicación de un número decimal por otro decimal mediante procedimientos no formales.

Son muchos los procedimientos no formales que los alumnos pueden utilizar para multiplicar los números decimales involucrados en el problema de la consigna; por ejemplo, para multiplicar 5.60 x 15.5 pueden descomponer 15.5 en $10 + 5 + \frac{1}{2}$, entonces 5.60 x 15.5 = (5.60 x 10) + (5.60 x 5) + (5.60 x $\frac{1}{2}$), los cuales son productos que ya han trabajado. Al multiplicar por 10 recorren el punto un lugar a la derecha, el segundo producto es la mitad del primero y el último es la mitad de 5.60, es decir, 2.80.

Para encontrar el precio de la cinta azul se requiere multiplicar 4.75 y 8.80 o bien $4\frac{3}{4}$ x 8.80, lo cual puede interpretarse como $4\frac{3}{4}$ veces 8.80. El resultado puede obtenerse así: 4 veces 8.80 (35.20) más $\frac{3}{4}$ de 8.80 (6 + 0.60), obteniendo finalmente 35.20 + 6.60 = 41.80. A Guadalupe le faltó $1.80 para comprar el encargo de su mamá.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

11. ¿Cómo lo doblo?

Intención didáctica

Que los alumnos relacionen el concepto eje de simetría con la línea que, al hacer un doblez, permite obtener dos partes que coinciden en todos sus puntos.

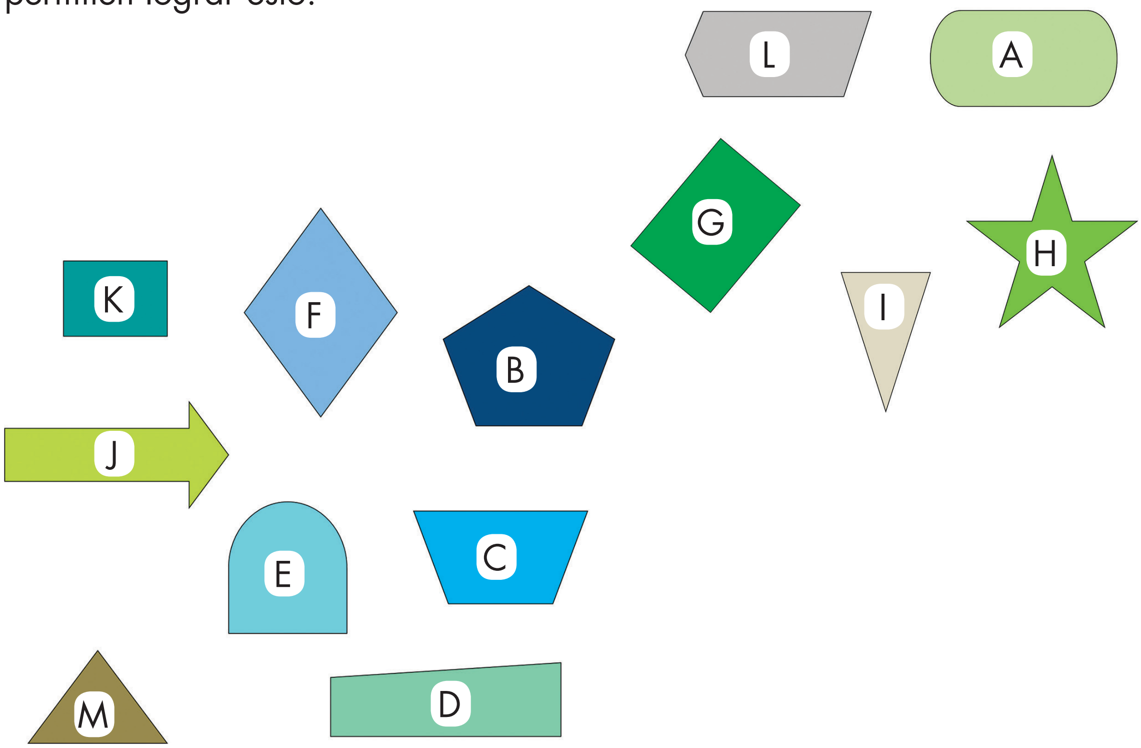
ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que los alumnos cuentan con:

- Las figuras recortadas

Consigna

Recorta las figuras y después dóblalas de manera que las dos partes coincidan completamente. Marca con color el doblez o los dobleces que te permiten lograr esto.



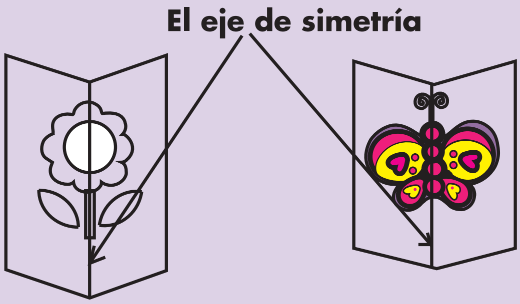
Consideraciones previas:

Es probable que los alumnos sólo hagan un doblez a cada figura, por lo que se les puede preguntar: ¿es la única forma en que podemos doblarlas para obtener dos partes que coincidan? También puede ser que algunos alumnos doblen para obtener dos partes iguales aunque no coincidan, como cuando se dobla un rectángulo por sus diagonales. En tal caso hay que recalcar que no sólo se trata de que las partes sean iguales, sino que además coincidan en todos sus puntos.

De las figuras propuestas, hay algunas que pueden crear en los alumnos dudas acerca de si se pueden doblar obteniendo dos partes que coincidan, por ejemplo en el caso de D, E, H, J, pues no son las que comúnmente se estudian. En este caso, habrá que cuestionarlos al respecto y dejarlos que busquen los dobleces pertinentes. Algunos pensarán que al doblar la figura D en forma horizontal se obtienen dos partes que coinciden, sin embargo hacer el doblez les permitirá descartar esta hipótesis.

Vámonos entendiendo...

Si al doblar una figura se obtienen dos partes iguales y todos los puntos de ambas partes coinciden, la línea marcada por el doblez es un eje de simetría.



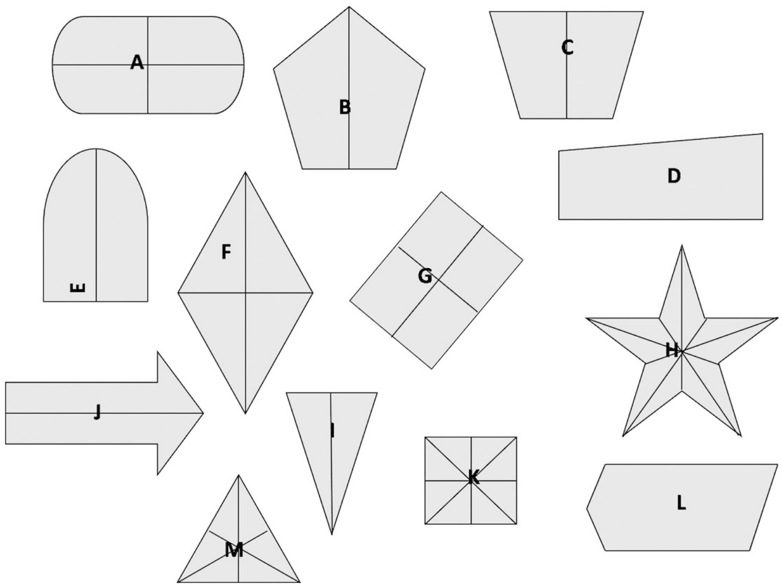
En el caso de la figura K, que es un cuadrado, hay que tener presente que se pueden encontrar 4 formas de doblarla para obtener lo solicitado, es decir, se puede doblar a la mitad tomando cualquiera de sus lados y sobre las diagonales, así, si los alumnos se quedaran sólo en los dobleces sobre los lados, sería importante pedirles que averigüen si hay otras maneras de doblar.

Por otra parte, si primero manejaran el cuadrado, seguramente considerarán que el rectángulo (fig. G) también tiene 4 ejes de simetría, por lo que deberá pedir que realicen los dobleces para que ellos solos puedan descartar su hipótesis.

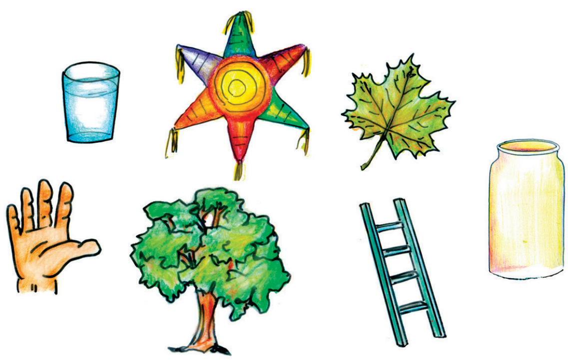
En la figura M se tienen 3 ejes de simetría, ya que se trata de un triángulo equilátero (sus tres lados y ángulos tienen la misma medida), sin embargo, en el caso de la figura I no sucede lo mismo. Hay que procurar que los alumnos no se queden con la idea de que cualquier triángulo tiene tres ejes de simetría.

Durante la puesta en común deberán presentarse no sólo los aciertos de los equipos sino también los casos en los que no se encontraron todos los dobleces apropiados o hubo dobleces de más, para que entre todos corrijan. Es importante que el grupo relacione las líneas que permiten doblar y obtener partes que coinciden con el término “eje de simetría”.

A continuación se muestran las figuras de la actividad con sus ejes de simetría.



Después de la puesta en común puede mostrarles varias figuras para que ellos determinen si tienen o no ejes de simetría y si los tienen, que digan cuántos ejes tienen. Abajo se sugieren algunas imágenes.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Se ven de cabeza

12. Se ven de cabeza

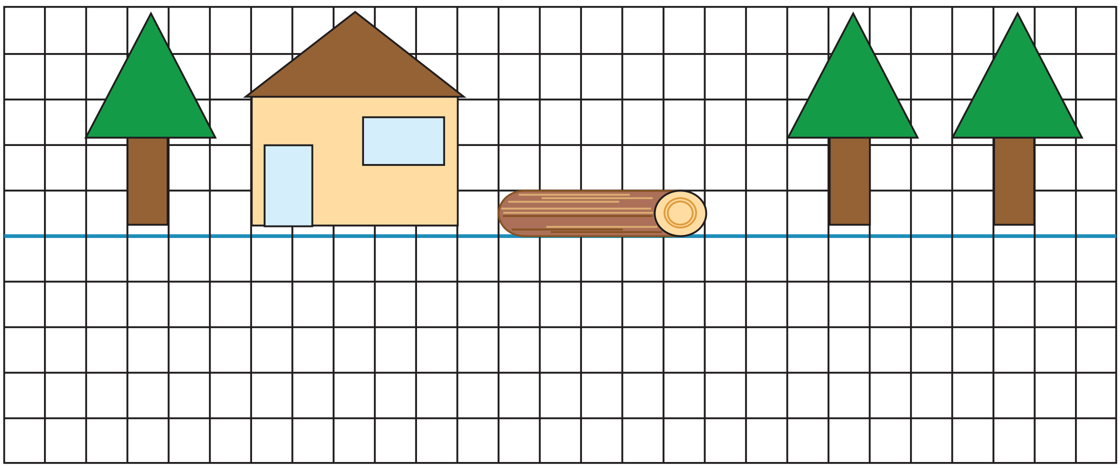
Intención didáctica

Que los alumnos relacionen el concepto eje de simetría con la línea que permite ver una figura y su reflejo.

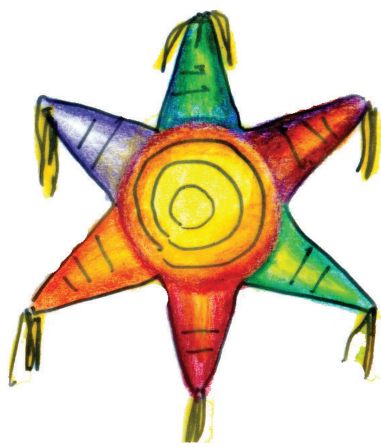
Consigna

Realiza individualmente estas actividades.

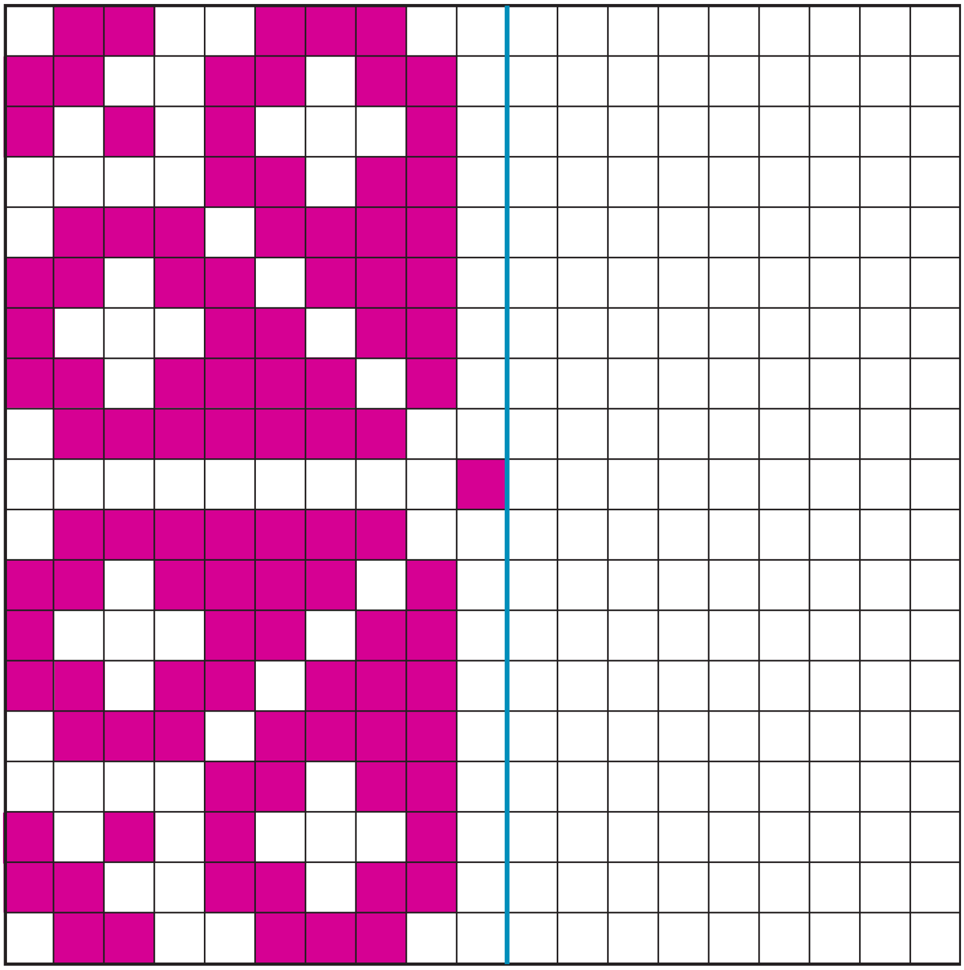
Completa la imagen de modo que parezca que los dibujos se ven reflejados en el agua.



Explica qué hiciste para completar el dibujo.



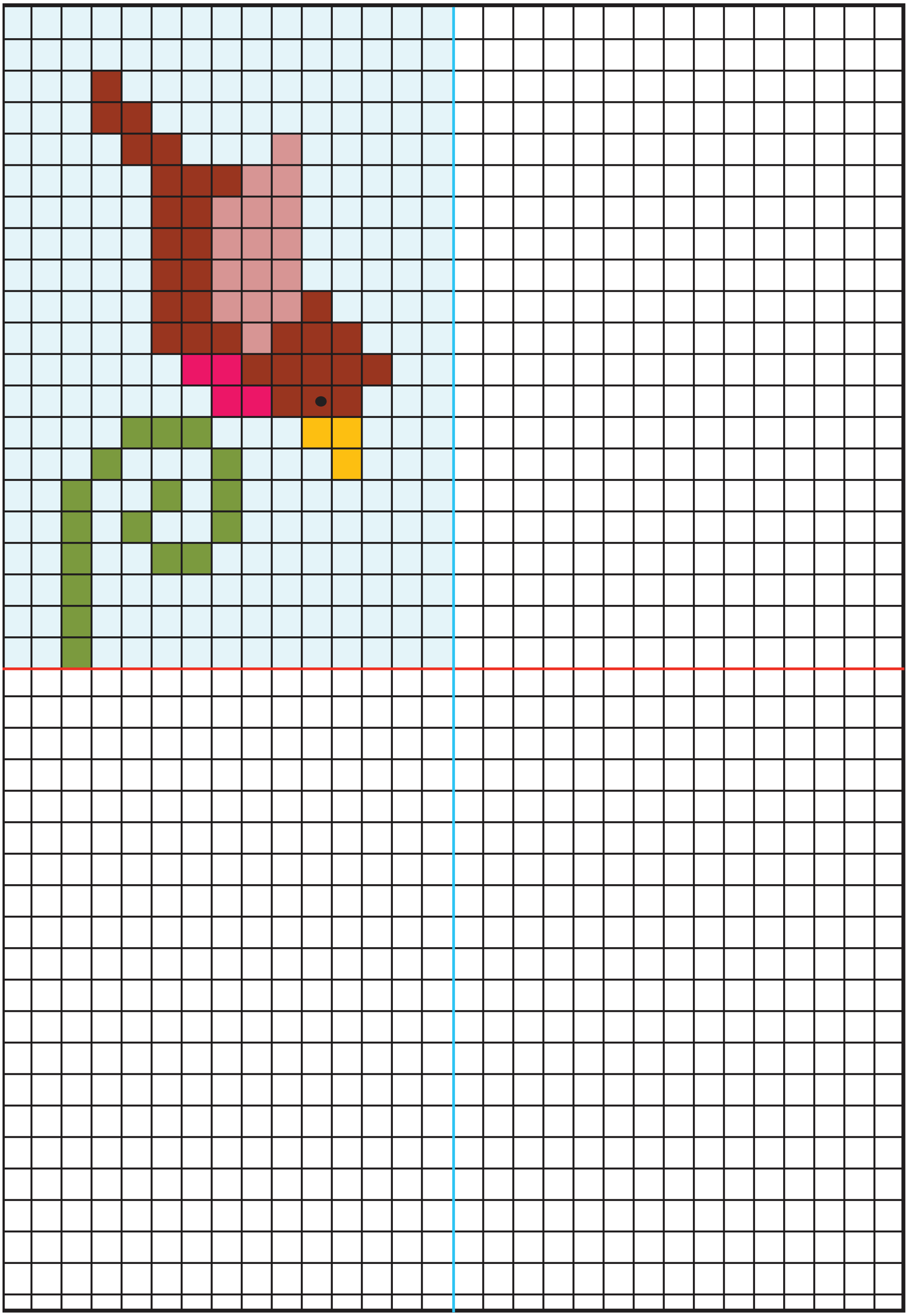
Completa la imagen de modo que parezca que el dibujo se ve reflejado en un espejo.



¿Crees que la imagen completa tiene más de un eje de simetría?

¿Por qué?

Dibuja los pájaros necesarios para que el dibujo tenga dos ejes de simetría.



Consideraciones previas:

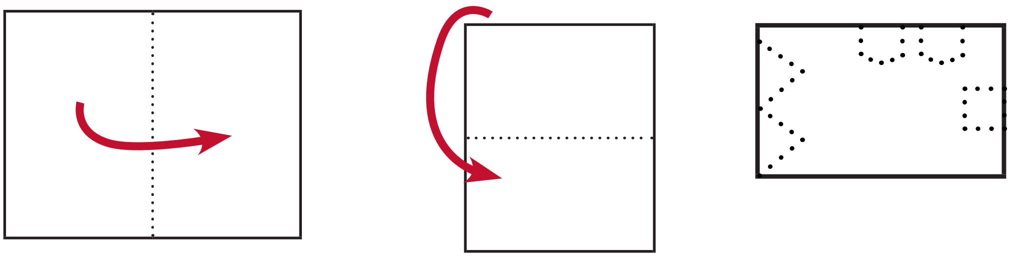
Para la realización de la actividad se espera que la mayoría de los alumnos tenga la experiencia de haber observado objetos reflejados en el agua o en un espejo; sin embargo, aunque esto fuera así, seguramente habrá quienes no han reflexionado en cómo se ven las imágenes y podría suceder que reprodujeran los dibujos con la misma dirección que los observan. Si esto sucede, se les puede sugerir que utilicen un espejo para que comprueben si la imagen que observan en el espejo coincide con lo que dibujaron.

La segunda actividad representa un reto mayor, y seguramente muchos alumnos dirán que sí tiene otro eje de simetría y que lo representa la línea horizontal que pasa por la mitad del dibujo, pero no verán los otros dos ejes que coinciden con las diagonales del cuadrado; así que les puede hacer cuestionamientos que los lleven a observarlos.

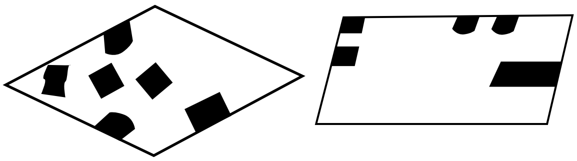
En el caso de la actividad 3 será interesante conocer cuáles fueron las estrategias puestas en juego para dibujar los tres pájaros solicitados. Compartir sus procedimientos enriquecerá a los alumnos que deseen lograr dibujos simétricos. Pero lo importante de todo este trabajo es que concluyan que para lograrlo deben obtener una figura en posición contraria a la original, pero que esté a la misma distancia de una línea conocida como "eje de simetría".

Una actividad que puede enriquecer el trabajo acerca de la simetría es elaborar "papel picado", que se usa generalmente para adornar en algunas fiestas. Esta actividad puede llevarse a cabo con las siguientes variaciones:

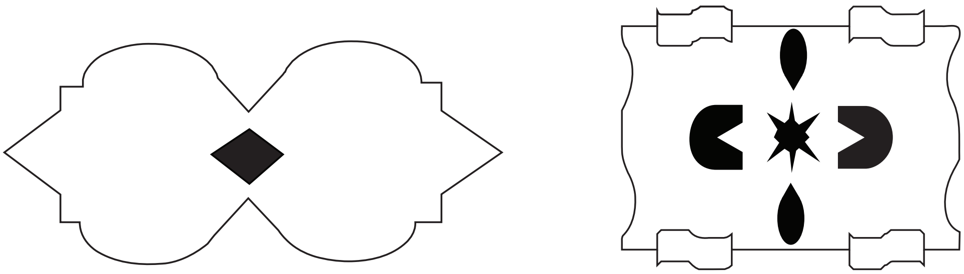
a) Doblar una hoja de papel delgado (papel de china, cebolla, marquilla, etc.) en cuatro partes; trazar y recortar las figuras que prefieran, después, desdoblar el papel para observar cómo se reflejan los cortes en los cuatro espacios de la hoja y pueden verificar que se encuentran a la misma distancia del doblez.



b) Que observen la plantilla de una figura antes de recortarla, que dibujen cómo imaginan la figura que se formará al recortar la plantilla doblada a la mitad o en cuatro partes. Finalmente, que recorten el papel para comprobar su hipótesis.



c) Que los alumnos observen una figura hecha con "papel picado" y determinen cómo deben doblar y recortar el papel para obtenerla.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

13. ¿Por dónde empiezo?

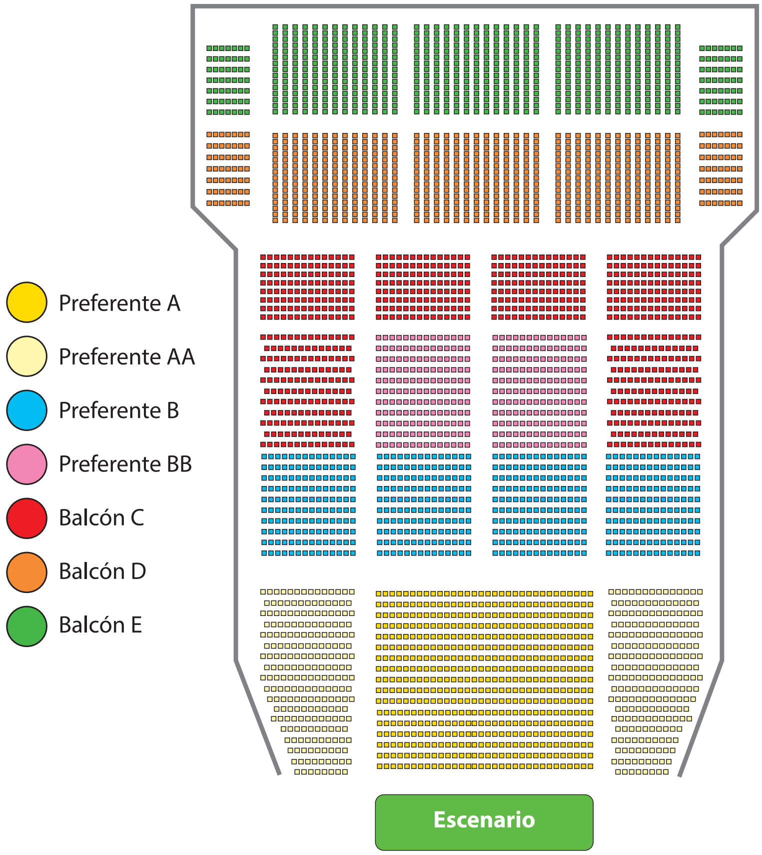
Intención didáctica

Que los alumnos reflexionen sobre la necesidad de un sistema de referencia para ubicar puntos en una cuadrícula.

Consigna

En parejas, resuelvan el siguiente problema:

Diego invitó a sus primos Joel, Ixchel y Vanesa a una obra de teatro. Los boletos que compró corresponden a la sección "Balcón C" del teatro. El siguiente plano representa las diferentes secciones de asientos.

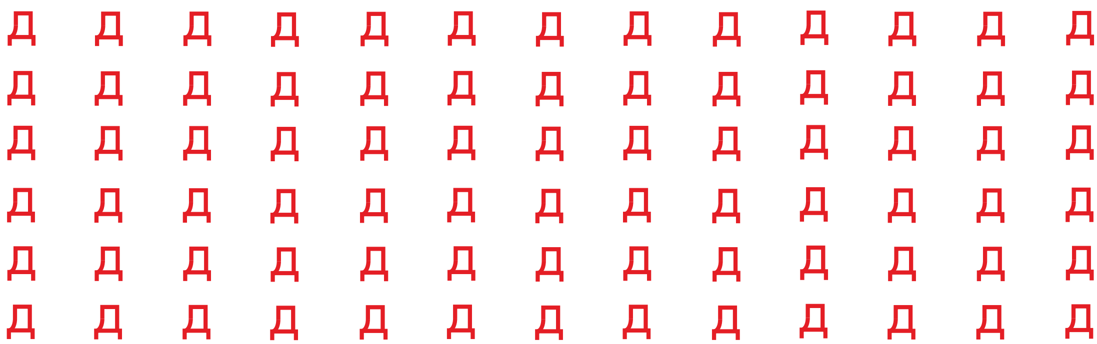


a) ¿En cuántas filas generales se clasifican los lugares del teatro?

b) ¿Cuáles son las posibles secciones donde pueden estar los asientos de Diego y sus primos?

c) El siguiente plano corresponde a la sección “Balcón C2”, en la cual se ubican los lugares de Diego, Joel, Ixchel y Vanesa. Márquenlos con una X, según la siguiente información:

- El lugar de Diego está en la segunda fila y décima columna.
- El lugar de Joel está en la sexta fila y quinta columna.
- El lugar de Ixchel está en la quinta fila y octava columna.
- El lugar de Vanesa está en la tercera fila y décima segunda columna.



Consideraciones previas:

Es importante dejar a los alumnos que exploren el plano para que se familiaricen con este tipo de representaciones y se enfrenten con obstáculos similares a los que experimenta una persona que consulta por primera vez un plano de este tipo.

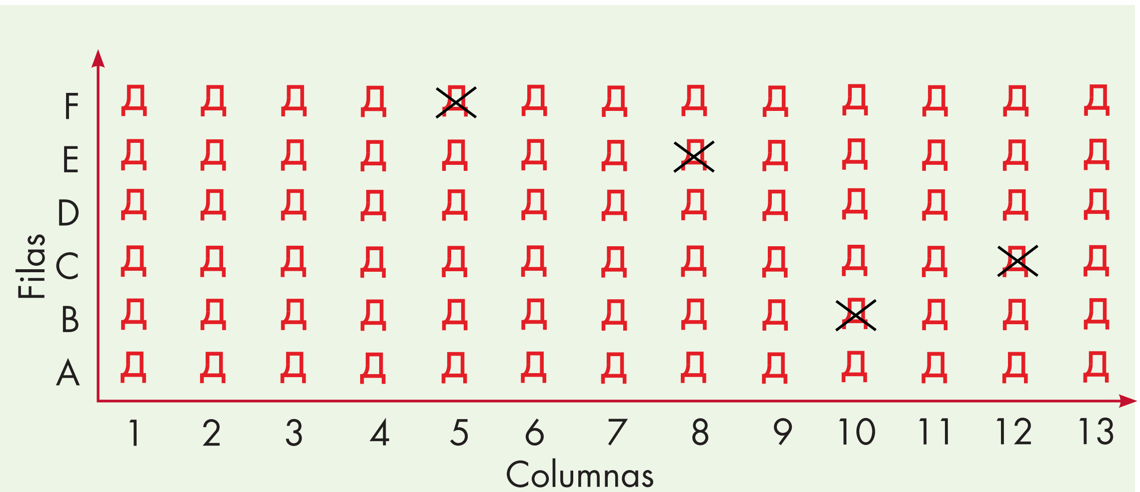
En el caso del inciso a), se espera que los alumnos identifiquen que el espacio de los asientos está dividido en 5 filas generales: A, B, C, D y E. Es probable que algunos alumnos digan que está dividido el espacio en 7 filas por la información que se da en la parte izquierda del plano, es decir, preferente A, preferente AA, preferente B, preferente BB, balcón C, balcón D y balcón E. Si se da esta respuesta u otra, vale la pena retomarlas y confrontarlas con todo el grupo, con la finalidad de que los alumnos descubran que las secciones preferente A y preferente AA están en una misma fila general; lo que las distingue es el color que se les asigna. Sucede lo mismo con las secciones preferente B y preferente BB, sólo que en estos casos se utilizan tres colores diferentes.

Vámonos entendiendo...

Un **sistema de referencia** es un conjunto de convenciones usadas por un observador para poder ubicar la posición de un objeto en el espacio.

Respecto al inciso b), se espera que los alumnos respondan que las posibles secciones son: C1, C2,C3 y C4, ya que éstas corresponden a la fila general denominada "Balcón C".

La pregunta detonadora de la reflexión es la del inciso c 1; se trata de que los alumnos ubiquen los asientos de Diego y sus primos; sin embargo, ni las columnas ni las filas están enumeradas; se espera que los alumnos identifiquen esta dificultad e inclusive que ellos tomen alguna decisión para ubicar los asientos, enumerar las columnas de izquierda a derecha o de derecha a izquierda y, en el caso de las filas, comenzar de abajo hacia arriba o a la inversa. Por lo tanto, es probable que entre los equipos surjan diferentes sistemas de referencia, por ejemplo, uno de ellos podría ser:



Una vez que los alumnos hayan determinado su sistema de referencia y ubicado los lugares con una X, hay que pedirles que usen parejas de un número y una letra para nombrar la posición de cada uno de los lugares. En el caso anterior, serían: Diego (B10), Joel (F5), Ixchel (E8) y Vanesa (C12). Es importante analizar los diferentes trabajos de los equipos para verificar la congruencia del sistema de referencia empleado y la ubicación de los lugares. La finalidad es que los alumnos reflexionen sobre la necesidad de definir un sistema de referencia para determinar la posición de algo o de alguien en una cuadrícula.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

14. Batalla naval

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen un sistema de referencia para ubicar puntos en una cuadrícula

ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que las parejas cuentan con:

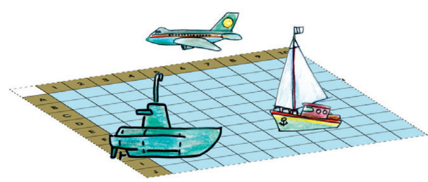
- Los dos tableros “Batalla Naval”.
- Las 10 fichas del material recortable.

Consigna

En parejas, jueguen “Batalla naval”. Éste consiste en hundir las naves del compañero contrario. Para ello, cada jugador debe utilizar los dos tableros y las 10 fichas que aparecen en el material del alumno.

Mecánica del juego:

- Cada pareja se ubica de modo que no pueda ver las cuadrículas de su adversario.
- Cada jugador coloca las fichas (naves) en una de sus cuadrículas, de modo que los barcos no se toquen entre sí, es decir, que todo barco debe estar rodeado de agua o tocar un borde del tablero. Por ejemplo:



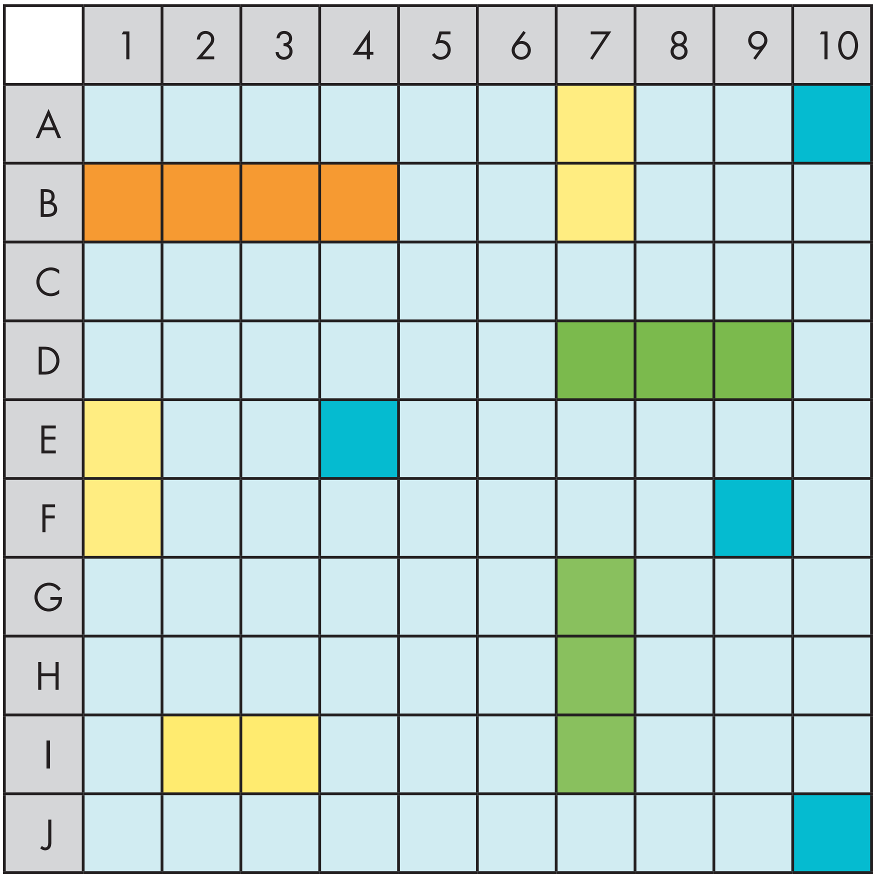
La flota está formada por:

1 portaaviones:

3 buques:

2 acorazados:

4 submarinos:



- Cada jugador, en su turno, debe tratar de averiguar la posición de las naves del adversario. Para ello, el jugador hace un disparo a un punto del mar enemigo, usando un número y una letra, por ejemplo: (4, B); si no hay barcos en ese cuadro, el otro jugador dice "¡agua!", y si el disparo ha dado en algún barco dice: "¡tocado!"; si con el disparo se terminan de tocar todos los cuadros que conforma la nave debe decir "¡hundido!". Un submarino se hundirá con un sólo disparo porque está formado únicamente por un cuadro. Cada jugador dispara una vez, toque o no alguna nave; posteriormente, le corresponde a su contrincante.
- Cada jugador puede registrar en la otra cuadrícula la información que crea conveniente para controlar sus jugadas y poder hundir las naves enemigas.
- Gana el jugador que consigue hundir primero todos los barcos del rival.

Consideraciones previas:

"Batalla naval" es un juego de estrategias en el que participan dos jugadores; si los alumnos no lo hacen de manera espontánea, se les puede sugerir que hagan anotaciones en su segunda cuadrícula para ser más eficientes al tratar de hundir los barcos enemigos; por ejemplo, si hacen un tiro fallido es importante registrar dónde se hizo para no volver a disparar ahí; en cambio, si se dispara y se toca una nave, pero ésta no se hunde, en la siguiente tirada conviene disparar en algún cuadro adyacente, con la finalidad de tocar todos los cuadros que forman la nave y hundirla. Además del juego de estrategias, los participantes están utilizando de manera implícita un sistema de referencia para ubicar puntos, motivo de estudio en este momento.

Una vez que las parejas terminan de jugar es conveniente discutir con todo el grupo las estrategias utilizadas, con la finalidad de identificar deficiencias y ventajas.

Vámonos entendiendo...

En las descripciones matemáticas es común utilizar sistemas de referencia, que se definen en virtud de un conjunto de dos (en el plano) o tres (en el espacio) ejes perpendiculares, que se cortan en un punto común denominado origen.

Sobre los ejes planos se puede representar la relación entre dos conjuntos numéricos, de manera que los elementos del conjunto origen de la relación se indican en un eje (en general, el horizontal) y los del conjunto imagen, en el otro.

Además, se pueden proponer actividades con jugadas simuladas, con la finalidad de discutir cuáles son las estrategias que los alumnos utilizan para intentar localizar las posiciones de los barcos que están formados por dos, tres o cuatro cuadros.

Una actividad con jugadas simuladas podría ser la siguiente:
Diego ya le había hundido dos barcos a Luis: un portaaviones y un acorazado. Este es el tablero de Luis, en él aparecen las naves hundidas, pero no las que siguen a flote.

- En su turno, Diego le dice: “8F” y Luis le contesta: “Tocado”. Indiquen de cuántos casilleros puede ser el barco.
- Señalen en la cuadrícula todos los lugares donde podría estar el barco y luego escriban las parejas de número y letra que podrá nombrar Diego para intentar hundirlo.
- En la próxima jugada, Diego dice: “7F” y Luis responde “tocado”. Escribe la pareja de número y letra que permite localizar exactamente el barco.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
B										
C										
D						X	X	X		
E										
F										
G		X	X	X	X					
H										
I										
J										

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

15. En busca de rutas

Intención didáctica

Que los alumnos describan diferentes rutas en un mapa para ir de un lugar a otro e identifiquen la más corta.

Consigna

El siguiente es un mapa del centro de Guanajuato. Elijan sólo uno de estos lugares: Teatro Principal, Teatro Juárez, Templo San Francisco, Basílica de Guanajuato. En pareja describan, sin mencionarla, la ruta que se debe seguir para ir de la Alhóndiga a un lugar elegido.

Después darán sus indicaciones a otra pareja para que descubran a dónde llegarán siguiendo la ruta indicada. Si no logran llegar, analicen si se cometió un error en la descripción de la ruta o en su interpretación.

Consideraciones previas:

Aquí se persiguen dos propósitos: que los alumnos desarrollen su habilidad para comunicar por escrito una ruta para ir de un lado a otro y además decidan cuál es la más corta.

Si se cuenta con la escala a la que está hecho el mapa, el trabajo puede enriquecerse pidiéndoles que calculen la distancia real aproximada, siguiendo la ruta más corta y la más larga.

Como ejercicio de tarea se puede dar un mapa de la localidad y elegir otros lugares para que describan rutas. Otros mapas de las ciudades de México pueden hallarse en la siguiente página:

http://www.travelbymexico.com/mapas/index.php

Vámonos entendiendo...

Un mapa es un dibujo plano en el que se representa el paisaje recurriendo a ciertos convencionalismos. Los colores, las formas, el relieve se rigen por un código que nos informa de qué elementos hay en el paisaje y cómo están dispuestos. Leyendo un mapa nos hacemos una idea bastante buena de qué vamos a encontrar sobre el terreno.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

16. Distancias iguales

Intención didáctica

Que los alumnos describan diferentes rutas en un mapa para ir de un lugar a otro e identifiquen aquellas en las que la distancia recorrida es la misma.

Consigna

A continuación se presenta un mapa del centro de Puebla.

En equipo describan por escrito tres rutas diferentes en las que se camine la misma distancia para ir del Zócalo al punto marcado con la letra A.

Ruta 1

Ruta 2

Ruta 3

Comparen las rutas que describieron con las que escogieron otros compañeros del grupo y entre todos decidan si, efectivamente, en todas se camina la misma distancia.

Consideraciones previas:

En este Desafío se persiguen dos propósitos: que los alumnos desarrollen su habilidad para comunicar por escrito una ruta para ir de un lado a otro y, además, identifiquen rutas equivalentes en cuanto a la distancia que se recorre.

Si se cuenta con la escala a la que está hecho el mapa, puede enriquecerse el trabajo pidiendo que calculen la distancia real aproximada de la ruta más corta y la más larga.

En las descripciones de los alumnos es importante que se consideren detalles como las vueltas a la derecha, a la izquierda, calles por las que hay que caminar, el número de cuadras, etcétera.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

17. ¿Cuál es la distancia real?

¿Cuál es la distancia real?

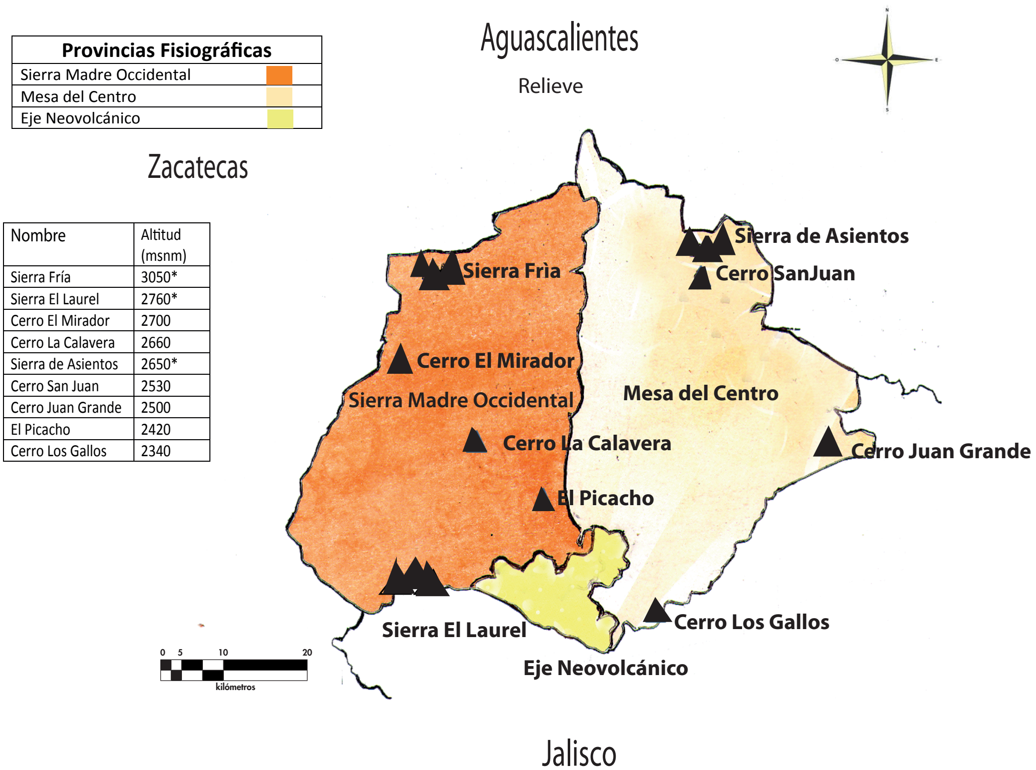
Intención didáctica

Que los alumnos interpreten la escala gráfica de un mapa para calcular distancias reales.

Consigna

En equipo, calculen la distancia real aproximada entre los siguientes cerros. Den su respuesta en kilómetros.

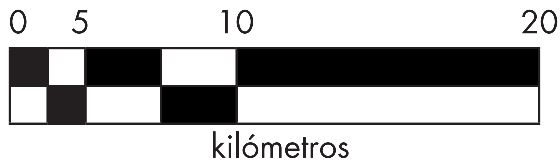
a) De La Calavera a El Mirador	
b) De El Picacho a Juan Grande	
c) De San Juan a La Calavera	
d) De Los Gallos a San Juan	



Nombre	Altitud (msnm)
Sierra Fría	3050*
Sierra El Laurel	2760*
Cerro El Mirador	2700
Cerro La Calavera	2660
Sierra de Asientos	2650*
Cerro San Juan	2530
Cerro Juan Grande	2500
El Picacho	2420
Cerro Los Gallos	2340

Consideraciones previas:

Para calcular las distancias pedidas, los alumnos tendrán que identificar la escala, que en este caso es gráfica, y aprender a interpretarla. Si a varios alumnos se les dificulta interpretar la escala se puede hacer un alto en la actividad y, de manera grupal, preguntar cómo se debe interpretar la escala para que se comente que el tamaño del segmento mayor en el mapa equivale a 20 kilómetros de distancia real, la mitad a 10 km y la cuarta parte a 5 km.



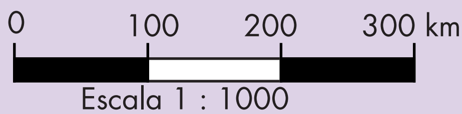
Vámonos entendiendo...

La escala es la representación proporcional de los objetos. Todo mapa debe de indicar la escala a la que está hecho, ya que es la única manera de saber el tamaño de lo que se está representando.

Para conocer la relación entre una distancia o tamaño en el mapa y la distancia o tamaño real se utilizan las escalas:

Escala numérica: Se representa mediante dos números relacionados, por ejemplo 1:100.000 que indican que cada unidad de medida del mapa equivale a una distancia 100.000 veces mayor en la realidad.

Escala gráfica: Consiste en un segmento dividido en varias partes iguales, cada una de ellas representa un cierto número de unidades de acuerdo a la escala numérica.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

18. Distancias a escala

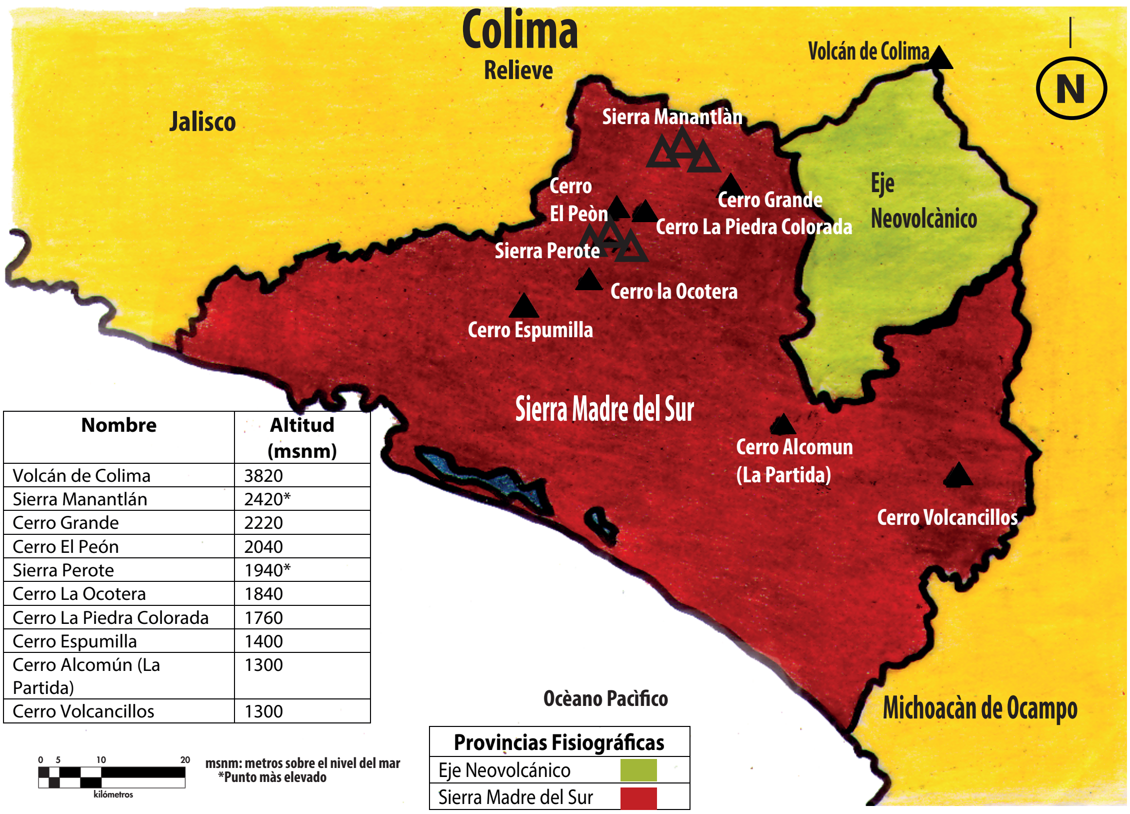
Intención didáctica

Que los alumnos interpreten y usen la escala expresada como m:n en un mapa para calcular distancias reales.

Consigna

Si la escala del siguiente mapa es 1:1 000 000, en equipo calculen la distancia real aproximada, en kilómetros, entre los cerros:

a) Grande y La Ocotera	
b) El Peón y Alcomún	
c) Espumilla y Volcancillos	
d) La Piedra Colorada y el Volcán de Colima	



Nombre	Altitud (msnm)
Volcán de Colima	3820
Sierra Manantlán	2420*
Cerro Grande	2220
Cerro El Peón	2040
Sierra Perote	1940*
Cerro La Ocotera	1840
Cerro La Piedra Colorada	1760
Cerro Espumilla	1400
Cerro Alcomún (La Partida)	1300
Cerro Volcancillos	1300

Consideraciones previas:

Para calcular las distancias pedidas, los alumnos tendrán que identificar la escala, que en este caso es numérica, y aprender a interpretarla. Si a varios alumnos se les dificulta interpretar la escala, usted puede preguntar al grupo cómo interpretar la escala 1:1 000 000. Se espera que alguno de los alumnos sepa que esta escala indica que cada unidad del mapa en realidad son 1 000 000 unidades, por ejemplo, cada centímetro del mapa equivale a 1 000 000 centímetros (10 000 metros o 10 kilómetros). Es probable que para los alumnos sea difícil hacer esta conversión por lo que se les puede apoyar con preguntas como: ¿a cuántos centímetros equivale un metro?, ¿y 10 metros?, ¿1 000 metros?, ¿un kilómetro?, ¿10 kilómetros?

Los procedimientos para calcular la distancia pueden ser variados. Es probable que los alumnos midan en centímetros las distancias pedidas y multipliquen por 1 000 000; de esta manera hallarán las distancias en centímetros, las cuales después tendrán que convertirlas a kilómetros. También es probable que antes de hacer cálculos, los alumnos determinen que un centímetro en el mapa equivale a 10 km de distancia real, después de medir las distancias a determinar podrán multiplicar esta medida por 10 y encontrar el resultado directamente en kilómetros.

Se puede aprovechar que los resultados varían para comentar acerca de la imprecisión de los instrumentos de medición y a lo indeterminado de la exactitud de los lugares donde se ubican los cerros.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

19. Préstamos con intereses

Intención didáctica

Que los alumnos calculen porcentajes aplicando la correspondencia "por cada 100, n".

Consigna

Una casa de préstamos ofrece dinero cobrando intereses. El anuncio dice:

Te prestamos desde $ 100 hasta $ 50 000.

Paga un interés mensual de solamente el 4% es decir:

Por cada $ 100 paga solo $ 4

En parejas y con base en la información anterior, calculen el interés mensual a pagar por las siguientes cantidades:

Cantidad ($)	Interés ($)
100	
200	
500	
1 000	
1 500	
2 500	

Cantidad ($)	Interés ($)
10 000	
50 000	
150	
2 650	
125	
1 625	

Consideraciones previas:

Se espera que los alumnos concluyan que 4% indica que "por cada 100, 4" y calculen el interés sin recurrir, de ninguna manera, a algoritmos de multiplicar la cantidad por 0.04. Para los primeros casos basta con calcular cuántas veces está contenido el 100 en esa cantidad para saber el interés por pagar. En el caso de $150 se espera que los alumnos noten que si por $100 se cobran $4, por $50 son $2 y por $150, $6. Un razonamiento similar se espera para $125. Mientras que para $2 650 y $1 625 los alumnos podrán hacer combinaciones entre otras cantidades cuyos intereses ya han calculado.

Se debe recordar que se trata de que los alumnos empleen procedimientos diversos en el cálculo de porcentajes y no algoritmos convencionales, aunque si algún alumno desea usarlos, no se le impedirá hacerlo; al contrario, será interesante preguntarle acerca de dicha equivalencia y saber cómo la obtuvo.

Para enriquecer y reafirmar el trabajo se puede señalar que otras casas de préstamos cobran intereses del 6%, 8%, etc., y hacer tablas similares que el profesor o los mismos alumnos propongan, ya sea en clase o como tarea.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

20. Mercancía con descuento

Intención didáctica

Que los alumnos calculen porcentajes tomando como base el cálculo del 10%.

Consigna 1

Organizados en equipos, resuelvan el siguiente problema.

Luis, Ana y Javier venden artesanías, cada uno en su puesto del mercado. Decidieron ofrecer toda su mercancía con 10% de descuento. Completen la siguiente tabla:

		Luis	Ana	Javier
Sarape	Precio ($)	100	140	80
	Descuento ($)	10		
	Precio rebajado ($)	90		
Aretes	Precio ($)	50		
	Descuento ($)		6	4
	Precio rebajado ($)			
Blusa	Precio ($)			
	Descuento ($)	8		
	Precio rebajado ($)		45	63

El 10% del precio de un artículo es igual a $13. Completen la tabla con los diferentes porcentajes de descuento para el mismo artículo:

Porcentajes	Descuento ($)	Precio con descuento ($)
5 %		
10 %	13	117
15 %		
20 %		
25 %		
30 %		
50 %		65
75 %		

Consigna 2

En un mercado de artesanías se están vendiendo algunos artículos con atractivos descuentos. Con las cantidades que en ella se muestran, completa la siguiente tabla:

Artículo	Precio	Descuento	Cantidad a pagar
Collar	\$80.00	10%	
Rebozo	\$100.00		\$75.00
Pulsera	\$30.00	5%	
Camisa de manta	\$90.00		\$18.00
Florero	\$140.00	40%	
Mantel	\$120.00		\$60.00

Consideraciones previas:

Es importante resaltar que en la presentación de resultados se dé el tiempo suficiente a los equipos para que expliquen sus procedimientos, de esta manera se estará en posibilidades de analizar la diversidad de procedimientos. Cada vez que existan desacuerdos en algún procedimiento y resultado, puede fomentar la discusión para que sean los propios alumnos quienes descubran el error.

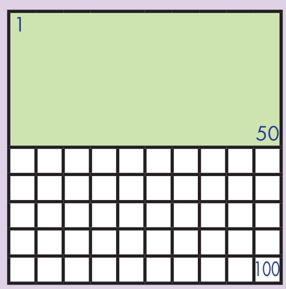
Uno de los errores posibles consiste en anotar directamente el porcentaje en vez de la diferencia de éste y el precio original, por lo que es importante estar atentos al proceso que realicen los alumnos.

En la primera consigna se espera que los alumnos noten que el 10% es la décima parte de la cantidad y, por lo tanto, para calcular el 10% sólo hay que

Vámonos entendiendo...

Porcentaje quiere decir "partes por cien". Cuando decimos "por ciento" en realidad decimos "por cada 100.

Así que 50% quiere decir 50 por 100



dividir entre 10; mientras que si se da el descuento, la cantidad inicial se calcula multiplicando por 10 dicho descuento. Para los casos en los que se dan los precios ya con descuento, los alumnos tendrán que comprender que esta cantidad representa el 90% de la cantidad inicial por lo que la novena parte es el 10%.

En la segunda consigna, puesto que ya se da el 10%, se espera que los alumnos puedan calcular el 5% (la mitad), el 20% (el doble), etc.; también se espera que porcentajes como el 15% se calculen sumando el 10% y el 5%.

Es importante mencionar que en estos momentos no se pretende, de ninguna manera, que los alumnos apliquen procedimientos estandarizados para el cálculo del porcentaje, por ejemplo, que para calcular el 15% multipliquen por 0.15. El propósito es que ellos construyan diversos procedimientos para el cálculo de porcentajes, basados en una comprensión de lo que significa tanto por ciento.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

21. ¿Cuántas y de cuáles?

Intención didáctica

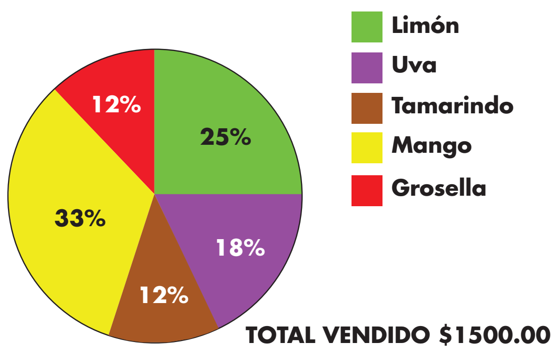
Que los alumnos interpreten adecuadamente la información que muestra una gráfica circular para responder algunas preguntas.

Consigna

Reúnanse en equipos, para analizar, discutir y dar respuesta a las siguientes preguntas.

1. En la escuela donde estudia Juan Pedro al final de la semana se dio a conocer como reporte de ventas de paletas la siguiente gráfica.

Porcentaje de paletas vendidas semana 1



a) ¿Qué sabor es el que más se vendió en la primera semana?

____

b) ¿Cuál es el sabor que menos se vendió?

____

c) ¿Cuántas paletas de cada sabor se vendieron?

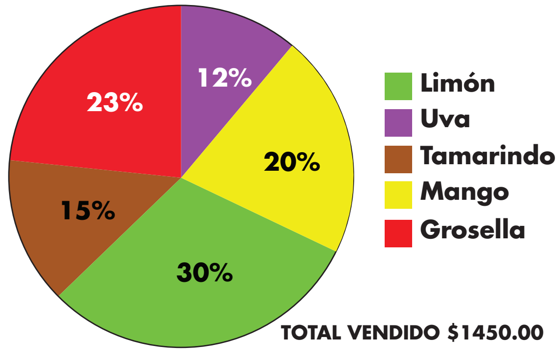
____

d) Si las paletas cuestan $5, ¿cuántas paletas se vendieron esta semana?

____

2. En la segunda semana, la gráfica que se presentó fue la siguiente.

Porcentaje de paletas vendidas semana 2



a) ¿Qué sabor se vendió más esta semana?

____

b) ¿Qué sabor se vendió menos?

____

c) Escribe en orden de más a menos, los sabores que gustan a los niños en esa escuela.

____

d) ¿Cuántas paletas se vendieron esta semana?

____

3. La empresa que elabora las paletas las vende a la escuela en $3.50, ¿de cuánto ha sido la ganancia de la escuela en las dos semanas?

____

4. En el salón de Juan Pedro son 45 alumnos y les hicieron una encuesta acerca de quiénes y cuántas paletas habían consumido en esa semana. Se obtuvo la siguiente información:

Niñas	13
Niños	17
Total de paletas en el grupo	30

¿Qué porcentaje del total de paletas fue consumido por el grupo de Juan Pedro?

____

Consideraciones previas:

Los alumnos ya trabajaron desde quinto grado con porcentajes, así que se espera que en este Desafío donde tienen que interpretar adecuadamente la información que muestra una gráfica circular no tengan dificultad en encontrar respuesta para las preguntas donde tienen que decir cuántas paletas de cada sabor se vendieron. La dificultad estriba en que logren determinar el número total de paletas vendido en cada semana, pues éste no se da en la información de las gráficas. La estrategia inmediata para obtener esta cantidad consiste en que dividan el total vendido entre el costo de cada paleta; sin embargo, habrá que dejar que sean ellos quienes la descubran, o bien, que usen alguna otra que después se comparta con el grupo para analizar su validez.

En cuanto al cálculo del número de paletas que representa cada porcentaje, los alumnos ya han resuelto situaciones semejantes. Por ejemplo, han calculado el 10% de una cantidad y luego la quinta parte de lo obtenido, para tener el 12% de una cantidad.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

22. ¡Mmm... postres!

Intención didáctica

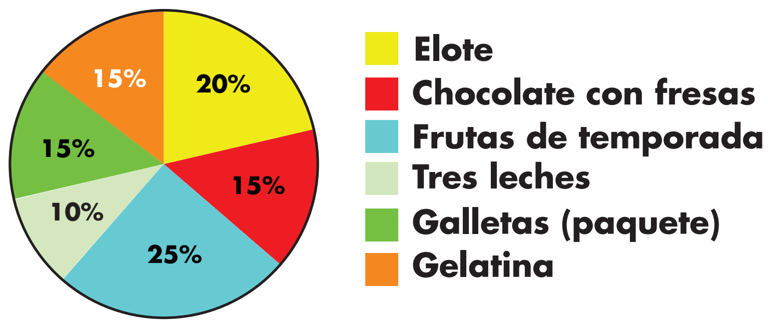
Que los alumnos completen la información de tablas con base en la que proporciona una gráfica circular, respondan preguntas en las que recurran a la información de ambas y saquen conclusiones.

Consigna

Reúnanse en equipos para analizar, comentar y resolver la siguiente actividad.

En la siguiente gráfica se muestra el porcentaje y el total de ingresos mensuales por la venta de los productos en la pastelería "Siempre hay". Obtengan los datos que faltan en la tabla y respondan las preguntas.

Pastelería "Siempre hay"



TOTAL VENDIDO $7,200.00

Productos	Precio $	Cantidad vendida
Elote	72	
Chocolate con fresas		8 pasteles
Frutas de temporada	120	
Tres leches		5 pasteles
Galletas (paquete)	30	
Gelatina		108 gelatinas

Inversión por cada unidad de producto vendido	
Elote	$ 37
Chocolate con fresas	$ 90
Frutas de temporada	$ 80
Tres leches	$ 100
Galletas (paquete)	$ 15
Gelatina	$ 6

a) ¿Qué producto se vende más?

b) ¿Qué producto genera mayor ingreso con menor inversión?

c) ¿En qué producto se invierte más y da menor ganancia?

Consideraciones previas:

Es probable que este desafío se lleve más de una sesión, pues para completar la tabla es necesario que los alumnos identifiquen qué datos requieren relacionar y hacer las operaciones que consideren pertinentes. En este caso hay que relacionar la cantidad vendida, el porcentaje de ventas y los datos que sí aparecen en la primera tabla.

Después se espera que haya discusión y reflexión acerca de las respuestas para b) y c), donde seguramente habrá diversas respuestas que pueden considerarse correctas. El asunto aquí es analizar los argumentos que dan los alumnos para justificar sus respuestas. Por ejemplo, algunos podrán decir que el producto que genera mayor ingreso con menor inversión son las galletas, ya que se les gana el 100%. Otros pueden argumentar que es el pastel de elote, ya que la ganancia es del 94.5%; otros más podrían argumentar que el producto donde se invierte una menor cantidad son las gelatinas, tienen un margen de ganancia del 66.6% y se vende una gran cantidad de ellas, incluso la respuesta a la primera pregunta ayuda a pensar en este producto. En fin, las respuestas pueden ser muy variadas, de acuerdo con el razonamiento que hagan los alumnos. Habrá que dejarlos que traten de convencer a sus compañeros con los argumentos que apoyan sus respuestas. Algo semejante se puede dar con la respuesta a c).

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

23. Sobre la recta

Sobre la recta

Intención didáctica

Que los alumnos analicen las convenciones que se utilizan para representar números en la recta numérica, dados dos puntos cualesquiera.

Consigna

Formen parejas y ubiquen en las rectas numéricas los números que se indican.

a) 1

b) 2.5

c) 1

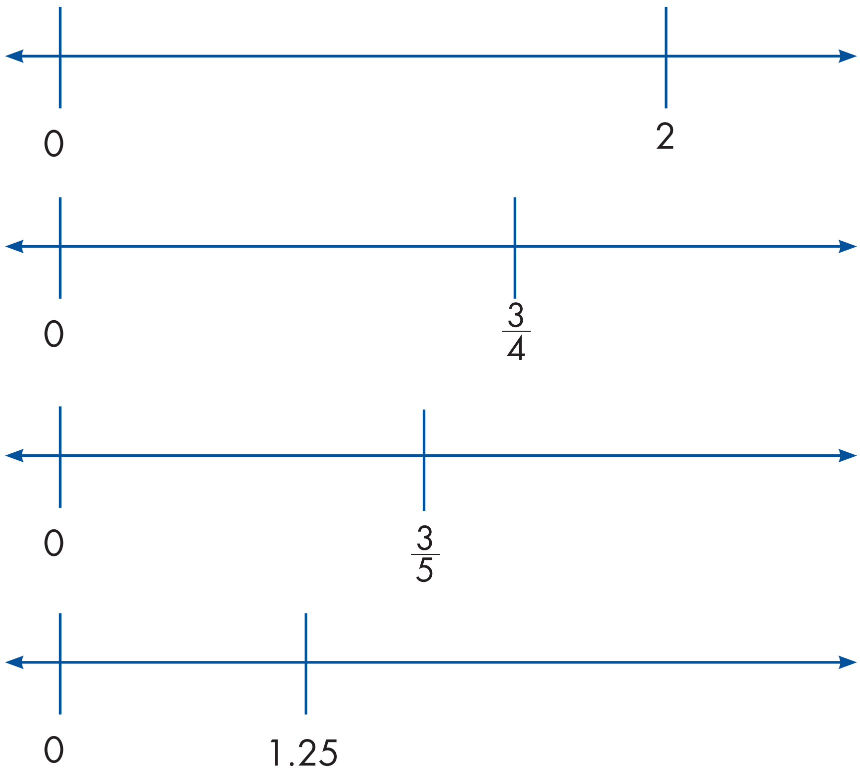
d) $\frac{1}{2}$

e) $1\frac{2}{5}$

f) $\frac{1}{5}$

g) 0.5

h) 2



Consideraciones previas

En los problemas más simples sobre ubicación de números naturales, fracciones y decimales en la recta numérica, generalmente se conoce la posición del cero (0) y de la unidad (1) o de varias unidades (1, 2, 3, etc.). Las actividades propuestas en este Desafío son cognitivamente más exigentes porque, además de entender las convenciones para representar números en la recta, se requiere que los alumnos tengan claridad del sentido numérico de las fracciones y los decimales.

En esta tarea hay dos números ubicados en cada recta, con lo que ya queda predeterminada la unidad de longitud. Sin embargo, es probable que a los alumnos se les dificulte la ubicación de los números solicitados.

Un recurso útil, en algunos casos, consiste en ubicar el 1 y de ahí partir para los demás números. Por ejemplo, en la primera recta, la distancia dada es 2, por lo que el 1 estará ubicado a la mitad y, a su vez, a la mitad de esta distancia estará 0.5 que puede trasladarse después del 2 para ubicar el segundo punto.

En la segunda recta, los números 0 y $\frac{3}{4}$ orientan a pensar que se puede dividir esa distancia en tres partes iguales que representarán $\frac{1}{4}$ cada una, por lo que $\frac{1}{2}$ corresponderá al punto $\frac{2}{4}$, ya que ambas fracciones son equivalentes. Para ubicar el punto que corresponde al 1, bastará con señalar la distancia de 0 a $\frac{1}{4}$ a partir del punto $\frac{3}{4}$.

Algunos alumnos probablemente recurrirán a tomar distancias con regla, otros podrían recurrir a dobleces de la recta, etc. Aunque las estrategias pueden ser diversas y por ello no será muy exacta la ubicación de los números, es importante que todos tengan claridad de cómo y por qué los ubicaron ahí.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Quién va adelante?

24. ¿Quién va adelante?

Intención didáctica

Que los alumnos reflexionen sobre la equivalencia y el orden entre expresiones fraccionarias y decimales.

Consigna

Organizados en equipos, resuelvan el siguiente problema:

En la feria de San Nicolás se lleva a cabo una carrera de 5 km. A los 20 minutos de comenzada la carrera, los participantes llevan el avance que se indica a continuación:

- Don Joaquín, campesino, ha recorrido $\frac{1}{3}$ del total de la carrera.
- Pedro, estudiante de bachillerato, tiene un avance de 0.8 del total del recorrido.
- Juana, ama de casa, ha avanzado $\frac{1}{4}$ del recorrido.
- Luisa, enfermera del Centro de Salud y atleta de corazón, ha recorrido $\frac{3}{4}$ de carrera.
- Mariano, alumno de primaria, lleva apenas 0.25 de avance.
- Don Manuel, ganadero, lleva $\frac{4}{5}$ de avance.
- Luis, alumno de sexto grado, lleva 4 km recorridos.

a) Representen las distancias recorridas por cada uno de los participantes en la carrera, en la siguiente recta numérica.

b) Contesten las siguientes preguntas:

1. ¿Quiénes de los participantes han recorrido mayor distancia?

2. ¿Quiénes han recorrido menos?

3. ¿Quién lleva más, el competidor que ha recorrido $\frac{4}{5}$ o el que ha recorrido 0.8?

   ¿Por qué?

4. ¿Un competidor puede llevar $\frac{6}{4}$ del recorrido? Explica tu respuesta.

5. ¿Qué significa que un corredor lleve $\frac{5}{5}$ del recorrido?

Consideraciones previas

La representación de fracciones y decimales en la recta numérica no es una tarea sencilla, sin embargo, una vez que los alumnos han comprendido cómo hacerlo, la recta numérica se convierte en un recurso eficaz para resolver problemas sobre el orden y la equivalencia de números.

Los alumnos pueden usar procedimientos diferentes al tratar de ubicar los números, pero tendrán que considerar el segmento de 5 km como unidad. Por ejemplo, quizá algunos alumnos decidan ubicar primero los kilómetros 1, 2, 3 y 4 para tomarlos como referencia. Después, para ubicar los lugares en los que van algunos competidores, se darán cuenta de que esas marcas facilitan la ubicación de algunos pero dificultan la de otros, como en el caso siguiente: Pedro, Don Manuel y Luis van en el kilómetro 4, pero para Don Joaquín $\frac{1}{3}$ de cinco kilómetros no es lo mismo que $\frac{1}{3}$ de un kilómetro.

Tal vez otros decidan hacer otra recta numérica y trasladar los valores. En este caso, habrá que verificar que las rectas representan la misma longitud. Si el docente nota que algún alumno usa la hoja rayada para dividir un segmento en partes iguales, conviene detener la actividad y pedir al alumno que comparta con el grupo lo que está haciendo. Las fracciones serán fácilmente ubicadas cuando esto se haya comprendido.

Es probable que los alumnos expresen como fracciones comunes los números decimales. De este modo, para ubicar en la recta numérica los casos de Mariano y Pedro, 0.8 se representará como $\frac{8}{10}$ o $\frac{4}{5}$ y 0.25 como $\frac{1}{4}$.
Es necesario subrayar que los números se pueden representar de diferentes maneras y que la recta numérica es un recurso para ordenarlos.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

25 ¿Dónde empieza?

Intención didáctica

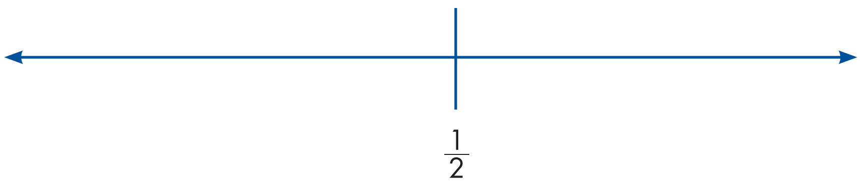
Que los alumnos analicen las convenciones que se utilizan para representar números en la recta numérica, cuando se da un solo punto.

Consigna

Formen parejas y ubiquen en las rectas numéricas los números que se indican.

a) 0
b) 2.5
c) 0.75

d) $1\frac{1}{2}$
e) $\frac{3}{4}$
f) 0



g) 0.5
h) 0.75
i) 2.25

Consideraciones previas

El desafío anterior obligaba a los alumnos a reflexionar acerca de la longitud de la unidad, pero ésta ya estaba determinada con base en los dos puntos dados. Ahora, al tener un solo número ubicado en la recta, la unidad de longitud no está definida, los alumnos tendrán que decidirla con base en los números que tengan que ubicar.

Seguramente, a pesar del trabajo anterior, los alumnos sigan creyendo que deben ubicar el cero donde empieza la recta, sin ver que la ubicación de éste dependerá de la longitud que le asignen al segmento que tomen como unidad.

En la primera recta, si ubican el cero donde inicia ésta, tendrán que conservar como unidad de longitud la distancia de 0 a 0.25 para ubicar los otros dos números y se darán cuenta de que les falta espacio para ubicar 2.5; aquí se esperaría que decidieran tomar como unidad de longitud (0 a 0.25), un segmento más pequeño que les permitiera ubicar los tres números solicitados.

Vámonos entendiendo...

La *unidad de longitud* se refiere a la distancia que hay entre dos números cualesquiera y que sirve como referencia para ubicar otros números en la recta numérica.

Si se considera conveniente, se podrían ubicar los números de la primera recta y que los alumnos pasaran a compartir con sus compañeros el razonamiento hecho al respecto.

Las conclusiones a las que se espera que lleguen los alumnos son:

- El cero puede ser ubicado en cualquier punto de la recta numérica.
- La unidad de longitud que sirve como referencia para ubicar números en la recta numérica, puede ser la distancia entre dos números cualesquiera.
- Si hay al menos dos números ubicados en la recta numérica, la unidad de longitud está definida. Si solo hay un número, o ninguno, es necesario definir la unidad de longitud para ubicar otros números.
- La recta es un buen apoyo para comparar números.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Aumenta y disminuye

26. Aumenta y disminuye

Intención didáctica

Que los alumnos encuentren la constante aditiva en sucesiones ascendentes y descendentes.

Consigna

Formen parejas para resolver estos problemas.

1. En cada renglón debe haber una sucesión que aumente de manera constante. Escriban los números que faltan.

Vámonos entendiendo...

Una constante, en matemáticas, es una cantidad que tiene un valor fijo, que no puede modificarse dentro de un cierto contexto. Entonces una constante aditiva es una cantidad fija que se suma o se resta a otra.

			331		333	

	912		932			

8 963				12 963		

	4 775					5 275

12 994			12 997			

	5 977				6 017	

2 En cada renglón debe haber una sucesión que disminuye de manera constante. Escriban los números que faltan.

		2640				2636

		17 263		17 063		

9 518				9 478		

15 110					10 110	

402						396

	19 024				18 984	

Consideraciones previas

Para resolver los problemas que se plantean, los alumnos tendrán que identificar que las constantes que determinan el aumento o decremento de cada sucesión numérica pueden ser 1, 10, 100 ó 1000. Se sabe que en muchas ocasiones pasar de una decena a otra, o de una centena a la siguiente, causa dificultad a los alumnos. Es por ello que en estos problemas se retomaron esos números para construir las sucesiones.

La resolución de algunas sucesiones puede resultar relativamente sencilla pues al adicionar o restar unos, dieces, cienes o miles, el número sólo cambia en una de sus cifras. En cambio en otras el conflicto es mayor, pues casi todas o todas las cifras se ven alteradas. Una estrategia que podría ser utilizada por los alumnos, sobre todo para resolver estas últimas, es calcular la diferencia entre dos términos de la sucesión, por ejemplo:

- 4 775… 5 275

  5 275 – 4 775 = 500

  500 es un múltiplo de 100, entonces la numeración aumenta de 100 en 100.

- 19 024… 18 984

  19 024 – 18 984 = 40

  40 es un múltiplo de 10, entonces, la numeración disminuye de 10 en 10.

Otras actividades que pueden enriquecer el estudio de este contenido son las siguientes:

a) El profesor inicia una sucesión (aumentando cantidades constantes que pueden o no ser potencias de 10), de manera oral y en cualquier número, por ejemplo, 257, 267, 277…, o bien, 463, 467, 470…, etcétera. La sucesión se interrumpe cuando algún alumno dice, antes que el profesor el número siguiente, lo cual indica que ha encontrado la constante que se agrega o disminuye.

b) El profesor inicia una sucesión en cualquier número y dice la constante que debe agregarse o restarse, esta sucesión debe ser continuada por los equipos, con la condición de que el que se equivoca se queda fuera del juego. Gana el equipo que permanece hasta el final.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

27. Por 10, por 100 y por 1000

Por 10, por 100 y por 1000

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen reglas prácticas para multiplicar rápidamente por 10, 100, 1000.

ANTES

Antes de iniciar las actividades asegúrese de que las parejas cuentan con calculadora para verificar sus resultados.

Consigna

Formen parejas para resolver los siguientes problemas:

1. Resuelvan lo más rápido posible sin hacer cálculos escritos:

8 x 10 =		10 x 10 =	
74 x 10 =		153 x 10 =	
1 546 x 10 =		1 740 x 10 =	

a) Verifiquen con calculadora si sus resultados son correctos.

b) ¿Qué relación encuentran entre los resultados y el primer factor de cada operación?

____

____

c) Escriban una conclusión relacionada con lo observado en sus resultados.

____

____

2. ¿Cuáles de estos números creen que podrían ser el resultado de una multiplicación por 100?

450 400 2 350 2 300 12 500 4 005 1 000

a) ¿Cuáles serían los números que se multiplicaron por 100?

b) Verifíquenlo con la calculadora.

c) Escriban una conclusión relacionada con lo observado en sus resultados

45 X		= 4 500	13 X		= 13 000
128 X		= 1 280	450 X		= 45 000
17 X		= 17 000	29 X		= 29 000
100 X		= 800	1 000 X		= 50 000
10 X		= 320	1 000 X		= 72 000

Verifiquen sus resultados con la calculadora.

Considerando los resultados observados en los problemas anteriores elaboren una regla que les sirva para resolver rápidamente multiplicaciones por 10, 100 o 1 000

Consideraciones previas

Seguramente los alumnos conocen los resultados de multiplicaciones como 8 x 10 o 10 x 10, y el principio de agregar un cero para obtener el resultado. Se espera que ellos identifiquen que pueden aplicar el mismo principio para prescindir del cálculo escrito y encontrar los resultados del resto de las multiplicaciones del primer problema. Lo interesante del problema es que ellos analicen esta estrategia y la expresen a manera de conclusión.

Para el segundo problema los alumnos tendrán que aplicar de forma inversa el principio estudiado en el problema anterior y adecuarlo para encontrar la relación que pudiera existir entre el número y la posición de los ceros de los resultados presentados y el 100. Se espera que ellos reconozcan que los números que fueron multiplicados por 100 son 4, 23, 125. En el caso del resultado 1 000, podría ser que la mayoría de los alumnos afirmen que éste es el resultado de multiplicar 10 x 100, lo cual sin duda es correcto; aunque también se podría presentar que alguno de los alumnos llegara a la conclusión de que 1 000 es el resultado de multiplicar 1 x 1000, y que lo supiera a partir del número de ceros de éste.

Con las expresiones del tercer problema se retoman los procesos anteriores, pues para completarlas los alumnos deben escribir el número o la potencia de 10 que originó cada resultado; el repertorio de multiplicaciones se amplía al integrar casos de multiplicaciones por 1000.

Un elemento común en los tres problemas es que los alumnos utilicen la calculadora para verificar sus resultados; esto con la intención de agilizar el proceso de comprobación y centrar su atención en las regularidades de los productos obtenidos.

Es importante considerar que las conclusiones obtenidas por los alumnos al término de cada problema, son fundamentales para la elaboración de la regla.

Una actividad que puede utilizarse para enriquecer lo estudiado en este apartado, es que los alumnos resuelvan cálculos complejos en los que se utilice la regla desarrollada, por ejemplo:

¿Por cuánto se tiene que multiplicar cada número para obtener el resultado de la columna de la derecha? Anótalo en la columna del centro.

	Multiplicación	Resultado
24		2 400
17		340
80		2 400
141		248 000
52		2 080
381		7 620

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

28. Desplazamientos

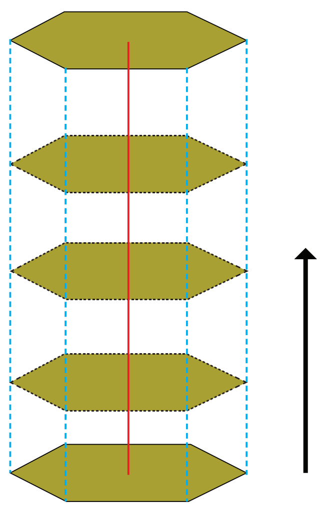
Intención didáctica

Que los alumnos definan a los prismas y a las pirámides, así como a sus alturas.

Consigna

En parejas, hagan lo que se pide en cada caso.

1. Al desplazar un hexágono sobre un eje vertical que pasa por su centro y unir los vértices correspondientes, se forma el siguiente cuerpo.



a) ¿Cuántas caras laterales tiene?

____

¿Qué forma tienen y cómo son entre sí?

____

b) ¿Cuántas bases tiene el cuerpo?

____

c) ¿Qué nombre recibe el cuerpo formado?

____

d) ¿Qué representa la longitud del desplazamiento del hexágono?

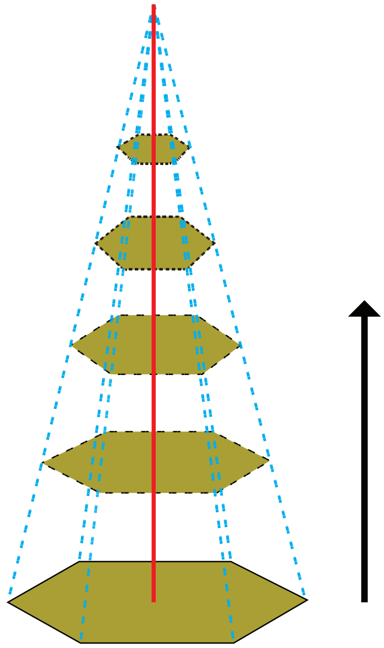
____

____

____

____

2. El siguiente cuerpo se forma al desplazar sobre un eje vertical un hexágono que se va reduciendo proporcionalmente en tamaño hasta convertirse en un punto.



a) ¿Cuántas caras laterales tiene?

____

¿Qué forma tienen las caras y cómo son entre sí?

____

b) ¿Cuántas bases tiene el cuerpo?

____

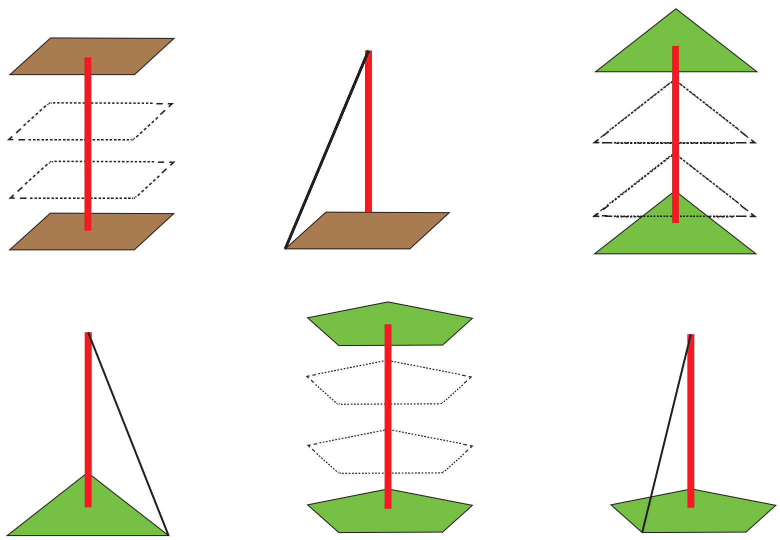
c) ¿Qué nombre recibe el cuerpo formado?

____

d) ¿Qué representa la longitud del eje de desplazamiento del hexágono?

____

3. Utilicen una regla o escuadra para terminar de dibujar las siguientes pirámides y prismas. Determinen su nombre completo de acuerdo con la forma de sus bases.



4. Escriban las características que diferencian a los prismas de las pirámides.

5. De acuerdo con lo anterior, definan lo siguiente:

a) Prisma:

b) Pirámide:

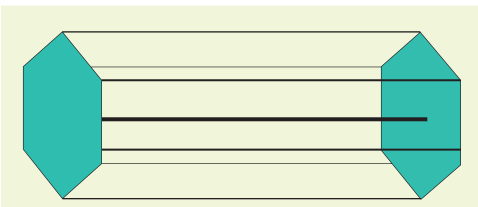
c) Altura de un prisma:

d) Altura de una pirámide

Consideraciones previas

La idea central de este Desafío es que los alumnos puedan distinguir prismas de pirámides y que elaboren la definición de ambos cuerpos. Una manera de diferenciarlos es pensar que se generan a partir de desplazamientos; en el caso de un prisma, se genera por el desplazamiento de un polígono sobre un eje vertical que pasa por su centro; mientras que las pirámides se generan al desplazar sobre un eje vertical un polígono que se va reduciendo proporcionalmente de tamaño hasta convertirse en un punto.

En caso necesario, se podría mostrar la generación de prismas por el desplazamiento de polígonos a partir de unir dos polígonos cualesquiera a través de hilos, ligas, palillos, etcétera, tal como se muestra enseguida:



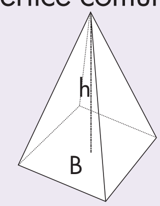
La intención de las preguntas que se hacen es que los alumnos identifiquen las características de los prismas y de las pirámides, estableciendo relaciones entre los diferentes elementos de los cuerpos; por ejemplo, que los alumnos deduzcan que el número de caras laterales coincide con el número de lados de la base.

Una característica importante para diferenciar los cuerpos analizados es que un prisma tiene dos bases iguales y sus caras laterales son rectángulos, mientras que las pirámides tienen solo una base y sus caras laterales son triángulos.

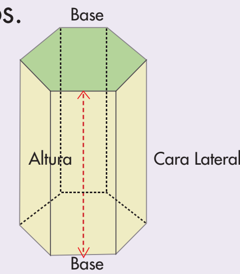
Vámonos entendiendo...

Pirámide y prisma son poliedros o cuerpos planos, son cuerpos geométricos.

En la pirámide una de sus caras es un polígono y se llama base de la pirámide, las demás caras son triángulos con un vértice común.



El prisma es un poliedro que tiene dos caras iguales y paralelas llamadas bases y unas caras laterales que son rectángulos.



En relación con la altura, en el caso de los prismas, ésta es la distancia que existe entre las bases; mientras que en una pirámide la altura es el segmento perpendicular a la base, que coincide con el vértice común a todas las caras laterales.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿En qué son diferentes?

29. ¿En qué son diferentes?

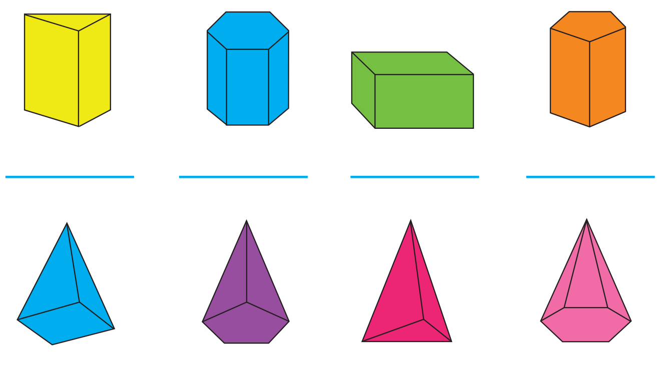
Intención didáctica

Que los alumnos analicen las características de los prismas y de las pirámides.

Consigna

Organizados en equipos, hagan lo que se pide a continuación:

1. Escriban sobre la línea el nombre de cada cuerpo geométrico.

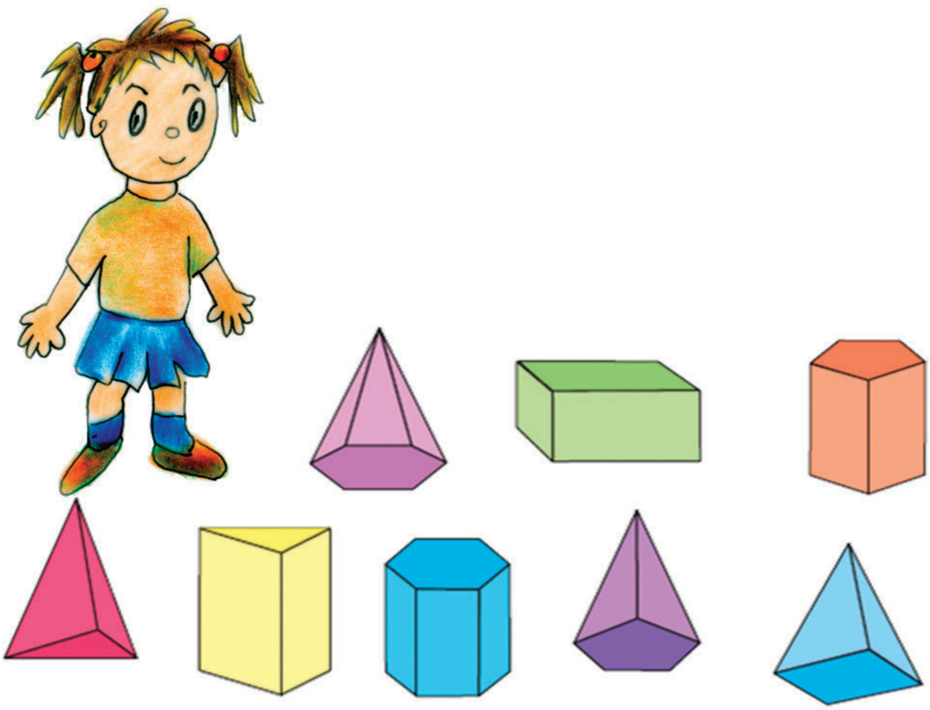


2. Anoten los datos que hacen falta en la siguiente tabla.

Cuerpo geométrico	Polígono de la base	Número de caras laterales	Aristas	Vértices
Prisma triangular				6
Pirámide cuadrangular			8	
Prisma ____________	Rectángulo			
Pirámide ____________		6		
Prisma hexagonal				
Pirámide____________	Pentágono			
Prisma ____________		5		
Pirámide____________			6	

3. Utilicen sí o no, según corresponda.

Características del cuerpo geométrico	Prisma	Pirámide
Tiene una base		
Tiene dos bases		
Las bases son polígonos		
Las bases son círculos		
Las caras laterales son triángulos		
Las caras laterales son rectángulos		



Consideraciones previas

Al determinar los nombres de los cuerpos es posible que los alumnos únicamente escriban prisma o pirámide; si así sucede, se les puede invitar a que identifiquen la diferencia entre todas las pirámides y entre todos los prismas, hasta concluir que la forma de la base es la que determina el nombre completo del cuerpo. Así tenemos prismas o pirámides triangulares, rectangulares, cuadrangulares, pentagonales, hexagonales, etcétera.

Una vez que los alumnos logren determinar el nombre de los prismas y las pirámides de acuerdo con la forma de su base, se debe centrar la reflexión en el reconocimiento de las caras laterales, así como del número de aristas y vértices.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

30. Tantos de cada cien

Intención didáctica

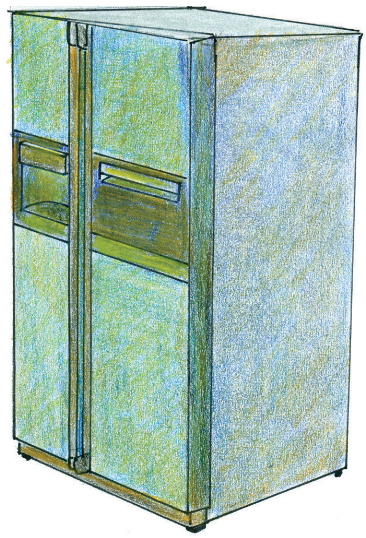
Que los alumnos resuelvan con distintos procedimientos, problemas en los que se tiene que calcular el porcentaje de una cantidad.

Consigna

Organizados en equipos resuelvan el siguiente problema.

En un almacén está la promoción de 25% de descuento en todos los artículos, aunque también hay que pagar el 15% de IVA.

¿Cuál es el precio final de un refrigerador con un precio de lista de $4 200.00?



Consideraciones previas

La finalidad de este desafío es que los alumnos calculen porcentajes menores que 100% por medio de diferentes formas. Para calcular el 25% de 4 200, es probable que los alumnos utilicen alguno de estos procedimientos:

- A partir de que el 10% es 420 y que el 5% es 210, el resultado de 420 + 420 + 210 representa el 25%.
- La mitad (2 100) es el 50% y la mitad de la mitad (1 050) es el 25%.
- Multiplicar por 25/100 o bien por 1/4.
- Si los alumnos multiplican por 0.25 para realizar el cálculo, se debe considerar este procedimiento como uno más y no como el único y obligatorio.

Es muy probable que para resolver el problema los estudiantes primero apliquen el descuento del 25% y después al resultado le incrementen el 15% de IVA. Una pregunta interesante para que los estudiantes reflexionen es la siguiente: si hay un descuento de 25% y un aumento de 15%, ¿no se obtiene directamente el precio del refrigerador al descontar únicamente el 10%? También valdría la pena que pensaran si el orden del descuento y del incremento afecta el precio final.

Por último, se sugiere advertir que, en general, el precio de un artículo con un descuento del 25% se puede obtener directamente al calcular el 75%, en lugar de calcular el 25% y luego hacer la resta.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Ofertas y descuentos

31. Ofertas y descuentos

Intención didáctica

Que los alumnos encuentren formas de calcular el porcentaje que representa una cantidad respecto de otra cantidad.

Consigna

Organizados en equipos resuelvan los siguientes problemas.

1. Pepe logró ahorrar $500.00 y con ese dinero decidió comprar un reloj que costaba $450.00; al pagarlo, se enteró que tenía un descuento. ¿Qué tanto por ciento le descontaron, si al salir de la tienda aún tenía $140.00 de sus ahorros?

2. En la tienda donde Pepe compró su reloj había otros artículos con descuento, pero la etiqueta sólo indica el precio de lista y el precio rebajado. Encuentra los porcentajes de descuento y regístralos en la tabla.

Artículo		Descuento
	De $300.00 a $120.00	**60%**
	De $70.00 a $45.50	
	De $220.00 a $110.00	
	De $145.00 a $123.25	

Consideraciones previas

Ahora se trata de calcular qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra. Para resolver el primer problema hay que averiguar qué tanto por ciento representa $90.00 (descuento) respecto de $450.00 (precio de lista). El problema incluye un dato que pudiera confundir a los alumnos: el dinero ahorrado. Por tanto, es necesario que el texto se interprete adecuadamente. Algunas posibles confusiones son las siguientes:

- Que para obtener el precio del reloj, con descuento, resten 140 de 450 y no de 500, como debe ser.
- El problema pide el tanto por ciento de descuento, es decir el tanto por ciento que representa $90.00 respecto de $450.00. Es muy probable que los estudiantes calculen el tanto por ciento que representa el precio final ($360.00) respecto del precio de lista ($450.00) y den como respuesta este resultado.

Los porcentajes son de uso común, por tanto, se sugiere solicitar a los alumnos que investiguen algunas aplicaciones y que inventen algunos problemas para proponerlos a todo el grupo.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

32. El IVA

Intención didáctica

Que los alumnos busquen maneras para calcular porcentajes mayores que 100%.

Consigna

Organizados en equipos resuelvan los siguientes problemas. Pueden auxiliarse con su calculadora.

1. El precio de una refacción es de $240.00. A esta cantidad se debe agregar el 16% de IVA.

   ¿Cuál es el precio de la refacción con IVA?

Vámonos entendiendo...

El IVA o Impuesto al Valor Agregado, es un impuesto o cobro que se hace a una persona cuando compra algún producto o servicio, por ejemplo, al adquirir un reloj, se paga el IVA.

2. Otra refacción cuesta $415.28, con el IVA incluido. ¿Cuál es el precio de la refacción sin el IVA?

Consideraciones previas

Para resolver el primer problema, es muy probable que los alumnos calculen primero el 16% de $240.00 y el resultado lo sumen a los $240.00; esto es correcto, sin embargo, conviene preguntarles: ¿Habrá alguna manera de resolver el problema con una sola cuenta? Se trata de llevarlos a pensar que lo que se quiere calcular es el 116% de $240.00, es decir, al 100% agregarle un 16%.

La pregunta entonces es, ¿cómo se puede calcular el 116% de 240? Una manera es multiplicar por 116/100, es decir, multiplicar por 116 y dividir entre 100, con lo que se obtiene 278.4 pesos. Otra manera consiste en multiplicar por 1.16, ya que multiplicar por 1 equivale a calcular el 100%, por tanto 1.16 equivale a calcular el 116%. Es necesario analizar ambas formas durante la puesta en común.

El segundo problema lleva a pensar que 415.28 es el 116% y con esta base hay que calcular el 100%. Una posibilidad es dividir 415.28 en 116 partes y el resultado (una parte) multiplicarlo por 100.

Con la finalidad de practicar el cálculo de porcentajes mayores al 100%, se puede solicitar a los estudiantes que investiguen los precios de hace 5 o 10 años de productos de uso común y que calculen el tanto por ciento que han aumentado hasta la fecha.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Alimento nutritivo

33. Alimento nutritivo

Intención didáctica

Que los alumnos interpreten y usen información explícita e implícita de un anuncio publicitario.

Consigna

Reúnete con un compañero para resolver los siguientes problemas.

1. Enseguida se muestran dos tablas que corresponden a dos tipos diferentes de leche. Lean la información que presentan y respondan las preguntas.

Contenido nutrimental de la leche "Alfa" fortificada	
Consumo diario recomendado: 400 ml	
Nutrimento	Contenido en 1 l de leche
Energía (kcal)	592
Proteína (g)	31.2
Grasa total (g)	31.2
Hidratos de carbono (g)	46.8
Sodio (mg)	445
Hierro (mg)	13.2
Zinc (mg)	13.2
Vitamina A (mg)	540
Vitamina D (mg)	4.5
Vitamina C (mg)	120
Vitamina B12 (mg)	1.1
Ácido fólico (mg)	80.4
Vitamina B2 (mg)	1.3

Contenido nutrimental de la leche "Alfa" sin fortificar	
Consumo diario recomendado: 400 ml	
Nutrimento	Contenido en 1 l de leche
Energía (kcal)	592
Proteína (g)	31.2
Grasa total (g)	31.2
Hidratos de carbono (g)	46.8
Sodio (mg)	445
Hierro (mg)	0.4
Zinc (mg)	4
Vitamina A (mg)	540
Vitamina D (mg)	4.5
Vitamina C (mg)	17
Vitamina B12 (mg)	1.1
Ácido fólico (mg)	60
Vitamina B2 (mg)	1.3

a) El ácido fólico ayuda a la buena formación de las células sanguíneas. ¿Qué tipo de leche conviene más que tome una madre embarazada, fortificada o sin fortificar?

¿Por qué?

b) ¿Cuánta energía proporciona un vaso de leche de 250 ml?

c) ¿Cuál es la cantidad de leche que se recomienda tomar diariamente?

d) La vitamina C ayuda al sistema inmunológico. ¿Qué tipo de leche se recomendaría más para ayudar en el tratamiento de enfermedades infecciosas?

e) ¿Qué significa que la leche esté fortificada?

2. Con base en la siguiente información, contesten las preguntas.

Composición nutricional comparativa del arroz

Composición	Integral	Refinado
Kcal	350	354
Grasa (g)	2.2	0.9
Proteína (g)	7.25	6.67
Hidratos de carbono (g)	74.1	81.6
Índice glicémico	50	70
Fibra (g)	2.22	1.4
Potasio (mg)	238	109
Sodio (mg)	10	3.9
Fósforo (mg)	310	150
Calcio (mg)	21	14
Magnesio (mg)	110	31
Hierro (mg)	1.7	0.8
Zinc (mg)	1.6	1.5
Selenio (mg)	10	7
Yodo (µg)	2.2	14
Vitamina B1 (mg)	0.41	0.05
Vitamina B2 (mg)	0.09	0.04
Vitamina B3 (mg)	6.6	4.87
Vitamina B6 (mg)	0.275	0.2
Ácido fólico (µg)	49	20
Vitamina E (µg)	0.74	0.076

Fuente: www.vida-sana.es

a) ¿Qué tipo de arroz aporta más vitamina B1?

b) ¿Qué arroz proporciona mayor cantidad de yodo al organismo?

c) ¿Qué tipo de arroz aporta una mayor cantidad de fibra?

d) El complejo B (formado por las vitaminas B) ayuda al mejor funcionamiento del sistema nervioso. ¿Cuántos miligramos de este complejo aporta el arroz refinado?

e) La deficiencia de potasio en el organismo puede causar debilidad muscular. El cuerpo de una persona mayor de 10 años requiere una cantidad aproximada de 2000 mg al día[1]. ¿Qué tipo de arroz sería preferible que consumiera una persona con ese problema? Explica tu respuesta.

f) ¿Qué tipo de arroz es preferible comer? Explica tu respuesta.

Consideraciones previas

Muchas de las preguntas que se plantean en este Desafío se pueden contestar directamente con la información que hay en las tablas, sólo es necesario que los alumnos lean con cuidado para que no confundan los datos que se dan.

En otras preguntas, además de leer con cuidado es necesario hacer operaciones, por ejemplo, en la pregunta 1b, hay que calcular la cuarta parte de 592 kilocalorías, puesto que esta cantidad corresponde a un litro de leche y se pregunta para 250 ml, que es la cuarta parte de un litro.

Hay otras preguntas que requieren una mirada general de las tablas, por ejemplo, cuando se pregunta qué significa que la leche esté fortificada, deberán apreciar las diferencias en las cantidades de algunas sustancias. También se les puede dejar como tarea que investiguen acerca de los efectos que puede tener en el organismo el consumo constante o abundante de los ingredientes con que elaboran los refrescos o sodas y presenten al grupo sus conclusiones.

Ingredientes de un refresco (soda)
Agua carbonatada
Ácido cítrico
Bensonato de sodio
Acesulfame k
Color artificial

1 Información: www.botanical-online.com.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

34. Nuestro país

Intención didáctica

Que los alumnos interpreten información contenida en tablas o gráficas para responder preguntas.

Consigna

Reúnete con un compañero para contestar las preguntas que se plantean en cada problema.

1. La siguiente tabla muestra los quince países más grandes del mundo.

Extensión territorial de varios países

País	Superficie total (km²)
Federación Rusa	17 075 200
Canadá	9 984 670
Estados Unidos de América	9 631 420
China	9 596 960
Brasil	8 511 965
Australia	7 686 850
India	3 287 590
Argentina	2 766 890
Kazajstán	2 717 300
Sudán	2 505 810
Argelia	2 381 740
República Democrática del Congo	2 344 858
Arabia Saudita	2 149 690
México	**1 964 375**
Indonesia	1 910 931

FUENTE: INEGI. Anuario Estadístico de los Estados Unidos Mexicanos 2010.

a) ¿Cuál es la extensión del territorio nacional?

b) ¿Cuál fue el criterio para organizar los datos de la tabla?

c) ¿Qué lugar ocupa México por la extensión de su territorio?

d) ¿Cuál es el país más grande del mundo?

e) ¿Cuántos y cuáles países de América se encuentran entre los más grandes del mundo?

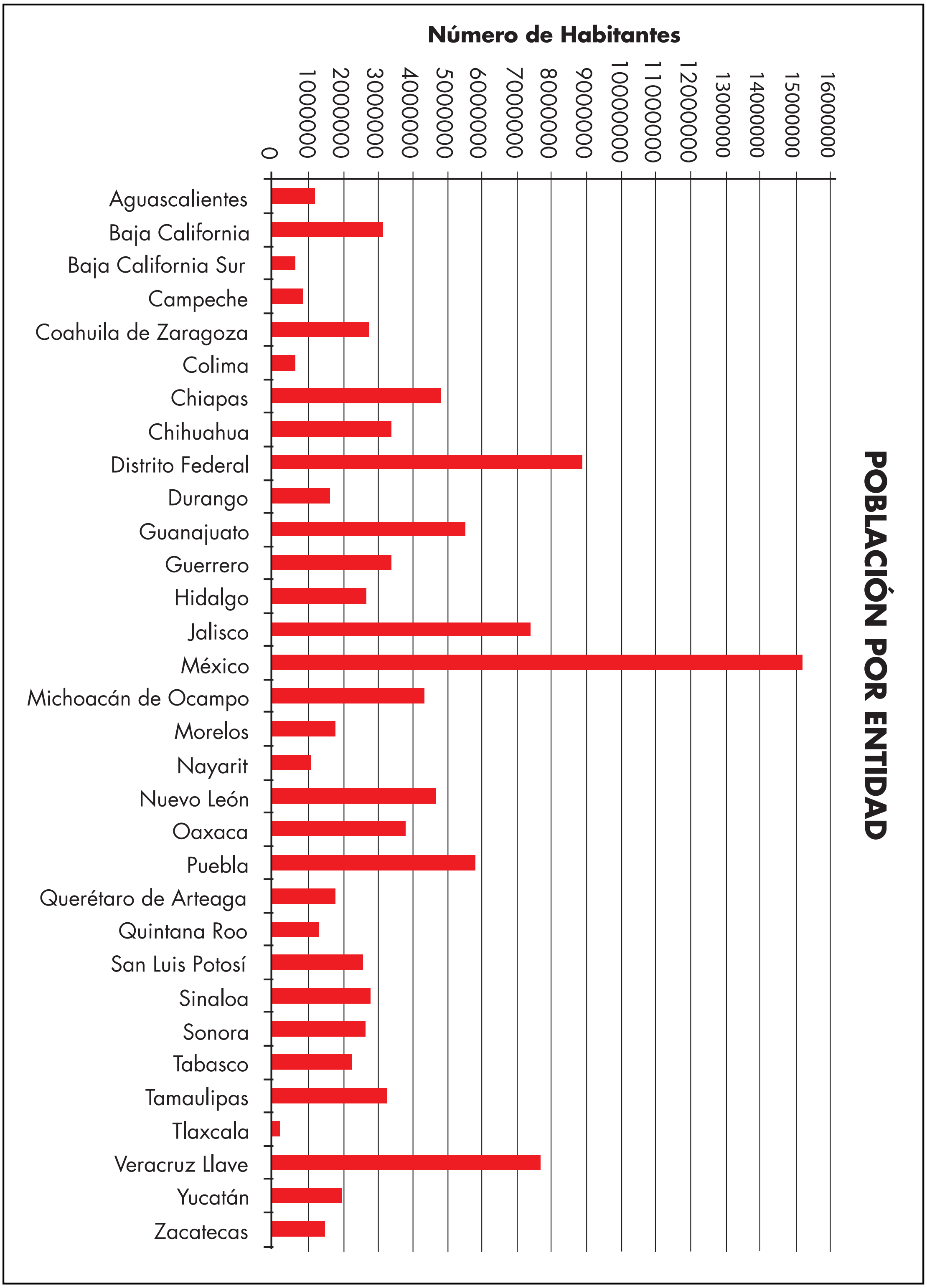
f) ¿Qué lugar ocupa México entre los países de América con base en su extensión territorial?

g) Muchas veces se dice que México tiene una superficie de 2 000 000 km^2. ¿Por qué creen que se diga eso?

2. Contesten las preguntas con base en la información que hay en la tabla y en la gráfica.

Entidad Federativa	Capital	km²
Aguascalientes	Aguascalientes	5 589
Baja California	Mexicali	70 113
Baja California Sur	La Paz	73 677
Campeche	Campeche	51 833
Coahuila de Zaragoza	Saltillo	151 571
Colima	Colima	5 455
Chiapas	Tuxtla Gutiérrez	73 887
Chihuahua	Chihuahua	247 087
Distrito federal	Ciudad de México	1 499
Durango	Victoria de Durango	73 677
Guanajuato	Guanajuato	30 589
Guerrero	Chilpancingo de Bravo	63 794
Hidalgo	Pachuca de Soto	20 987
Jalisco	Guadalajara	80 137
México	Toluca de Lerdo	21 461
Michoacán de Ocampo	Morelia	59 864
Morelos	Cuernavaca	4 941
Nayarit	Tepic	27 621
Nuevo León	Monterrey	64 555
Oaxaca	Oaxaca de Juárez	95 364
Puebla	Heroica Puebla de Zaragoza	33 919
Querétaro de Arteaga	Santiago de Querétaro	11 769
Quintana Roo	Chetumal	50 350
San Luis Potosí	San Luis Potosí	62 848
Sinaloa	Culiacán Rosales	58 092
Sonora	Hermosillo	184 934
Tabasco	Villahermosa	24 661
Tamaulipas	Ciudad Victoria	79 829
Tlaxcala	Tlaxcala de Xicoténcatl	3 914
Veracruz Llave	Xalapa de Enríquez	72 815
Yucatán	Mérida	39 340
Zacatecas	Zacatecas	75 040

Fuente: Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI). Censo 2010.



Fuente: Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI). Censo 2010

a) ¿Cuál es la entidad federativa con mayor extensión territorial?

b) ¿Cuál es la entidad más pequeña?

c) La entidad en que viven, ¿qué lugar ocupa de acuerdo con el tamaño de su territorio?

d) Den el nombre de los tres estados más grandes de la República Mexicana.

e) ¿Qué entidades tienen menos de 10 000 km^2?

f) ¿Qué entidad tiene mayor población?

g) ¿Cuál es la entidad con menor número de habitantes?

h) Identifiquen su entidad y digan qué lugar ocupa con respecto al número de habitantes.

i) ¿Qué entidad tiene menos de un millón de habitantes?

j) ¿Consideran que el número de habitantes es proporcional a la extensión territorial de las entidades? Expliquen su respuesta.

Consideraciones previas

La información estadística aparece en diferentes medios de comunicación: televisión, periódicos, revistas, etc., y se nos presenta de diversas formas, generalmente aparece expresada en tablas, otras veces en gráficas o en una combinación de ambas.

Es importante desarrollar en los alumnos la habilidad para leer esta información y sacar conclusiones. Las preguntas que aquí se plantean tienen esta finalidad, así que será importante ayudar a los alumnos en el análisis de las respuestas y argumentos que formulen. Por ejemplo, en la última pregunta que aquí se plantea, no se pide que den una respuesta numérica, sino que analicen que no necesariamente a mayor extensión territorial le corresponde mayor población y mucho menos que haya una relación de proporcionalidad entre ambos conjuntos de cantidades.

Con respecto a las preguntas relacionadas con la extensión territorial de las entidades federativas, pueden responderse sin que haya necesidad de ordenarlas por la cantidad de kilómetros cuadrados que mida. Sin embargo, si algún alumno recurre a este procedimiento para identificar en qué lugar se ubica su entidad, será importante contrastarlo con otro que haya recurrido a una estrategia más rápida como numerar las entidades de acuerdo con su extensión o alguna otra.

En este caso, además de analizar la información que se presenta, los alumnos podrán reflexionar acerca de la distribución de la población en el territorio nacional, entre otros aspectos.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Quién es el más alto?

35. ¿Quién es el más alto?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que implican comparar fracciones y decimales.

Consigna

Organizados en equipo analicen la siguiente situación y contesten lo que se pide.

A los alumnos de un grupo de sexto grado se les solicitó la medida de su estatura. Los únicos que la sabían la registraron de la siguiente manera: Daniel, 1.4 m; Alicia, un metro con 30 cm; Fernando 1 1/4 m; Mauricio, 1.50 m; Pedro, metro y medio; Sofía 1 1/5 m y Teresa dijo que medía más o menos 1.50 m.

a) ¿Quién es el más bajo de estatura?

____

b) ¿Hay alumnos que miden lo mismo?

____

¿Quiénes?

____

____

c) Teresa no sabe exactamente su estatura, pero al compararse con sus compañeros se da cuenta de que es más alta que Daniel y más baja que Pedro. ¿Cuánto creen que mide?

____

Consideraciones previas

Anteriormente se han comparado fracciones y decimales de manera separada; ahora se trata de comparar, además de decimales con decimales y de fracciones con fracciones, decimales con fracciones.

Una forma de comparar decimales con fracciones es convertir las fracciones en decimales y comparar las dos escrituras en notación decimal; si los estudiantes no reconocen estas equivalencias usuales: $\frac{1}{4} = 0.25$ y $\frac{1}{5} = 0.20$ (dado que más adelante se estudia la conversión de decimales y fracciones, y viceversa), la comparación puede realizarse si se ubican los números en una recta numérica.

Para obtener la estatura de Teresa, los estudiantes tienen que buscar un número mayor que 1.4 y menor que 1.5; ejercicios semejantes se han trabajado y se trabajarán en el siguiente desafío donde se analiza la propiedad de densidad de los decimales. La respuesta de la pregunta c) puede ser 1.41, 1.42, o 1.43 cm, hasta 1.49 cm.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

36. ¿Cuál es el sucesor?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen algunas diferencias entre el orden de los decimales y el orden de los números naturales, a partir de la propiedad de densidad.

Consigna

Organizados en pareja, realicen las siguientes actividades:

1. Representen en una recta numérica cada pareja de números naturales e identifiquen entre ellos un tercer número natural.

a) 6 y 8

b) 4 y 5

2. Representen en una recta numérica cada pareja de números decimales e identifiquen entre ellos un tercer número decimal.

a) 1.2 y 1.3

b) 1.23 y 1.24

3. Con base en las actividades anteriores, respondan las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es el sucesor de 6?

b ¿Todos los números naturales tienen un sucesor?

¿Por qué?

c) ¿Cuál es el sucesor de 1.2?

d) ¿Todos los números decimales tienen un sucesor?

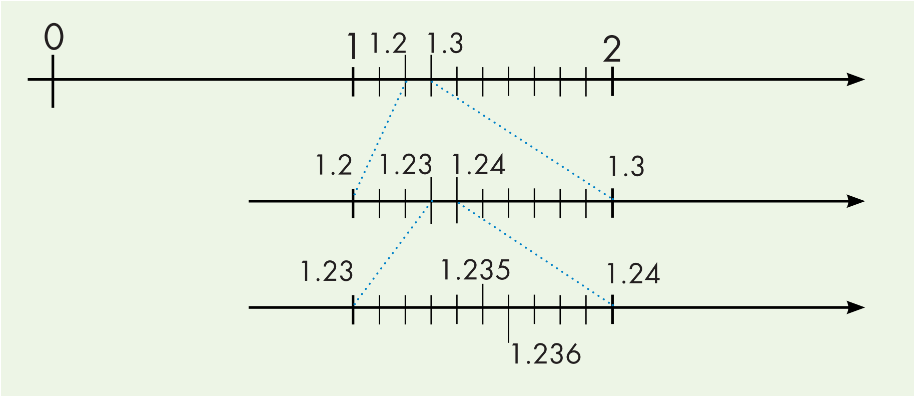
¿Por qué?

Consideraciones previas

Las actividades de este desafío están diseñadas para que los estudiantes verifiquen que entre dos números decimales siempre es posible identificar otro número decimal, característica que no poseen los números naturales, ya que entre 4 y 5 no hay otro número natural. Es posible que los alumnos piensen que los números decimales de cada pareja son consecutivos y, por tanto, les cueste trabajo imaginarse que entre ellos haya otro número decimal. Ante esto, se les puede pedir que amplíen los segmentos de recta que los separa y que los subdividan en 10 partes iguales; se les puede preguntar lo siguiente: ¿cada división representa otro número decimal?, ¿cuál?

Vámonos entendiendo...

La propiedad de densidad de los números decimales se refiere a que entre cualquier par de números decimales siempre es posible identificar otro número decimal. Por ejemplo, entre 0.1 y 0.2 están 0.11, 0.12,…, 0.15, etc.



La finalidad de ubicar un natural entre dos naturales consecutivos y un decimal entre dos decimales es que los estudiantes reflexionen sobre las diferencias en el orden de los naturales y en el orden de los números decimales; algunos aspectos que se sugiere discutir son los siguientes:

- Todos los naturales tienen un sucesor.
- Todos los naturales tienen un antecesor, a excepción del 1, si consideramos a los naturales como 1, 2, 3, …
- Entre dos naturales consecutivos no es posible colocar otro número natural.
- Los números decimales no tienen sucesor ni antecesor, por tanto, entre dos de ellos siempre es posible encontrar otro.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Identifícalos fácilmente

37. Identifícalos fácilmente

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen las características de los múltiplos de algunos números mediante el análisis de la tabla pitagórica y concluyan cómo se obtiene un múltiplo de cualquier número.

Consigna 1

Organizados en equipos, analicen el siguiente cuadro de multiplicaciones, completen los espacios en blanco y respondan lo que se pide.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4		6	7	8		10
2	2	4		8	10	12		16	18	20
3	3		9		15	18	21		27	30
4			12	16	20		28	32	36	40
5	5	10		20		30			45	
6	6		18		30	36	42	48		60
7		14	21	28		42	49		63	70
8	8	16		32	40	48		64	72	80
9		18	27	36	45		63		81	
10	10		30		50	60		80		100

a) Escriban cómo encontraron los números que faltaban en la tabla y comenten si de esa forma podrían encontrar más números para cada una de las filas o columnas.

____

b) ¿Qué característica tienen en común todos los números de la fila o columna del 2?

____

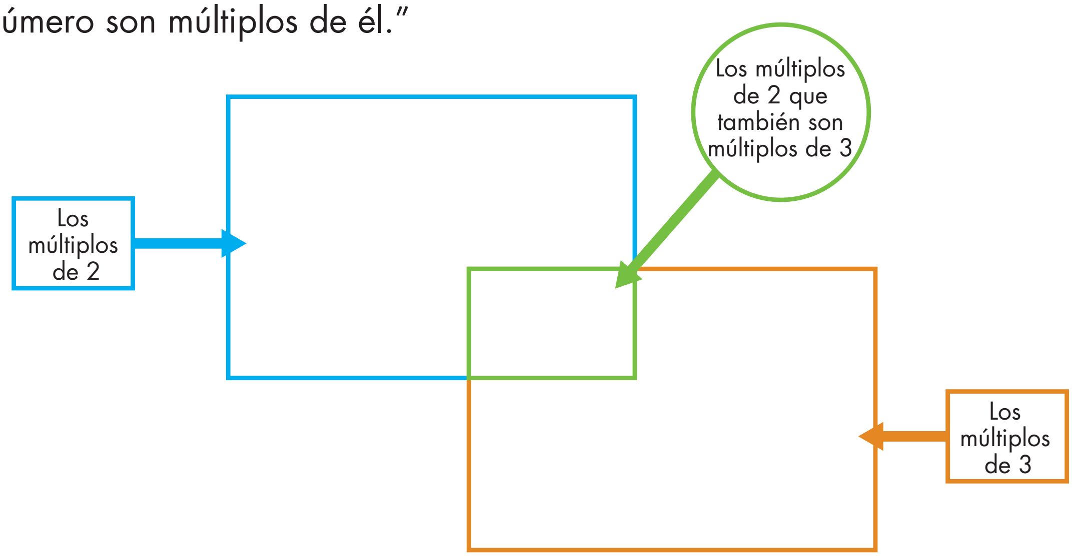
c) ¿Con qué cifras terminan los números de la fila o columna del 5?

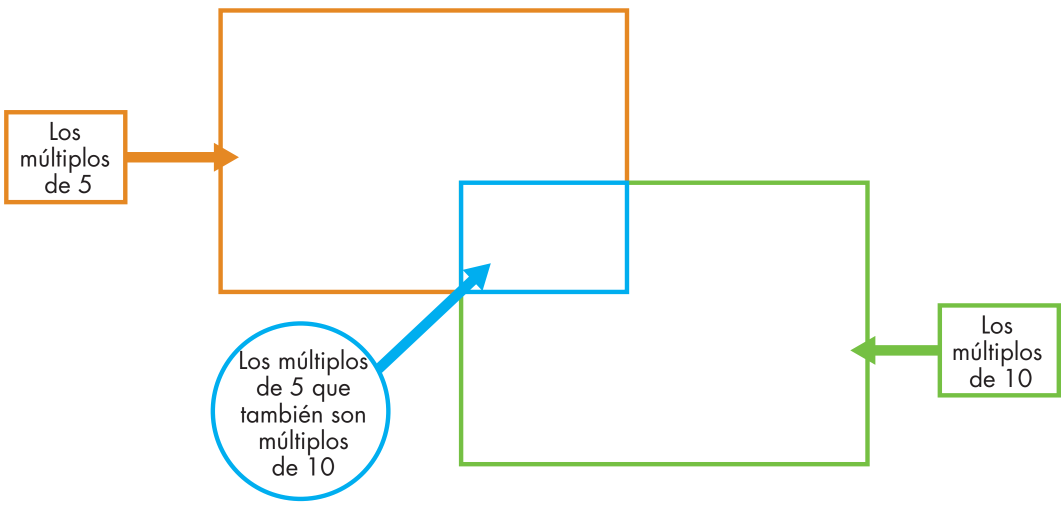
d) ¿Qué tienen en común los números de la fila del 10?

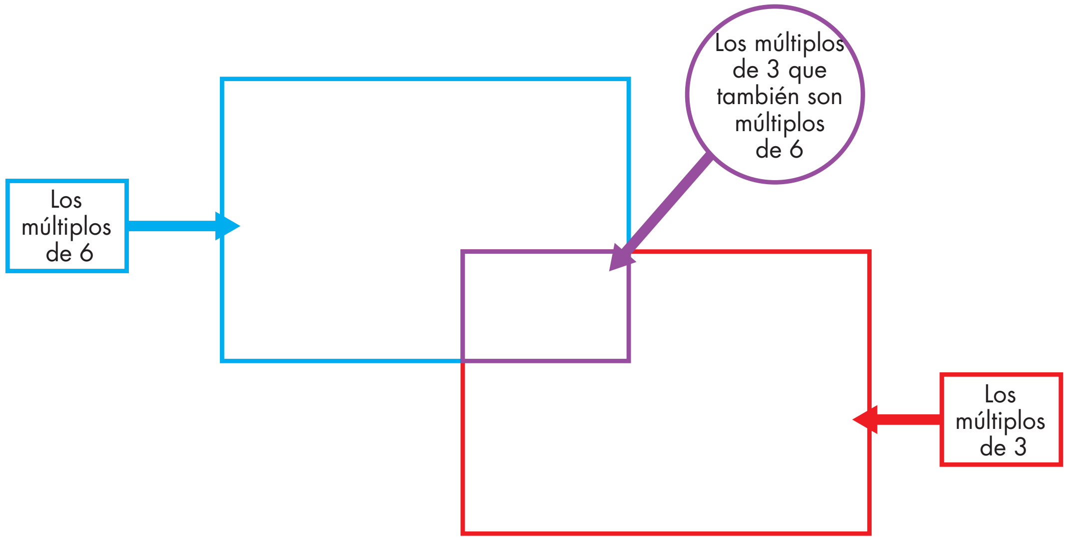
Consigna 2

En equipo, completen los esquemas con los números de la tabla anterior.

“Todos los números que aparecen como resultado en la tabla de cualquier número son múltiplos de él.”







Consideraciones previas

Es importante concluir, al término de la puesta en común, que para completar la tabla de manera directa se obtiene el producto correspondiente sin que se tenga que repetir la serie completa. También es conveniente interpretar la tabla como el registro de los 10 primeros múltiplos de los números que van del 1 al 10.

A través del análisis de estos 10 primeros múltiplos los alumnos identificarán las características de algunos de ellos. Por ejemplo:

- Los múltiplos de 2 terminan en 0 o cifra par.
- Los múltiplos de 5 terminan en 0 o 5.
- Los múltiplos de 10 terminan en 0.
- Los múltiplos de 10 también son múltiplos de 5.
- Los múltiplos de 6 también son múltiplos de 2 y de 3, ya que 6 es múltiplo de ambos.

Algunas preguntas que se les pueden plantear a los alumnos al término de la actividad con el fin de profundizar en el tema son las siguientes:

- ¿Todos los números naturales son múltiplos de 1?

Vámonos entendiendo...

La tabla pitagórica fue creada por Pitágoras de Samos y recoge las tablas de multiplicar creadas por él.

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

En primer lugar, debemos recordar que una multiplicación es una suma abreviada, es la trascripción de una suma en la que se repite el mismo sumando un determinado número de veces. Así, si tenemos que sumar 5 + 5 + 5 + 5 lo que hacemos es sumar la cantidad 5 en cuatro ocasiones, (4 veces 5) lo que traducido a lenguaje aritmético sería 4 x 5.

- ¿Qué característica común tienen los múltiplos de 6 y 9?
- ¿El 0 es múltiplo de todos los números naturales?
- ¿Es infinita la serie de los múltiplos de un número cualquiera?

Al responder a estas preguntas, se les pedirá que la argumenten.

Al término de estas actividades deberán concluir en que el múltiplo de un número cualquiera se obtiene multiplicándolo por un número natural.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

38. ¿De cuánto en cuánto?

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan el recurso de la división para determinar si un número es o no múltiplo de otro y se aproximen al concepto de divisor de un número natural.

Consigna 1

Organizados en pareja escriban lo que se indica:

a) Escriban cinco múltiplos de 10 mayores que 100:

____

b) Escriban cinco múltiplos de 2 mayores que 20:

____

c) Escriban cinco múltiplos de 5 mayores que 50:

____

d) Escriban cinco múltiplos de 3 mayores que 30:

____

Contesten las siguientes preguntas:

a) ¿El número 48 es múltiplo de 3?

____

¿Por qué?

____

____

b) ¿El número 75 es múltiplo de 5?

¿Por qué?

¿Y el 84?

¿Por qué?

c) ¿El número 850 es múltiplo de 10?

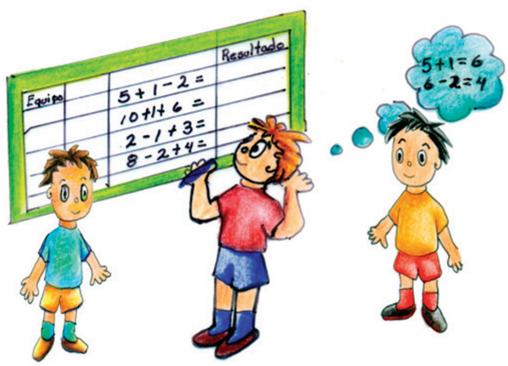
¿Por qué?

¿Y de 5?

¿Por qué?

d) ¿El número 204 es múltiplo de 6?

¿Por qué?



Consigna 2

Con tu mismo compañero, comenten y contesten lo que se indica:
Carmen y Paco juegan en un tablero numerado de 1 en 1, que empieza en el 1 y acaba en el 100; ella utiliza una ficha verde que representa un caballo que salta de 4 en 4 y él una ficha azul que representa un caballo que salta de 3 en 3.

a) ¿Puede haber una trampa entre el 20 y el 25 de manera que alguno de los dos caballos caiga en ella?

Argumenten su respuesta:

b) ¿Habrá alguna casilla entre el 10 y el 20 donde puedan caer los dos?

Argumenten su respuesta.

c) ¿En qué casillas caerán los dos?

Consideraciones previas

Con el trabajo del Desafío anterior los alumnos descubrieron algunas características de los múltiplos de los primeros 10 números naturales, así que ahora tendrán que poner en juego algunos de los razonamientos hechos antes y seguramente no tendrán dificultad en resolver la primera parte de la consigna 1.

En la segunda parte de esta misma consigna, se pide que digan si un número puede o no ser múltiplo de otro para lo cual seguramente recurrirán a ver si existe un número que multiplicado por el primero dé como resultado el segundo número. Esto es: ¿hay un número natural que multiplicado por 5 de 75? O bien, _____ x 5 = 75.

Vámonos entendiendo...

Divisor

1° Es la cantidad por la cual ha de fraccionarse algo. Por ejemplo: *Si dividimos veinticinco entre cinco, cinco es el divisor.*

2° Es el número que divide de manera exacta a otro. Por ejemplo: *Tres es divisor de nueve.*

Es posible y deseable que este razonamiento los lleve a establecer la división como estrategia para encontrar la respuesta:

_____ x 5 = 75 ==> 75 ÷ 5 = _____

Pues se darán cuenta que el 5 divide exactamente a 75 (esto es que al hacer la división el residuo es cero). Esta idea es muy importante para el concepto de divisor.

Es sumamente importante que todos los alumnos analicen y comprendan las estrategias diferentes que hayan surgido en el grupo para dar respuesta a los ejercicios, así que debe darse el tiempo necesario para este análisis.

Si se considera necesario, se puede realizar una actividad como la siguiente:

Forma pareja con otro compañero y hagan lo que se indica:

Coloquen los números que están en la parte de abajo de cada recuadro, de tal modo que las afirmaciones sean verdaderas.

______ es múltiplo de ______ porque ______ x ______ = ______

o también, ______ ÷ ______ = ______

4 28 7

______ x ______ = ______, por lo tanto ______ es múltiplo de ______

o también, ______ ÷ ______ = ______

6 54 9

______ es múltiplo de ______ porque ______ x ______ = ______

o también, ______ ÷ ______ = ______

3 17 51

______ x ______ = ______, entonces ______ es múltiplo de ______

y de ______ o también ______ ÷ ______= ______

96 12 8

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

39. La pulga y las trampas

La pulga y las trampas

Intención didáctica

Que los alumnos usen las nociones de múltiplo y de divisor a fin de hallar la estrategia ganadora.

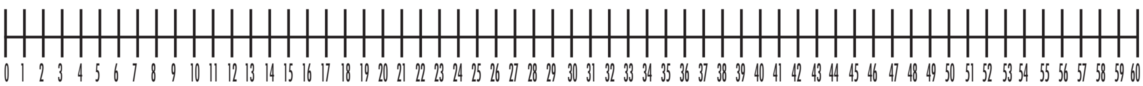
ANTES

Antes de iniciar el desafío asegúrese que los equipos cuenten con el siguiente material:

- Una tira numérica marcada del 0 al 60. Pida a los alumnos unir las tiras del material recortable
- 20 fichas
- Tres piedras pequeñas

Consigna

Organízate con cuatro compañeros más para jugar a "La pulga y las trampas".



Instrucciones:

1. Nombren a un cazador. El cazador colocará las tres piedras en los números que prefiera, los cuales representarán las trampas.
2. Cada uno de los otros alumnos toma una ficha que será la pulga.
3. Cada alumno elige cómo va a saltar su pulga (la ficha). Puede saltar de 2 en 2, de 3 en 3 o, incluso, de 9 en 9.
4. Una vez que se haya elegido cómo va a saltar la pulga, por turnos se empiezan a hacer los saltos diciendo en voz alta los números por los que pasa su pulga.
5. Si al hacer los saltos cae en una de las trampas, le entregará su ficha al cazador. Si no cae en ninguna trampa, se queda con su ficha.

6. Cuando todos hayan pasado, corresponde el turno a otro niño representar al cazador y se repite el proceso anterior.
7. El juego termina cuando ya no hay más fichas.
8. Gana el juego el alumno que al final se haya quedado con más fichas.

Consideraciones previas

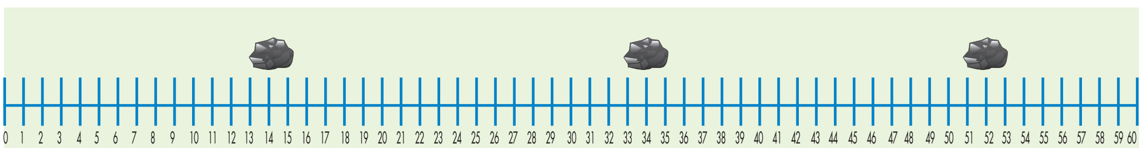
Se puede encargar a los alumnos que elaboren la tira numérica de tarea o, si se desea, que se pinte con un gis en el piso del patio de la escuela. Si se hace de cartoncillo, se sujetará en el piso con cinta adhesiva para evitar que se mueva o enrolle. Las fichas pueden ser frijoles, botones, habas, etc.; conviene hacer equipos de 4 o 5 alumnos.

Para asegurarse de que los niños hayan entendido las reglas del juego, el maestro puede mostrar el siguiente ejemplo.

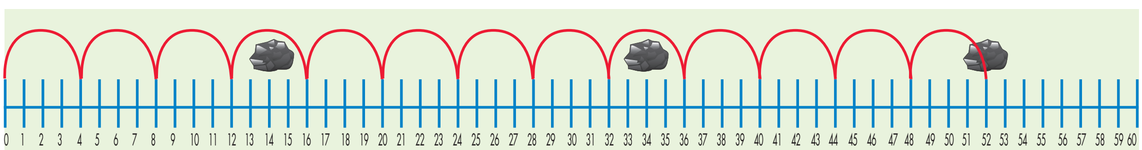
Vámonos entendiendo...

Los múltiplos de un número natural son los números naturales que resultan de multiplicar ese número por otros números naturales. Decimos que un número es múltiplo de otro si lo contiene un número entero de veces.

Supongamos que el cazador decide colocar las piedras en los números 14, 34 y 52.

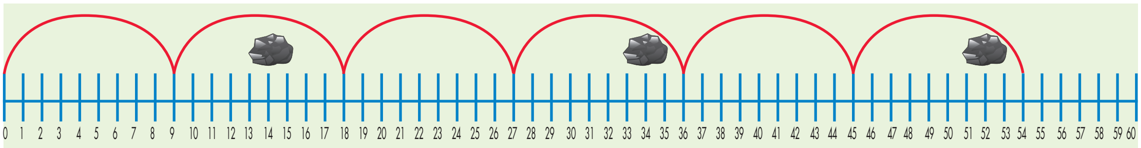


Y un alumno del equipo decide saltar de 4 en 4:



Este alumno logró esquivar las dos primeras trampas, pero cayó en la trampa del 52; por tanto, deberá entregar su ficha al cazador.

Otro alumno del equipo decide saltar de 9 en 9:



Este alumno no cayó en ninguna trampa, por tanto, se queda con su ficha.

El juego iniciará cuando todos los alumnos hayan comprendido las reglas. El maestro podrá observar el trabajo y apoyar en caso de que haya dudas. Cuando el docente vea que algún alumno logra esquivar las trampas, puede preguntarle qué hizo para saber cuál estrategia le convenía. Si el maestro nota que algunos alumnos empiezan a usar la idea de múltiplo e intuitivamente la de divisor, elegirá a estos alumnos para que presenten sus estrategias en la puesta en común.

Al finalizar, el maestro hará una puesta en común para que los alumnos expliquen que hicieron para poner las trampas (el cazador) o para evitarlas (las pulgas). Se espera que los alumnos hayan razonado que debían fijarse en que el tamaño de su brinco no fuera divisor de cualquiera de los números donde estaban las trampas.

Durante esta puesta en común se sugiere hacer dos o tres juegos al frente del grupo en los que el maestro ponga las trampas y entre todos los alumnos traten de ganarle al maestro al elegir un tamaño del brinco adecuado.

Si se considera conveniente, el juego puede repetirse en otras sesiones para que los alumnos poco a poco construyan estrategias ganadoras. Una posible estrategia ganadora para el que coloca las trampas es la siguiente: Al cazador le conviene poner trampas en números que tengan varios divisores, por ejemplo, el 48, pues ahí caerán quienes elijan brincar de 2 en 2, de 3 en 3, de 4 en 4, de 6 en 6 y de 8 en 8; las otras dos trampas las puede colocar en el 35 para detener a los que brinquen de 5 en 5 y de 7 en 7; y la tercera trampa en algún múltiplo de 9.

Es importante que los alumnos se familiaricen con los términos múltiplo y divisor. Por ejemplo se les puede plantear una situación como: Si una trampa está en el número 20, ¿cuáles son los tamaños de brincos que no convienen? Cuando los alumnos respondan que 2, 4 y 5, el maestro puede decir que 2, 4 y 5 son divisores de 20 porque éste es múltiplo de esos números, y cuestionar: ¿Cómo sabemos que un número es múltiplo de otro? ¿Cómo sabemos que un número es divisor de otro? No se espera que en este desfío todos los alumnos construyan la idea de divisor, ya que apenas es un primer acercamiento.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

El número venenoso y otros juegos

40. El número venenoso y otros juegos

Intención didáctica

Que los alumnos encuentren recursos para verificar si un número es divisor de otro y para explicar por qué sí o por qué no lo es.

ANTES

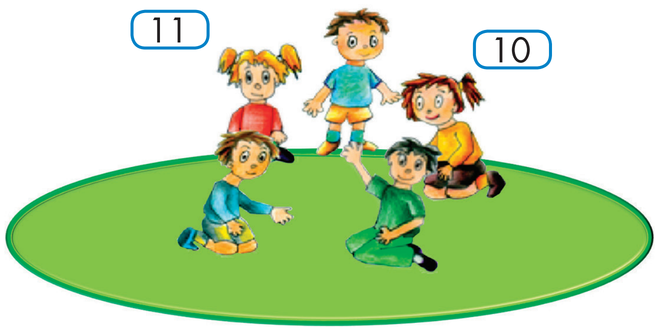
Antes de iniciar la actividad asegúrese de que los equipos cuentan con calculadora para verificar sus respuestas.

Consigna

Formen equipos de 10 o 12 integrantes para participar en estos juegos:

1. Van a jugar a “El número venenoso”. Estas son las instrucciones:

- Formen un círculo.
- Después, cuenten de uno en uno por turno. El primero dice uno, el que sigue dos, y así sucesivamente.
- El número venenoso es el 6, por tanto, a quien le corresponda decir 6 o un múltiplo de 6 dará una palmada, pero no dirá en voz alta el número. Por ejemplo, al niño que le toque 6 sólo pensará el número y dará la palmada sin hablar. El que sigue dirá 7, el otro, 8, y así sucesivamente. Pero a quien le corresponda decir 12, que es múltiplo de 6, tampoco dirá el número, sino que sólo dará la palmada.
- Si algún integrante del equipo se equivoca, el juego vuelve a comenzar, pero ahora inicia la cuenta el integrante que dijo el último número correcto. El reto termina cuando todo el equipo logre llegar sin error hasta el número 120.



Después de jugar un rato, respondan estas preguntas; si lo requieren, pueden usar la calculadora:

a) De acuerdo con las reglas del juego, si el equipo sigue contando después de 120, ¿alguien diría en voz alta el número 150?

¿Cómo lo saben?

b) ¿Y 580?

¿Cómo lo saben?

c) ¿El 3 342?

¿Cómo lo saben?

d) Digan un número mayor que 1 000 que no tenga que decirse en voz alta. ¿Cómo lo encontraron?

2. Ahora vamos a cambiar de juego. Continúen con sus mismos compañeros de equipo. Al terminar, respondan las preguntas.

- Al interior del equipo organicen parejas; decidan cuál comenzará el juego.
- Los dos integrantes de la pareja, en voz alta, contarán de 4 en 4 al mismo tiempo a partir de 0, hasta que alguno se equivoque. El resto del equipo llevará la cuenta de cuántos números lograron decir. La pareja que logre más números será la ganadora.

a) En caso de que alguna pareja pueda continuar sin error, ¿dirá en algún momento el 106?

¿Cómo lo saben?

b) ¿Dirá el 256?

¿Cómo lo saben?

c) ¿Y el 310?

¿Cómo lo saben?

d) ¿El 468?

¿Cómo lo saben?

e) Digan un número mayor que 1 000, que crean que la pareja podría decir si no se equivoca. ¿Cómo lo encontraron?

3. Formen equipo con otros compañeros.

Todos tomen su calculadora y tecleen:

0 + 3 = = = = = =

a) ¿Qué números aparecen?

b) Si continúan tecleando el signo de igual (=), ¿aparecerá en la pantalla de la calculadora el 39?

¿Cómo lo saben?

c) ¿Aparecerá el 300?

¿Cómo lo saben?

d) ¿Y el 1 532?

¿Cómo lo saben?

e) Digan un número mayor que 2 000 que sí aparecerá en la pantalla. ¿Cómo lo encontraron?

Consideraciones previas

Las actividades se desarrollan en grupos grandes, por lo que se recomienda estar atento a que todos los alumnos participen; si usted observa que algunos no están entendiendo o se quedan rezagados, invítelos a que participen o haga un equipo aparte con ellos para respetar su ritmo.

Si el trabajo que aquí se plantea no puede realizarse en una sesión de trabajo, se pueden dejar algunas de estas actividades para otro momento. Lo importante es que los alumnos sigan desarrollando y usando el concepto de múltiplo y de divisor.

Las nociones de múltiplo y divisor están íntimamente relacionadas, así que seguramente los alumnos utilizarán estos términos para decidir qué estrategia de solución seguir, así como para argumentar sus respuestas durante el desarrollo de los tres juegos. Algunos de los procedimientos que pueden surgir entre los alumnos para decidir si alguno de los números se incluye o no en las diferentes sucesiones son:

- Buscar al tanteo, ya sea utilizando o no la calculadora, un número natural que multiplicado por 6, 4 ó 3 (según el juego) dé como resultado ese número. Este procedimiento va más relacionado con la noción de múltiplo.

- Dividir, ya sea utilizando o no la calculadora, el número en cuestión entre 6, 4 ó 3, considerando que el cociente debe ser un número entero[2]. Este procedimiento está relacionado con la noción de divisor.

Como la noción de divisor es más compleja que la de múltiplo, debido al pensamiento de reversibilidad que implica, es conveniente invitar a los alumnos a reflexionar con preguntas como: Si 20 es múltiplo de 4, entonces ¿4 es divisor de 20? ¿Por qué?

Se espera que algunas respuestas a este cuestionamiento sean:

- Sí, porque al hacer la división 20 entre 4, el resultado es un número entero y el residuo es cero.
- Sí, porque existe un número entero (el 5) que, al multiplicarse por 4, nos da 20.

Otras actividades que pueden ayudar al estudio de la noción de divisor, son las siguientes:

Formen equipos y jueguen lo siguiente:

1. ¡Piensa rápido y resuelve!:

a) Explica por qué 3 es divisor de 75:

____

b) Explica por qué 8 no es divisor de 75:

____

c) Anota todos los divisores de 18:

____

d) ¿De cuáles números mayores de 1 979 y menores de 2 028 es divisor el número 25?

____

2 En este nivel los alumnos acostumbran llamar entero a un número natural. La definición de divisor implica a los números naturales (1, 2, 3,…) no a los enteros que incluyen a los negativos (… -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3…). No obstante, en la primaria se acepta que los alumnos le llamen enteros a los números naturales.

2. Completen la siguiente tabla:

¿Es divisor?	De 20	De 24	De 36	De 42	De 100
5	Sí		no		si
4					
6					
8		Sí			
10				no	

3. Adivina adivinador:

a) Adivina, adivinador, soy divisor de 4 y de 6; si no soy el uno, ¿qué número soy?

---

b) Adivina, adivinador, soy un número mayor que 10 y menor que 20; además, de 24 y de 48 soy divisor, ¿qué número soy?

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

41. ¿Dónde están los semáforos?

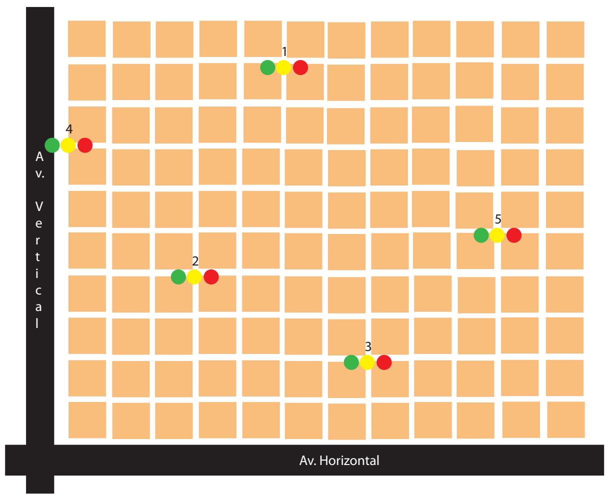
¿Dónde están los semáforos?

Intención didáctica

Que los alumnos descubran que para ubicar puntos en un sistema de coordenadas cartesianas es necesario establecer un orden para los datos y ubicar un mismo punto de partida.

Consigna

Organizados en equipos observen el siguiente croquis y respondan las preguntas. Los tres puntos de colores (verde, amarillo y rojo) representan un semáforo.



La ubicación del semáforo 3 está determinada por la pareja de números ordenados (7, 2).

a) ¿Cuáles son los pares ordenados que corresponde a la ubicación de los otros semáforos?

Semáforo 1: ______________ **Semáforo 2:** ______________

Semáforo 4: ______________ **Semáforo 5:** ______________

b) Ubiquen un sexto semáforo en (5, 6) y un otro más en (1, 9).

Consideraciones previas

Es probable que la primera dificultad que tengan los alumnos sea relacionar la ubicación del semáforo 3 con el par ordenado (7, 2), y esa es la intención; algunas preguntas que los pueden orientar son: ¿a cuántas calles del eje vertical (avenida Vertical) se localiza? ¿A cuántas calles del eje horizontal (avenida Horizontal) se localiza? Se espera que los estudiantes adviertan que este semáforo se encuentra a 7 calles de la avenida vertical y a 2 calles de la avenida horizontal y que esos valores son el par de números ordenados.

También es relevante que reflexionen sobre la importancia del orden de las coordenadas; para ello podría plantearse la siguiente pregunta: ¿Las coordenadas (7, 2) y (2, 7) representan el mismo punto?

Para comprender mejor el funcionamiento del sistema cartesiano en un plano es importante subrayar los siguientes aspectos:

- Los ejes que lo determinan son perpendiculares, en este caso representados por las avenidas Vertical y Horizontal.
- Existe un punto de origen –representado por las coordenadas (0, 0) – que corresponde a la intersección de los dos ejes.
- Para ubicar un punto es necesario un par de valores (x, y): el primero representa la distancia al eje vertical y el segundo la distancia al eje horizontal. Éstos reciben los nombres de abscisa y ordenada, respectivamente.

Se puede hacer uso del croquis para señalar otros puntos (semáforos) y que los alumnos determinen las coordenadas; o viceversa, que el maestro o algún alumno determine el par ordenado y que los demás ubiquen los semáforos.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

42. Un plano regular

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen regularidades en las coordenadas de los puntos y las rectas que éstos determinan en el plano cartesiano.

ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que las parejas cuentan con:

- El plano cartesiano del material del alumno.

Consigna

Organizados en pareja realicen lo que se pide a continuación; si es necesario, utilicen el plano cartesiano.

a) Ubiquen los puntos (3, 0), (8, 0), (5, 0) en el plano cartesiano.

b) ¿Qué característica tendrán las coordenadas de 5 puntos que se ubican sobre el eje horizontal?

____

c) ¿Qué características tienen las coordenadas de los puntos que se ubican a la misma distancia del eje horizontal?

____

d) Ubiquen los puntos (5, 8), (5, 2), (5, 6) y únanlos.

e) Sumen 1 a los valores que corresponden a la línea horizontal y unan los puntos. ¿Qué sucede?

____

f) Mencionen las características que deben tener los pares ordenados que se ubican en una recta paralela al eje horizontal.

____

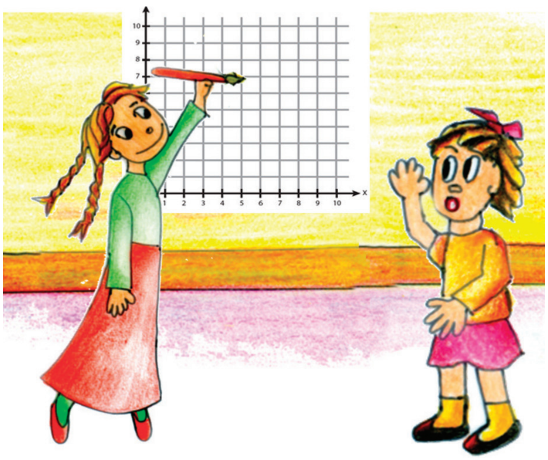
Consideraciones previas

Una vez que los alumnos saben ubicar puntos en un plano cartesiano y determinar sus coordenadas, es importante que busquen regularidades de algunas coordenadas de los puntos y las rectas que éstos determinan en el plano.

Algunas de ellas son:

- Si varios pares ordenados tienen la misma abscisa, ordenada, pertenecen a la misma recta.
- Si los dos valores de un par ordenado son iguales, se trata del mismo punto.
- Si el valor de la abscisa es 0 en varios pares ordenados, estos pertenecen al eje vertical.
- Si el valor de la ordenada es 0 en varios pares ordenados, estos pertenecen al eje horizontal.
- Si a varios pares ordenados que pertenecen a una paralela del eje horizontal se suma el mismo valor a las ordenadas, los puntos determinan una paralela a ellos.
- Si a varios pares ordenados que pertenecen a una paralela al eje vertical se suma el mismo valor a las abscisas, los puntos determinan una paralela a ambos.

Por el trabajo realizado, es posible que en el punto 6 de la actividad los alumnos digan que una característica es que los pares ordenados deben tener la misma abscisa o la misma ordenada, sin embargo, no son los únicos casos; también se les puede preguntar: ¿qué sucede si tienen la misma abscisa y la misma ordenada, por ejemplo (2, 2), (5, 5) y (8, 8)?; éstos también pertenecen a una recta, aunque no es paralela a ningún eje.



Además, puede discutirse el comportamiento de las coordenadas (2, 7), (3, 6) y (4, 5) o (7, 6), (9, 7) y (11, 8), ya que también se ubican en la misma recta.

Se sugiere no obligar a los alumnos a que utilicen el plano cartesiano; si no lo hacen, el esfuerzo intelectual es mayor. Sin embargo, podrían utilizarlo para verificar sus respuestas.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Hunde al submarino

43. Hunde al submarino

Intención didáctica

Que los alumnos usen el sistema de coordenadas cartesianas en la ejecución de un juego.

ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que las parejas cuentan con:

✦ El tablero "Hunde al submarino".

Consigna

Formen parejas para jugar a "Hunde al submarino", de acuerdo con las siguientes reglas:

- Cada jugador, sin que su contrincante lo vea, ubica en su tablero los 3 submarinos: uno de 2 puntos de longitud y dos de 3 puntos de longitud.
- Los submarinos se pueden ubicar horizontal o verticalmente en el tablero, tocando 2 ó 3 puntos según su longitud. No es permitido ubicar los submarinos sin tocar puntos.
- El juego consiste en adivinar las coordenadas de los puntos donde están ubicados los submarinos del adversario para hundirlos; un submarino se hunde hasta que se hayan nombrado las coordenadas exactas de los dos o tres puntos donde está ubicado.
- Uno de los dos contrincantes comienza mencionando un par ordenado, donde crea que está un submarino rival. Si acierta, tiene la oportunidad de seguir dando pares ordenados. Una vez que falle, el adversario toma su lugar para tratar de hundir los submarinos del tablero enemigo.
- Gana el participante que hunda primero los tres submarinos de su adversario.

Consideraciones previas

Si los alumnos no entienden cómo jugar, el maestro puede hacer una demostración del juego. Para terminar la sesión, el maestro puede pedirles a los alumnos que expliquen cuál es la mejor estrategia para ganar. Esto debe originar una serie de argumentaciones que se analizarán en grupo.

Se sugiere que en los planos cartesianos de ambos equipos se utilice la misma escala para que la verificación pueda hacerse superponiendo las figuras.

Otra actividad sugerida es realizar en parejas el juego "Traza la figura geométrica" con las siguientes reglas:

- El juego consiste en intentar reproducir en un plano cartesiano una figura geométrica idéntica al del adversario.
- Un participante traza una figura geométrica en su plano cartesiano. Posteriormente, sin mostrarlo, le dicta al otro los pares ordenados de los puntos de sus vértices.
- El otro participante intenta reproducir la figura con la información dada.
- Se comparan las figuras y se da un punto al participante si acertó en la reproducción.
- Los contrincantes intercambian de rol.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Pulgada, pie y milla

44. Pulgada, pie y milla

Intención didáctica

Que los alumnos determinen la operación que les permite encontrar la equivalencia entre unidades de longitud del Sistema Inglés (pulgada, pie y milla) y unidades del Sistema Internacional de Medidas.

> Unidades de longitud del Sistema Inglés y sus equivalencias con las unidades del Sistema Internacional de Medidas.
>
> 1 pie (ft) = 30.48 cm
>
> 1 pulgada (in) = 2.54 cm
>
> 1 milla (mi) = 1 609.34 m

Consigna

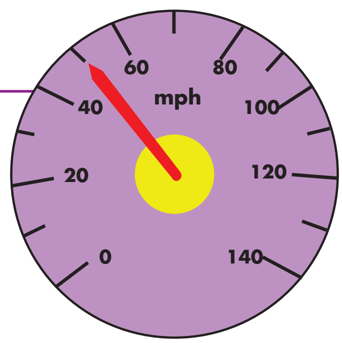
Organizados en equipos resuelvan los siguientes problemas:

1. Don Juan fue a la ferretería a comprar una manguera para regar su jardín. Después de observar varias, eligió una que tiene pegada la siguiente etiqueta:

> 83 pies
>
> Diámetro interior
>
> $\frac{1}{2}$ in

a) ¿Cuántos metros de longitud tiene la manguera que compró don Juan?

b) ¿Cuántos centímetros tiene de diámetro interior la manguera?



2. El siguiente dibujo representa el velocímetro del automóvil de don Juan.

   ¿Cuál es la velocidad máxima en kilómetros del automóvil de don Juan?

Consideraciones previas

Antes de que los alumnos resuelvan los problemas, si el profesor considera pertinente, puede comentar la historia y los lugares donde se utiliza el Sistema Inglés y el Sistema Internacional de Medidas. En la página siguiente se puede obtener información al respecto:

http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_Anglosaj%C3%B3n_de_Unidades

Si bien en cada problema se da la equivalencia entre las unidades del Sistema Inglés y las unidades del Sistema Internacional, en el caso del pie y de la milla no sucede esto. La equivalencia para el pie se da en centímetros y el resultado se pide en metros, y la equivalencia de la milla se da en metros aunque el resultado se pide en kilómetros; esto propicia que se hagan conversiones entre múltiplos y submúltiplos del metro.

En el caso del velocímetro, si los alumnos no advierten que mph significa millas por hora, hay que señalarlo.

Se sugiere solicitar a los estudiantes que busquen otras aplicaciones del pie, la pulgada y la milla, con el fin de plantear problemas que permitan interpretar esta información en unidades del Sistema Internacional de Medidas.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Libra, onza y galón

45. Libra, onza y galón

Intención didáctica

Que los alumnos elijan las operaciones que les permiten resolver problemas donde es necesario comparar unidades de peso y capacidad del Sistema Inglés (libra, onza y galón) y unidades del Sistema Internacional de Medidas.

Consigna

Reunidos en parejas resuelvan el problema siguiente.

Los padres de Luis le están organizando una fiesta de cumpleaños. Ayúdenles a seleccionar la presentación de galletas y de jugos que más convenga, considerando su precio y contenido. Pueden consultar las equivalencias en los recuadros y utilizar su calculadora.

1 libra (lb) = 0.454 kg
1 onza (oz) = 0.0283 kg

Galletas:

Presentación 1: caja de 44.17 onzas a \$62.90
Presentación 2: caja de 1 kg a \$ 48.00
Presentación 3: caja de 1 libra, 10.46 onzas a \$37.50

1 onza líquida (fl.oz) = 29.57 kg
1 galón (gal) = 3.7851 kg

JUGOS:

Presentación 1: paquete de 4 piezas de 6.76 onzas c/u a \$9.40
Presentación 2: una pieza de 1 litro a \$12.00
Presentación 3: una pieza de 1 galón a \$47.10

Consideraciones previas

Para poder comparar los precios de las diversas presentaciones de las galletas o de los jugos es necesario transformar todos los contenidos a la misma unidad de medida. Una posibilidad es convertir todos los contenidos de las galletas en kilogramos y los de los jugos en litros.

Hechas las transformaciones anteriores, existen varias formas de proceder para decidir el mejor precio según el contenido. Una forma es utilizar las nociones de una relación de proporcionalidad al establecer problemas de valor faltante.

Por ejemplo, con las presentaciones 1 y 2 de galletas:

1 kg $\longrightarrow$ \$48.00
1.250kg $\longrightarrow$ x
De donde, x = \$60.00

Como la presentación 1 cuesta \$62.90, entonces, de las presentaciones 1 y 2, la que más conviene es la 2. De la misma forma, se pueden comparar las presentaciones 2 y 3. También el valor unitario puede ser útil para realizar las comparaciones, es decir, se obtiene el precio de 1 kg en las tres presentaciones.

Es posible que los alumnos se sorprendan con el uso de la onza tanto en las galletas como en los jugos. Sería conveniente comentar que, además de la onza para medir masa, existe la onza para calcular líquidos (fl.oz).

Se sugiere solicitar a los estudiantes que busquen otras aplicaciones de la libra, la onza y el galón, con la finalidad de plantear otros problemas que permitan interpretar esta información en unidades del Sistema Internacional de Medidas.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

46. Divisas

Intención didáctica

Que los alumnos calculen equivalencias entre divisas de diferentes países.

Consigna

Organizados en parejas resuelvan el problema siguiente:

El día 11 de noviembre de 2008, en la sección financiera de un diario de circulación nacional, apareció una tabla con los precios de venta de varias monedas extranjeras.

Con base en ella, contesten lo que se pide.

Monedas	Venta
Dólar (EUA)	$13.63
Euro (Comunidad Europea)	$17.51
Yen (Japón)	$0.182

1. ¿Cuánto dinero se necesita para comprar 65 dólares?

____

2. ¿Cuántos yenes se pueden comprar con 200 pesos?

____

3. ¿A cuántos euros equivalen 500 dólares?

____

____

Consideraciones previas

Es recomendable preguntar a los alumnos sobre algunas monedas extranjeras que conozcan o de las que hayan oído hablar; y que investiguen su equivalencia en pesos mexicanos, a fin de plantear problemas que impliquen realizar conversiones entre las diferentes divisas.

Es probable que la pregunta 3 resulte compleja, ya que se relacionan 2 monedas extranjeras: euros y dólares. Una posibilidad es convertir los 500 dólares en pesos mexicanos y después, éstos en euros. También puede establecerse que 1 euro equivale a 1.2839 dólares, al dividir 17.5 entre 13.63; posteriormente, se procede a encontrar el equivalente en euros de los 500 dólares.

Se sugiere actualizar el tipo de cambio de las monedas consideradas en la tabla.

Vámonos entendiendo...

Divisa, del latín *divisa*, del verbo *divido* -dividir; se refiere a toda la moneda utilizada en una región o país ajeno a su lugar de origen. Las divisas fluctúan entre sí dentro del mercado monetario mundial. De este modo, podemos establecer distintos tipos de cambio entre divisas que varían constantemente en función de diversas variables económicas como el crecimiento económico, la inflación o el consumo interno de una nación.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Cuántos de éstos?

47. ¿Cuántos de éstos?

Intención didáctica

Que los alumnos usen diferentes unidades de medida para determinar el volumen de un cuerpo.

ANTES

Antes de iniciar la actividad solicite a los alumnos los siguientes materiales:

- Una caja de cartón; puede ser de detergente, zapatos, sopas, etcétera (preferiblemente cerrada). Es importante que en el grupo haya cajas de diversos tamaños.
- Cajas de gelatina o medicina del mismo tamaño.
- Botes o cajas tetra pack de leche o jugo; pueden ser de 250 ml.
- Cajas de cerillos del mismo tamaño.

Consigna

Organizados en equipos, utilicen como modelo la caja que se les asignó para realizar las siguientes actividades.

1. Determinen cuántos de estos objetos se necesitan para hacer una caja que ocupe el mismo espacio que la caja modelo.

Cajas de gelatina:

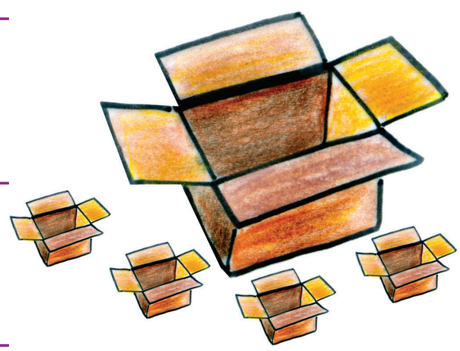
____

Cajas de cerillos:

____

Botes de leche:

____



2. Comprueben sus respuestas y registren sus resultados:

Objeto	Para hacer una caja modelo se necesitan...	La diferencia de objetos respecto a lo que considera-mos anteriormente es...
Cajas de gelatina		
Cajas de cerillos		
Botes de leche		

3. Describan sus procedimientos para determinar el número total de objetos que necesitaron para construir la caja modelo.

Consideraciones previas

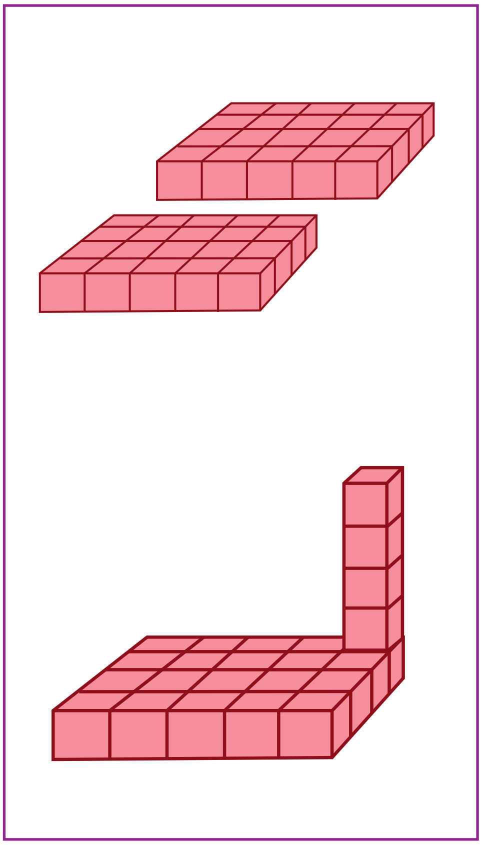
Se pretende que los alumnos inicien el estudio del volumen determinando la medida de una caja. Para ello van a utilizar unidades de medida no convencionales como botes de leche, cajas de gelatina, cerillos o medicinas. La tarea consiste en calcular cuántos objetos de cada tipo se requieren para construir uno semejante al modelo, considerando que para lograrlo, tendrán que acomodar los objetos en tres direcciones o planos: ancho, largo y alto de la caja.

Si es difícil conseguir alguno de los objetos solicitados, puede sustituirse por algún otro con características semejantes. No lo deseche al término de la actividad, pues le va a servir para el siguiente desafío.

No es indispensable que los alumnos cuenten con todas las unidades necesarias de cada tipo de objeto para construir la caja modelo; pues, además que resulta una tarea complicada, el que los alumnos solamente tengan algunas, favorece a que busquen y apliquen estrategias para calcular las que necesitarían para formar una caja del tamaño de la que tienen como modelo.

Algunas estrategias que pueden surgir para calcular el número de cajitas que necesitan para construir otra que ocupe el mismo espacio que la caja modelo son:

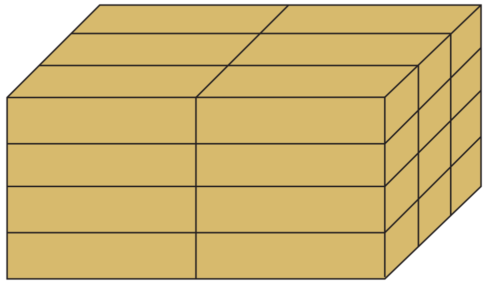
- Sobreponer algunos objetos en la base de la caja e identificar con cuántos de ellos se puede formar lo que sería un primer nivel; colocar más niveles hasta que los objetos se agoten; estimar cuántos niveles más completan la altura de la caja y finalmente, sumar el número de objetos de cada nivel, tantas veces como niveles se requieren.
- Sobreponer algunos objetos en la base de la caja e identificar con cuántos de ellos se forma la base de la caja; utilizando una pila de objetos, estimar cuántos se necesitan para igualar la altura de la caja. Finalmente, sumar el número de objetos de cada nivel tantas veces como niveles se requieren o realizar la multiplicación correspondiente.



Es importante recordar que la medición siempre es aproximada y que depende del instrumento que se utiliza. En este caso, aun cuando los equipos utilicen los mismos objetos para medir la caja modelo, la forma como los acomoden o los huecos que dejen entre ellos puede provocar diferencias entre los resultados, y todos pueden ser válidos, siempre y cuando haya un margen razonable de error y los equipos demuestren cómo lo obtuvieron.
Se recomienda invitar a los alumnos a que digan qué fue lo que calcularon de la caja, si entre ellos no surge la respuesta, se les puede decir que fue el volumen y que éste se refiere al espacio que ocupa un cuerpo.

Dado que la medición del volumen mantiene una relación estrecha con la medición de la capacidad, es importante que durante el desarrollo de las actividades se observen las estrategias que ellos utilizan para acomodar los objetos, pues es probable que recurran a introducirlos a la caja. Si esto sucede, se les puede invitar a la reflexión con preguntas como: El resultado que se obtiene, *¿es el espacio que ocupa la caja o el espacio que está en su interior?* Esta cantidad de objetos, *¿son los que se necesitan para construir* *una caja que ocupe el mismo espacio o son los que le caben a la caja? ¿Qué pasaría si el material del que está hecha la caja fuese más grueso, le cabría el mismo número de cajas?* Incluso, si se puede conseguir una caja hecha de madera gruesa o algún otro material grueso, se podría hacer el ejercicio anterior y obtener mayor claridad acerca de la diferencia entre el volumen (espacio que ocupa cualquier cuerpo) y capacidad (espacio que contiene un cuerpo hueco).

Una actividad complementaria es la siguiente:



Una caja grande se puede formar con 24 cajas de pañuelos desechables, tal como se muestra en el dibujo. Construyan una caja que requiera la misma cantidad de cajas pero organizadas de forma diferente. *¿Tendrán esas cajas el mismo volumen?*

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

48. ¿Cuál es más grande?

Intención didáctica

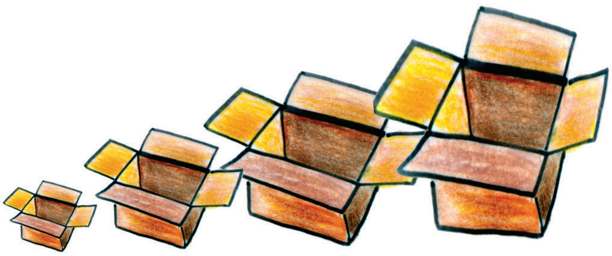
Que los alumnos comparen volúmenes de cuerpos, directamente y a través de diferentes unidades de medida.

ANTES

Antes de iniciar la actividad proporcione a los equipos el material empleado en el desafío anterior, así como cuatro cajas más de diferente volumen.

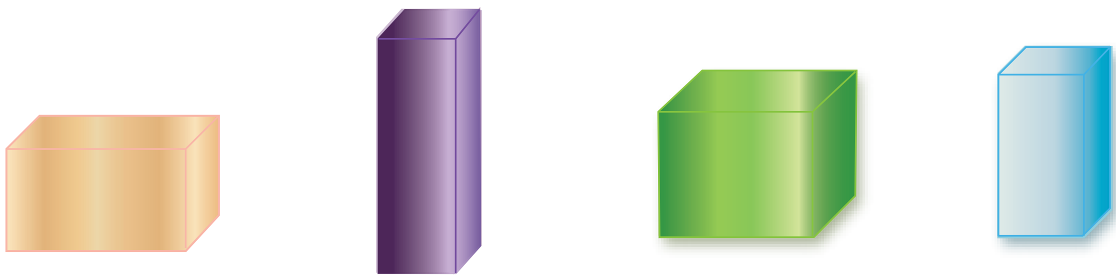
Consigna

Reunidos en equipo, numeren las cajas que les proporcionará su profesor de manera que la caja más pequeña tenga el número 1 y la más grande el número 4.



Consideraciones previas

Además del material utilizado en el desafío anterior, para realizar estas actividades es necesario –para cada equipo– tener 4 cajas de diferentes tamaños, pero cuyo volumen no sea tan fácil de identificar "a ojo".



Para determinar el orden de las cajas seguramente los alumnos se basarán solamente en una de sus dimensiones. Por ejemplo, dirán que el número 4 le corresponde a la que es más alta. En ese momento se les puede preguntar: ¿y qué pasa si la coloco así? (dando vuelta a la caja para "acostarla"). También es conveniente dejar sobre el escritorio o en un lugar visible las cajas pequeñas que usaron la clase anterior, pues probablemente recurran a la estrategia de acomodarlas para intentar medir con ellas las cajas y numerarlas.

Es importante recordar que deben medir las cajas usando la misma unidad de medida (es decir, la cajita que usen para ver cuántas necesitarían para hacer una de las grandes debe usarse para las otras tres cajas). Si en algún equipo se observa que los alumnos usan unas cajitas para medir una y otras de diferente tamaño para medir otras, será necesario cuestionarlos acerca de cómo pueden afirmar que su respuesta es correcta si están basándose en unidades de medición diferentes.

También es probable que se les ocurra hacer una doble medición. Por ejemplo, podrían plantear lo siguiente: si necesitamos **x** cantidad de cajitas de cerillos para construir una caja y a su vez se necesitan **y** cantidad de cajitas de cerillos para construir una de gelatina, entonces podemos medir una caja grande con cajitas de cerillos y otra con cajitas de gelatina y después hacer la equivalencia.

Este procedimiento es un acercamiento a la equivalencia entre las unidades de medida convencionales.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Cuál es el mejor precio?

49. ¿Cuál es el mejor precio?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen determinar si una razón del tipo (por cada n, m) es mayor o menor que otra sin necesidad de realizar cálculos numéricos.

Consigna

Organizados en equipos, resuelvan los siguientes problemas sin realizar operaciones.

Argumenten sus respuestas.

1. El paquete A tiene 5 panes y cuesta $15.00, el paquete B tiene 6 panes y cuesta $12.00.

¿En qué paquete es más barato el pan?

---

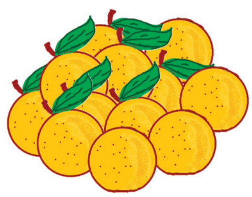
2. En la papelería una caja con 15 colores cuesta $30.00 y en la cooperativa de la escuela una caja con 12 colores de la misma calidad cuesta $36.00. ¿En qué lugar es preferible comprar los colores?

---

3. El paquete de galletas A cuesta $6.00 y contiene 18 piezas. El paquete B contiene 6 galletas y cuesta $3.00. ¿Qué paquete conviene comprar?

---

4. En el mercado, el kilogramo de naranjas, que son nueve en total, cuesta $10.00. En la huerta de Don José 8 naranjas llegan a pesar un kilogramo y cuestan $8.00. ¿En dónde conviene comprar las naranjas?



Consideraciones previas

Es probable que los estudiantes realicen operaciones para dar respuesta a los problemas; sin embargo, la intención es resolverlos sin hacer cálculos numéricos, ya que no son indispensables.

Se espera que en el primer problema los alumnos determinen fácilmente cuál paquete de pan es más barato, pues el que tiene más panes cuesta menos. El segundo problema es muy semejante al anterior. En él se requiere advertir que en un lugar la caja contiene más colores y es más barata.

Para el tercero sería interesante que los alumnos lograran identificar que las cantidades de galletas no son proporcionales a los costos, ya que si así fuera el paquete B debería tener 9 galletas, pero como tiene menos, entonces conviene comprar el paquete A.

El cuarto problema es de una mayor complejidad que los anteriores. En el planteamiento de este problema aparece un distractor, representado por el número de naranjas, que no tiene influencia en el resultado del mismo, ya que el costo del producto es por kilo y no por cantidad de naranjas. En conclusión, la cantidad de naranjas depende del tamaño.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Cuál está más concentrado?

50. ¿Cuál está más concentrado?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas de comparación de razones igualando un término en las dos, duplicando o triplicando los términos de una de ellas.

Consigna

Organizados en equipos, resuelvan los siguientes problemas:

1. Se preparó una **naranjada A** con 3 vasos de agua por cada 2 de jugo concentrado. Además, se preparó una **naranjada B** con 6 vasos de agua por cada 3 de jugo. ¿Cuál sabe más a naranja?

2. Para pintar la fachada de la casa de Juan se mezclan 4 litros de pintura blanca y 8 litros de color azul. Para pintar una recámara se mezclan 2 litros de pintura blanca y 3 litros de pintura azul. ¿En cuál de las dos mezclas es más fuerte el tono de color azul?

Consideraciones previas

Ambos problemas se pueden resolver transformando una razón en otra equivalente, pero ésta debe tener un término igual a uno de la otra razón.

En el primer problema se espera que los estudiantes se den cuenta de que a una naranjada A con 6 vasos de agua le corresponden 4 vasos de jugo. Entonces, si la naranjada B se prepara con la misma cantidad de agua y 3 vasos de jugo, la naranjada A contiene y sabe más a naranja.

Vámonos entendiendo...

En matemáticas, una razón puede entenderse como una relación multiplicativa entre dos cantidades. Algunos ejemplos son:

- "3 canicas por 2 pesos"
- "por cada 3 litros de pintura blanca agregar 1 litro de pintura azul"
- "2 de cada 5 estudiantes son hombres"
- "el lunes nadó 50 metros en 40 segundos"
- "el banco cobra 2 pesos por cada 5 prestados"

Una razón puede representarse con un número entero, fraccionario, decimal o mediante un porcentaje. En "2 de cada 5 estudiantes son hombres", la cantidad de hombres puede representarse con 2/5, 0.4 ó 40%. Esta razón también puede expresarse con "2 es a 5" o "2:5".

En el segundo problema hay dos posibilidades para igualar un término en las dos razones. La primera implica duplicar las cantidades de pintura de la recámara y entonces determinar que a 4 litros de pintura blanca le corresponden 6 de azul. La segunda estrategia es que calculen la mitad de las cantidades de pintura de la fachada, con esto podrán advertir que a 2 litros de pintura blanca le corresponden 4 de azul. En ambos casos resulta que la pintura de la fachada es de tono más azul.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

51. Promociones

Intención didáctica

Que los alumnos obtengan el valor unitario para resolver problemas donde se comparan razones.

Consigna

Organizados en equipos, resuelvan los siguientes problemas:

1. En la ciudad donde vive Carlos se instaló una feria con muchos puestos, en uno de ellos está la promoción de ganar 2 regalos acumulando 10 puntos. En otro dan 3 regalos por cada 12 puntos. ¿En cuál de los dos puestos la promoción es mejor?

2. En la feria se anunciaron más promociones. En los caballitos, por cada 6 boletos comprados se regalan 2 más. En las sillas voladoras, por cada 9 boletos comprados se regalan 3. ¿En qué juego se puede subir gratis más veces?

Consideraciones previas

Ahora se trata de obtener los valores unitarios para poder determinar qué razón es mayor.

En el problema 1 se espera que los alumnos determinen que en el primer puesto ofrecen un regalo por cada 5 puntos, mientras que en el segundo ofrecen un regalo por cada 4 puntos; por lo tanto, conviene participar donde solamente es necesario acumular cuatro puntos por cada regalo.

En el problema 2 se mencionan dos juegos en los que regalan un boleto por cada 3 que se compren. La promoción es semejante en ambos juegos.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

52. La edad más representativa

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la mediana de un conjunto de datos y adviertan su representatividad en comparación con la media aritmética.

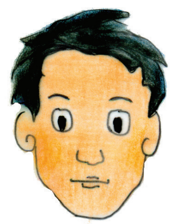
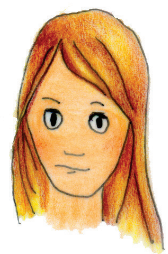
Consigna

Trabajen en equipos para resolver lo que se indica a continuación.

1. En una reunión hay 9 personas que tienen las siguientes edades en años:

70 29 28 20 22 82 29 27 27



a) ¿Cuál es la media aritmética (promedio) de las edades?

____

b) ¿Qué procedimiento utilizaron para encontrarla?

____

2. Ordenen de menor a mayor las edades del problema anterior y localicen el valor del centro.

____

¿Cuál es ese valor?

____

3. El valor que definieron es la mediana. Entre este valor y la media aritmética que hallaron en la actividad anterior, ¿cuál consideran que es más representativo de las edades de las personas de la reunión?

Argumenten su respuesta:

Consideraciones previas

Los alumnos han estudiado anteriormente la media aritmética o promedio, por lo que se espera que la tarea solicitada en la actividad 1 no represente gran dificultad para ellos. Es probable que identifiquen más a la media aritmética como "promedio".

Si algunos alumnos tienen confusión al respecto, se les puede mencionar que ambos términos se refieren a la misma medida de tendencia central, y que ésta es por ejemplo, el cálculo que hacen cuando quieren saber cuál es su aprovechamiento mensual.

Con la actividad 2 se introduce la noción de otra medida, la mediana. No sólo es importante que los alumnos puedan obtenerla sino que la contrasten con la media aritmética (promedio) e identifiquen cuál de los dos valores es más adecuado para representar a un conjunto de datos. En este caso, se espera que noten que la mediana (28 años) es más representativa de las edades de las personas que están en la reunión, en comparación con la media aritmética (37 años):

Para calcular la mediana

$$\underline{\overset{82}{1}\quad\overset{70}{2}\quad\overset{29}{3}\quad\overset{29}{4}}\quad 28 \quad \underline{\overset{27}{4}\quad\overset{27}{3}\quad\overset{22}{2}\quad\overset{20}{1}}$$

Para calcular la media aritmética

$$\frac{70 + 29 + 28 + 20 + 22 + 82 + 29 + 27 + 27}{9} = \frac{334}{9} = 37.1$$

Esta diferencia tan amplia entre ambos resultados se debe a que en comparación con la mediana, la media aritmética o promedio es sensible a los valores extremos. Tanto 70 como 82, son valores muy alejados de la mayoría, que están ubicados entre 20 y 29. Por lo tanto, en casos como éstos la mediana es un dato más representativo.

Durante la puesta en común es recomendable que se invite a los alumnos a definir con sus propias palabras qué es mediana, considerando que entre sus explicaciones se mencione que *es el punto medio de un conjunto de datos ordenados, lo que significa que hay la misma cantidad de datos tanto por arriba como por debajo de la mediana*, y se destaque que, al igual que la media, es un valor que se usa para representar un conjunto de datos. Se sugiere afirmar lo que se ha estudiado calculando medias aritméticas y medianas de datos como: pesos de alumnos, estaturas, edades, número de hermanos, etcétera.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

53. Número de hijos por familia

Intención didáctica

Que los alumnos reflexionen acerca de cuándo es más representativa la media aritmética que la mediana para representar un conjunto de datos.

Consigna

Organizados en equipos resuelvan los siguientes problemas:

1. Contesten las preguntas que hay después de la tabla.

Para un estudio socioeconómico se realizó una encuesta a 12 familias acerca del número de hijos que tienen y el consumo semanal de leche que hacen.

Tabla A. Resultados de la encuesta sobre el número de hijos que tienen:

Familia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Núm. de hijos	2	4	4	1	10	5	2	3	2	3	12	2

¿Cuál es la mediana?

¿Cómo la calcularon?

¿Cuál es la media aritmética o promedio del número de hijos?

¿Cuál de las dos medidas anteriores es más representativa de estas familias?

¿Por qué?

2. Lean la información de la tabla y respondan las preguntas:

Tabla B. Resultados de la encuesta sobre el consumo semanal de leche:

Familia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Litros de leche	5	8	8	3	15	10	3	6	3	7	28	3

¿Cuál es la mediana en el consumo semanal de leche de estas familias?

___

¿Cómo la calcularon?

___

El valor de la mediana, ¿forma parte del conjunto de datos?

___

Calculen la moda de este conjunto de datos ¿creen que podría considerarse una medida representativa?

___

¿Por qué?

___

Consideraciones previas

Aquí los alumnos tendrán que obtener la mediana de un grupo de datos que es par, así que habrá que dejar para ver qué deciden hacer, sólo es necesario indicarles que la mediana es un solo valor, así que no pueden ser los dos que quedan en medio.

Para la segunda tabla es muy probable que entre los equipos surjan diferentes procedimientos para encontrar ese valor, por ejemplo:

- Elegir el número mayor de los dos que se encuentran en medio, o tal vez el menor.

- Considerar cuál es el valor que está en medio de 6 y 7.
- Sumar los dos valores y dividirlo entre 2.

Con la tercera pregunta de este problema se espera que los alumnos reflexionen en torno a que de la misma forma que en el problema anterior, la media aritmética no formaba parte del conjunto, en este caso, la mediana tampoco lo es. Este fenómeno sucede porque se conjuntan dos aspectos; el primero es que este conjunto está integrado por una cantidad par de datos, y el segundo es que después de ordenar los datos los valores centrales no son iguales.

Para la última pregunta, los alumnos van a identificar la moda y valorar si esta medida puede ser representativa del conjunto. Los alumnos ya calcularon la moda en grados anteriores, por lo que se espera que no tengan dificultad para hacerlo ahora. Si algunos no lo recuerdan, se les puede orientar con cuestionamientos acerca de qué entienden por moda y cómo se puede aplicar a este contexto.

En este caso la moda es 3 ya que es el valor que aparece más veces en el conjunto de datos (cuatro de las 12 familias coinciden con ese valor); sin embargo, aquí la moda no resulta representativa ya que es un valor que se aleja mucho de la media aritmética (8.25) y de la mediana (6.5).

Otro aspecto en el que conviene hacerlos recapacitar es que la mediana –al igual que el promedio– no siempre forma parte del conjunto de números que se tienen.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

México en números

54. México en números

Intención didáctica

Que los alumnos analicen la conveniencia de señalar la media aritmética, la mediana o la moda como cantidad representativa de un conjunto de datos.

Consigna

Organizados en equipos analicen y decidan en cada problema, cuál es la medida de tendencia central más conveniente para dar una información representativa de cada conjunto de datos; expliquen por qué lo consideraron así y calcúlenla.

La información que el INEGI recaba a partir de los Censos Nacionales de Población y Vivienda y los Conteos de Población es analizada y organizada por temas para obtener estadísticas sociodemográficas de México. Algunos datos interesantes son los siguientes:

1. Distribución de la población en México.

La tabla muestra, de la población total de las entidades, el porcentaje que vive en zonas urbanas.

Entidad	% población urbana
Aguascalientes	81
Baja California Sur	86
Chihuahua	85
Coahuila	90
Colima	89
Jalisco	87
México	87

Entidad	% población urbana
Morelos	84
Oaxaca	77
Quintana Roo	88
Sonora	86
Tamaulipas	88
Tlaxcala	80
Yucatán	84

De este conjunto de datos, ¿será más representativa la moda, la mediana o la media aritmética?

¿Por qué?

2. Población que habla alguna lengua Indígena.

En la tabla se presenta el número de hablantes de una lengua indígena por cada 1000 habitantes de cada entidad.

Entidad	Población hablante (x/1000)
Campeche	120
Chiapas	270
Durango	20
Guanajuato	3
Hidalgo	150
Michoacán	30
Nuevo León	10

Entidad	Población hablante (x/1000)
Querétaro	10
San Luis Potosí	100
Sinaloa	10
Tabasco	30
Veracruz	90
Yucatán	300
Zacatecas	4

De este conjunto de datos, ¿cuál de las tres medidas estudiadas (media aritmética, mediana o moda) puede ser más representativa?

¿Por qué?

3. Población infantil que trabaja.

De la población infantil total de las entidades, en la tabla se incluye el porcentaje de niños que trabajan.

Entidad	% población infantil trabajadora
Aguascalientes	10
Baja California	8
Chihuahua	8
Distrito Federal	6
Guerrero	20
México	8
Michoacán	18

Entidad	% población infantil trabajadora
Nayarit	17
Oaxaca	17
Puebla	17
Quintana Roo	17
Sonora	7
Tabasco	17
Zacatecas	18

De este conjunto de datos, ¿cuál medida será más representativa, la media aritmética, la mediana o la moda?

____

¿Por qué?

____

____

Consideraciones previas

De lo que se trata ahora es que los alumnos valoren en cada problema cuál es la medida de tendencia central que representa mejor la situación planteada.

Aquí será muy interesante conocer los argumentos que dan para elegir una u otra medida y la discusión en el grupo alrededor de estos temas.

En este Desafío se involucran muchas cosas que pueden servir a los alumnos de argumento (valores, conocimiento de las condiciones de su comunidad, etc.).

También es importante que los alumnos reflexionen sobre la importancia de los datos estadísticos en la toma de decisiones.

En la página:

http://cuentame.inegi.org.mx/monografias/default.aspx?tema=me se puede encontrar más información interesante de cada entidad, con la que se pueden plantear retos similares.

Vámonos entendiendo...

Medidas de tendencia central. Corresponden a valores que generalmente se ubican en la parte central de un conjunto de datos. Las medidas estadísticas pretenden "resumir" la información de la "muestra" para poder tener así un mejor conocimiento de la población. (Ellas permiten analizar los datos en torno a un valor central). Entre éstas están la media aritmética, la moda y la mediana.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Los jugos

55. Los jugos

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la expresión con punto decimal de una fracción común sencilla (medios, cuartos y décimos).

Consigna

Organizados en parejas y de acuerdo con la siguiente publicidad de diferentes marcas de jugos, hagan lo que se indica.

Néctar Feliz Envase de 0.500 litros $9	Néctar Feliz Envase de 0.250 litros $5	Néctar Feliz Envase de 0.750 litros $12	Jugo risitas Envase de 0.3 litros $8	Jugo risitas Envase de 0.5 litros $15	Jugo risitas Envase de 0.9 litros $25
Frutal Envase de 0.25 litros $4	Frutal Envase de 0.75 litros $12	Frutal Envase de 0.50 litros $8	Juguito Envase de 0.300 litros $5	Juguito Envase de 0.900 litros $15	Juguito Envase de 0.600 litros $10

1. Completen la tabla anotando el costo que se ve en el envase. Si no existe esa presentación, dejen vacío el espacio.

	$\frac{1}{4}$ litro	$\frac{3}{10}$ litro	$\frac{1}{2}$ litro	$\frac{6}{10}$ litro	$\frac{3}{4}$ litro	$\frac{9}{10}$ litro
Néctar Feliz						
Jugo Risitas						
Frutal						
Juguito						

2. Juan dice que 0.3 litros equivale a 1/3 de litro. ¿Están de acuerdo con él?

Argumenten su respuesta.

Consideraciones previas

Anteriormente los alumnos trabajaron números decimales escritos con punto decimal o como fracciones decimales cuyo denominador era 10, 100 o 1 000. Ahora se trata que inicien la conversión de fracciones comunes a números con punto decimal; por el momento, sólo se trabajan fracciones sencillas como medios, cuartos y décimos. Permita que trabajen en parejas y, cuando terminen, haga una confrontación de resultados.

En la publicidad, la cantidad de jugo está escrita con números con punto decimal, mientras que en la tabla aparece como una fracción decimal. Para determinar el precio, los alumnos tendrán que identificar cuál es la fracción decimal que corresponde a los números con punto. Muchos de los espacios de la tabla quedarán vacíos porque no hay las mismas presentaciones en todos los jugos. Los números se eligieron de tal manera que los estudiantes observen que hay varias maneras de representar una fracción decimal cuando se usa su notación con punto decimal. Por ejemplo, para 1/2 encontrarán 0.5, 0.50 y 0.500. Es importante que durante la confrontación de resultados se subraye este hecho; aunque parezca sencillo, las investigaciones reportan que para los alumnos no lo es.

Los alumnos podrán seguir diferentes procedimientos para completar la tabla, dependiendo de la fracción o el número con punto decimal que estén involucrados; en algunos casos será más fácil partir de la fracción hasta llegar al número con punto decimal y en otros, será más fácil proceder a la inversa. A manera de ejemplo, se presentan los siguientes casos:

- Para 0.25 es muy probable que los alumnos identifiquen que se trata de $\frac{1}{4}$.
- Para $\frac{9}{10}$ los alumnos podrán leer nueve décimos y buscar el número que use punto decimal y se lea igual, 0.9.
- Para 0.75 los alumnos podrán leer setenta y cinco centésimos, que con fracción se expresa $\frac{75}{100}$, y razonar: un cuarto de 100 es 25,

dos cuartos de 100 son 50, por tanto, tres cuartos de 100 son 75, la fracción equivalente es $\frac{3}{4}$, o bien, tal vez otros recuerden que las fracciones equivalentes se obtienen cuando al numerador y al denominador se les multiplica o divide por un mismo número y digan: $\frac{75}{100} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

Una estrategia experta para convertir una fracción a su expresión con punto decimal es dividir el numerador entre el denominador. Esta estrategia se trabajará en las próximas dos sesiones, pero si llega a surgir porque un alumno la sabe, se puede aprovechar para que se comente durante la confrontación de resultados.

La pregunta 2 tiene el propósito de introducir al alumno a las fracciones que no son decimales. Se llaman fracciones decimales a aquellas que pueden ser escritas con denominadores 10, 100, 1 000, etc. Los cuartos, medios, quintos y décimos son ejemplos de fracciones decimales. Si una fracción no puede ser escrita de esta manera, se dice que no es una fracción decimal. Por ejemplo, no existe ninguna fracción equivalente a $\frac{1}{3}$ cuyo denominador sea 10, 100, 1 000… entonces, $\frac{1}{3}$ no es una fracción decimal. En este momento no se pretende que se dé a los alumnos la información anterior, sólo hay que confrontar los argumentos que den para comprobar que no es 0.3. Algunos posibles argumentos son los siguientes:

- Si sumo tres veces $\frac{1}{3}$ obtengo 1 y si sumo tres veces 0.3, obtengo 0.9, que es menor que uno, así que no son iguales.
- $\frac{1}{3}$ es equivalente a $\frac{3}{9}$ que es diferente a $\frac{3}{10}$ (0.3).
- 0.3 es $\frac{3}{10}$ y no existe ninguna fracción equivalente a $\frac{1}{3}$ cuyo denominador sea 10.
- Si divido en la calculadora 1 entre 3 ($\frac{1}{3}$) se obtiene 0.33333… pero no 0.3, aunque son muy cercanos.

Es muy difícil que los alumnos den el último argumento porque implica concebir a la fracción como una división; no obstante, es probable que alguno lo use; de ser así, se puede aprovechar la oportunidad para trabajar esta idea con los alumnos porque es el propósito de la siguiente sesión.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Los listones 1

56. Los listones 1

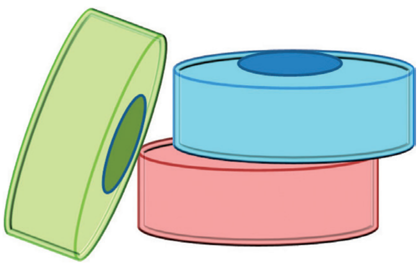
Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen que dividir el numerador entre el denominador, es una manera de hallar la expresión con punto decimal de una fracción.

Consigna

Se dividirán piezas de listón en partes iguales. Organizados en equipos, completen la siguiente tabla; deben dar el tamaño de la parte que resulta en metros.

Longitud de la pieza (m)	Número de partes iguales en que se va a cortar	Tamaño de cada una de las partes (m)
1	2	
1	4	
3	2	
5	4	
2	5	
4	5	
6	5	
8	5	
10	4	
10	5	



Consideraciones previas

Existen diferentes procedimientos para convertir una fracción común a su equivalente en decimal; una muy eficaz consiste en dividir el numerador entre el denominador de la fracción. A pesar de su sencillez, conceptualmente es muy difícil que los alumnos la comprendan. En esta sesión se pretende que los alumnos construyan esta noción con la situación de los listones.

Los números se eligieron de tal manera que en algunos casos no requieren hacer la división; por ejemplo, si se tiene un metro de listón y se corta en dos partes iguales, cada parte medirá $\frac{1}{2}$. Es muy probable que algunos alumnos lo expresen con fracción y otros con punto decimal; esto se aprovechará en la confrontación de resultados para afianzar lo visto en la sesión anterior. Hay casos que no son tan sencillos para los alumnos. Por ejemplo, cortar 6 metros de listón en 5 partes iguales, no resulta tan obvio, aunque se tiene el antecedente de que ya han trabajado la fracción para representar un reparto.

En este caso, los alumnos podrán seguir diferentes procedimientos, por ejemplo:

- Si fueran cinco metros entre cinco partes, cada parte sería de un metro. Entonces, el metro extra lo corto en 5 partes y da $\frac{1}{5}$ para cada parte. El resultado es $1\frac{1}{5}$ metros.
- Si fuera un metro y lo dividiera en cinco partes iguales, cada parte sería $\frac{1}{5}$. Como son 6 metros, tengo que considerar 6 veces un quinto, esto da como resultado $\frac{6}{5}$.
- Si coloco los seis metros juntos (uno al lado de otro) y mido los centímetros que debo cortar para obtener las 5 partes iguales, obtengo 6 pedazos de 20 cm, esto equivale a tramos de 1.2 metros o 120 cm.

Estos procedimientos surgen también cuando el alumno hace repartos de galletas o chocolates. Es muy importante que en la confrontación de resultados se pida a los alumnos que traten de mostrar por qué $1\frac{1}{5}$, $\frac{6}{5}$ y 1.2 representan la misma cantidad de listón.

Se espera que los alumnos noten que una manera de encontrar la medida de cada parte de listón es dividiendo la longitud de la pieza entre el número de partes y que esta división puede expresarse como fracción ($\frac{6}{5}$) o mediante una expresión decimal (1.2). En el caso de que se expresen como fracción, los alumnos observarán que el numerador es la longitud de la pieza del listón y el denominador es el número de partes iguales en que se va a cortar la pieza. Es importante que al término de la confrontación se formalicen estas ideas y si se considera necesario, se pondrán más ejemplos en los que el número de partes sea 2, 4, 5, 8, 10, pues son algunos de los denominadores que generan fracciones decimales.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

57. Los listones 2

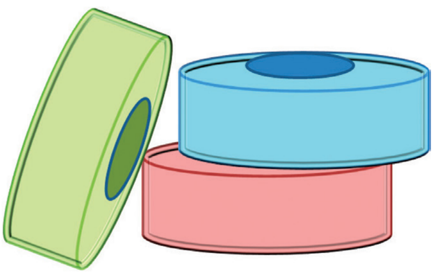
Intención didáctica

Que los alumnos expresen fracciones no decimales usando una aproximación expresada con punto decimal.

Consigna

Se dividirán piezas de listón de diferente longitud en partes iguales. Organizados en equipos, completen la siguiente tabla (recuerden dar el tamaño de la pieza en metros):

Longitud de la pieza (m)	Número de partes iguales en que se va a cortar	Tamaño de cada una de las partes, expresada como fracción (m)	Tamaño de cada una de las partes, expresada con punto decimal (m)
10	3		
10	6		
1	3		
1	6		
5	7		
5	9		
2	3		
2	6		



Consideraciones previas

En el Desafío anterior los alumnos construyeron algunas ideas que podrán usar para completar la tabla:

- El tamaño de cada parte es una fracción en la que el numerador es la longitud de la pieza y el denominador es el número de partes. Así, en el primer renglón, la respuesta con fracción es $\frac{10}{3}$, o bien, $3\frac{1}{3}$.
- El tamaño de cada parte puede obtenerse dividiendo la longitud de la pieza entre el número de partes; 10 entre 3 da como resultado 3.33333…

En todos los casos de esta tabla, los estudiantes obtendrán fracciones que no son decimales y por tanto, su expresión con punto decimal sólo puede aproximarse. No se trata de profundizar mucho en este sentido. Durante la confrontación de resultados, conviene que sólo se mencione que, al convertir una fracción en su expresión con punto decimal puede suceder que:

- Algunas fracciones tengan una parte decimal que se termina y se puede dar la expresión exacta, como las que se estudiaron en la sesión anterior, o bien,
- Otras fracciones tengan una parte decimal que tiene muchos decimales y sólo se puede dar una expresión aproximada con punto decimal.

Mientras los alumnos trabajan, se puede supervisar lo que están haciendo. En caso de que note que algunos alumnos no saben qué hacer, se les debe invitar a que recuerden lo que estudiaron en la sesión anterior. Se espera que los alumnos usen el procedimiento de dividir la longitud de la pieza entre el número de partes. Para abreviar el tiempo dedicado a las operaciones, se puede sugerir que usen la calculadora. Al utilizar este recurso, pensarán que el resultado es el que aparece en pantalla (un número decimal finito) y que está limitado al número de cifras que cabe en la pantalla de la calculadora; en estos momentos, los alumnos aún no saben que realmente el decimal es infinito, es decir, que no termina.

Es muy probable que, por ejemplo, cuando dividan 1 entre 6, los niños escriban el resultado tal y como aparece en la calculadora: 0.1666666. Lo que sí notarán es que en todos estos casos la pantalla de la calculadora se llena, lo que no ocurrió en los casos de la tabla anterior. Aun así, no tienen por qué saber que este valor es sólo una aproximación al valor exacto.

Para ayudar a los alumnos a descubrir que la notación con punto decimal que están escribiendo es sólo una aproximación, tal y como se hizo en la pregunta dos del primer desafío de esta secuencia, se puede pedir, por ejemplo, que si cada parte mide 0.1666666 metros y que son 6 partes, entonces al multiplicar en la calculadora estos dos números, debe dar el tamaño de la pieza, en este caso, un metro. Cuando los alumnos lo hagan, notarán que 0.166666 x 6 es igual a 0.999996, que es muy aproximado a 1, pero no es 1.

Durante la confrontación de resultados, invite a los alumnos a que comprueben si la expresión con punto decimal, al multiplicarse por el número de partes, da como resultado el tamaño de la pieza. Al finalizar la confrontación de resultados, puede formalizar que, en algunos casos, sólo la respuesta con fracción es exacta, pero la expresión con punto decimal nada más es una aproximación.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Cómo va la sucesión?

58. ¿Cómo va la sucesión?

Intención didáctica

Que los alumnos construyan sucesiones con progresión aritmética, geométrica y especial a partir de la regla de formación.

Consigna

En equipo, resuelvan los siguientes problemas:

1. Si una sucesión aumenta de 1.5 en 1.5, ¿cuáles son los primeros 10 términos si el primero es 0.5?

2. ¿Cuáles son los primeros 10 términos de una sucesión, si el primer término es $\frac{2}{3}$ y la diferencia entre dos términos consecutivos es $\frac{1}{6}$?

3. El primer término de una sucesión es $\frac{1}{3}$ y aumenta constantemente 0.5. ¿Cuáles son los primeros 10 términos de la sucesión?

4. La regularidad de una sucesión consiste en obtener el término siguiente multiplicando al anterior por 3. Si el primer término es 1.2, ¿cuáles son los primeros 10 términos de la sucesión?

5. ¿Cuáles son los 5 términos siguientes de la sucesión 1, 3, 6, 10, si la regla para obtenerlos es: "Un término se obtiene sumando al término anterior el número de su posición"?

Consideraciones previas

En grados anteriores los alumnos han trabajado bastante con sucesiones donde han analizado la regla existente entre sus elementos para encontrar términos faltantes o los siguientes. Ahora se les da la regla de la sucesión y ellos tendrán que determinar los números que la forman, además que ya se incluyen números fraccionarios y decimales.

Los problemas 1, 2 y 3 pertenecen a sucesiones con progresión aritmética, esto es, que entre los términos hay una constante **aditiva**, por ejemplo, en el caso del primer problema, los alumnos escribirán la sucesión que corresponde al patrón dado "aumenta de 1.5 en 1.5", sumado 1.5 al primer término 0.5 que es con el que inicia esta sucesión, luego, el término resultante (2) le volverán a sumar 1.5 para obtener el siguiente, y así sucesivamente hasta completar los 10 primeros términos.

En el caso del problema 4, se trata de una sucesión con progresión geométrica, porque la razón entre dos términos consecutivos es un **factor** constante (3). La dificultad de esta sucesión pasa por el tipo de operación a realizar (multiplicación de un número natural por un decimal). En este caso, es una buena oportunidad de verificar si los alumnos tienen consolidado este conocimiento.

Con respecto al problema 5, se trata de una sucesión especial ya que no tiene progresión aritmética ni geométrica. En este caso, es importante estar al pendiente de cómo están entendiendo los alumnos el problema; si es necesario, aclararles con un ejemplo, a qué se refiere el número de la posición de cada término.

Una vez que los alumnos han logrado escribir los cinco términos siguientes de la sucesión, conviene analizarla nuevamente con la finalidad de ver si pueden descubrir otra regularidad en ella que consiste en que cada término se obtiene sumándole lo que se le sumó al anterior más uno.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Así aumenta

59. Así aumenta

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen regularidades en sucesiones con progresión aritmética, con progresión geométrica y especial, y las apliquen para encontrar términos faltantes o términos cercanos de dichas sucesiones.

Consigna

Reunidos en parejas, escriban la regularidad que presenta cada sucesión y los términos que faltan.

a) $\frac{1}{16}, \frac{5}{16}, \frac{9}{16}, \frac{13}{16}, \_\_, \_\_; \_\_, \ldots$

Regularidad: ____

b) $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \_\_, \frac{5}{8}, \_\_, \_\_, \ldots$

Regularidad: ____

c) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, 1\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}, \_\_, \_\_, \_\_, \ldots$

Regularidad: ____

d) 0.75, 1.5,3, ____, 12, 24,____,____,...

Regularidad: ____

e) 2, 5, 10, 17, ____, ____, ____,...

Regularidad: ____

f) 0, 3, 8, 15, 24, ____, ____, 63, 80,…

Regularidad:

Consideraciones previas

Nuevamente los alumnos pondrán en juego lo que han aprendido en grados anteriores para determinar constantes aditivas y factores constantes (en los casos de sucesiones con progresión aritmética y con progresión geométrica), así como determinar regularidades de sucesiones cuyas progresiones no corresponden a ninguna de las mencionadas anteriormente.

Se espera que no tengan problema en enunciar las regularidades que presentan las sucesiones y que las apliquen para determinar algunos términos de las mismas. Por ejemplo, que escriban reglas como: "Para obtener un término, se le suma… al término anterior"; "Cada término se obtiene multiplicando al anterior por…"; "Cada término se obtiene sumándole, lo que se le sumo al término anterior, más dos."

En el primer caso, es probable que la mayoría de los alumnos escriban la siguiente regularidad: "Al numerador se le suma 4 y el denominador permanece igual" lo cual es correcto, sin embargo, habría que preguntarles cuál es la constante aditiva; es decir, qué número se le suma al término anterior para obtener el siguiente.

Los casos de los incisos b y c, también son de progresión aritmética.
Con respecto al inciso d, es una sucesión con progresión geométrica con un factor constante (2), porque para obtener un término, se multiplica por 2 al término anterior.

Las sucesiones de los incisos e y f son sucesiones de las denominadas especiales, porque, por ejemplo, en la sucesión del inciso e, la regularidad que se observa es que al primer término se le suma 3, al segundo, 5; al tercero, 7. Aquí se observa otra regularidad, es decir, lo que se va sumando, va de 2 en 2. Esto, dicho de otra manera es que cada término se obtiene sumándole lo que se le sumó al término anterior más dos. En caso de que los alumnos no lleguen a esta forma de plantear la regularidad, se les puede ayudar con esquemas como el siguiente:

e)

$$2 \xrightarrow{+3} 5 \xrightarrow{+5} 10 \xrightarrow{+7} 17, \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_, \ldots$$

3 5 7

2 2

En el caso del inciso f, se espera que los alumnos puedan determinar que los términos faltantes son 35 y 48.

Para consolidar lo aprendido, se les podría pedir que inventen sucesiones y que luego las intercambien con otros compañeros para que encuentren términos faltantes. También, se podría plantear problemas en los que los alumnos determinen si un cierto número pertenece o no a la sucesión. Por ejemplo:

¿El número 11 es un término de la siguiente sucesión? ¿Por qué?

Sucesión: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8,...

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Partes de una cantidad

60. Partes de una cantidad

Intención didáctica

Que los alumnos relacionen el cálculo de $\frac{n}{m}$ partes de una cantidad, con la multiplicación y la división.

Vámonos entendiendo...

La expresión $\frac{n}{m}$ *partes de una cantidad* es una generalización, representa una fracción de una cantidad, por ejemplo, "$\frac{2}{3}$ partes de los 48 alumnos son mujeres". Para realizar este cálculo pueden utilizarse la multiplicación y la división de naturales.

Consigna

Organizados en equipos, resuelvan los problemas:

1. En un grupo de 36 alumnos, $\frac{1}{3}$ son menores de 10 años de edad. ¿Cuántos tienen 10 o más años de edad?

¿Qué parte del grupo tiene 10 o más años de edad?

2. En toda la escuela hay 230 alumnos, de los cuales $\frac{3}{5}$ son mujeres. ¿Cuántos alumnos de la escuela son hombres?

¿Qué parte de los alumnos de la escuela son hombres?

3. De los 45 alumnos que hay en otro grupo, 9 obtuvieron calificación mayor que ocho. ¿Qué parte del grupo obtuvo ocho o menos de calificación?

4. En la Zona escolar hay 15 escuelas a las que asisten en total 3 760 alumnos. Del total de alumnos, 2 820 tienen más de dos hermanos. ¿Qué parte del total de alumnos tienen dos hermanos o menos?

Consideraciones previas

Es conveniente hacer una puesta en común para cada problema, una vez que la mayoría de los equipos logre obtener una respuesta. Para responder las preguntas del primer problema se puede pensar que los alumnos con 10 o más años de edad son $\frac{2}{3}$ de 36, puesto que los que tienen menos de 10 son $\frac{1}{3}$. Es muy probable que los alumnos calculen primero cuánto es $\frac{1}{3}$ de 36, por la facilidad de asociar $\frac{1}{3}$ con la división entre tres. Una vez que saben cuánto es $\frac{1}{3}$ de 36, pueden simplemente restar esta cantidad a 36 para obtener el resultado, probablemente sin reparar en que dicho resultado representa $\frac{2}{3}$ de 36, para eso sirve la segunda pregunta.

Los alumnos que opten por calcular $\frac{2}{3}$ de 36 seguramente calcularán $\frac{1}{3}$ y multiplicarán el resultado por dos. Estos alumnos contestarán la segunda pregunta antes que la primera. Lo que importa de este procedimiento es resaltar las dos operaciones que se efectúan para calcular $\frac{2}{3}$ de 36, una división (entre 3) y una multiplicación (por 2). Aquí, una pregunta interesante es: ¿Qué pasa si primero multiplicamos por dos y después dividimos entre tres? Se trata de hacer notar que en este encadenamiento de operaciones (multiplicación-división) no importa el orden en el que se realicen.

El segundo problema es similar al primero, sólo que la cantidad base es mayor (230) y no hay entre los datos una fracción unitaria (con numerador uno), aunque es muy probable que la utilicen.

El tercer y cuarto problemas son distintos, digamos que es el problema inverso a los anteriores, se trata, en el primer caso, de averiguar qué parte de 45 es 9 y en el segundo qué parte de 3760 es 2820, es equivalente a preguntar qué por ciento de 45 es 9, o bien, qué por ciento de 3760 es 2820, sólo que en el caso que nos ocupa la respuesta es una fracción.

En ambos problemas (3 y 4) los alumnos pueden proceder por tanteo. En el problema tres se puede, con cierta facilidad, saber que 9 es $\frac{1}{5}$ de 45, por tanto la respuesta es $\frac{4}{5}$. En el cuarto problema los alumnos podrían descartar $\frac{1}{2}$, porque claramente 2820 es más que la mitad de 3760. Quizá prueben con $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, hasta que encuentren la fracción buscada. Para esto tienen que dividir y multiplicar.

Otra posibilidad para encontrar la respuesta en el cuarto problema es dividir 2820 entre 3760. En realidad la pregunta, ¿qué parte de 3760 es 2820? Se contesta con la fracción $\frac{2820}{3760}$, que simplificada es igual a $\frac{3}{4}$. Esto es similar a decir, ¿qué fracción de 4 es 2? La respuesta es $\frac{2}{4}$ que es igual a $\frac{1}{2}$. ¿Por qué sucede esto? Porque 2 partes de un total de 4 es $\frac{2}{4}$ o $\frac{1}{2}$ o el 50%.

Si surge el procedimiento anterior vale la pena analizarlo con detalle y relacionarlo con otros contenidos como el porcentaje, que los niños ya han estudiado.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

61. Circuito de carreras

Intención didáctica

Que los alumnos descubran la equivalencia entre las expresiones "$\frac{a}{b}$ de n" y "$\frac{a}{b}$ veces n".

Consigna 1

El dibujo ilustra un circuito de carreras cuya longitud es de 12 kilómetros. Con base en esta información, anoten las cantidades que hacen falta en la tabla. Trabajen en equipo.

Número de vueltas	1	2	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{3}$
Kilómetros recorridos	12								

Consigna 2

Ahora, con sus compañeros de equipo contesten las preguntas.

a) Un ciclista recorrió todo el circuito $3\frac{1}{2}$ veces. ¿Cuántos kilómetros recorrió?

¿Cuántas vueltas?

b) Otro ciclista recorrió el circuito $1\frac{1}{4}$ veces. ¿Cuántos kilómetros?

¿Cuántas vueltas?

c) Un tercer ciclista recorrió $\frac{3}{4}$ veces el circuito. ¿Cuántos kilómetros?

¿Cuántas vueltas?

Consideraciones previas

Se sugiere hacer sólo una puesta en común, cuando la mayoría de los alumnos hayan contestado la tabla y las preguntas, con la finalidad de que al resolver ambas partes caigan en cuenta que, "veces que se recorre el circuito" y "número de vueltas", pueden expresarse tanto con números naturales como con números fraccionarios y que ambas expresiones equivalen, en este caso, a $\frac{a}{b}$ de 12. Por ejemplo, puede decirse que un ciclista recorrió la pista $1\frac{1}{3}$ veces, que dio $1\frac{1}{3}$ vueltas o que recorrió $1\frac{1}{3}$ de 12 o $\frac{4}{3}$ de 12 kilómetros.

Es importante enfatizar que la palabra "veces" suele asociarse a la multiplicación, por ejemplo, 3 x 12 equivale a decir 3 veces 12, también puede usarse en el caso de las fracciones, tanto mayores como menores que uno. Por ejemplo $2\frac{1}{2}$ veces 12, equivale a $2\frac{1}{2} \times 12 = 30$, así como $\frac{1}{2}$ veces 12 es equivalente a $\frac{1}{2} \times 12 = 6$.

Ahora bien, en el caso de los naturales, 3 x 12 y 3 veces 12, no son expresiones equivalentes a "3 de 12", porque ésta última se interpreta como $\frac{3}{12}$. Sin embargo, en el caso de las fracciones, las tres expresiones son equivalentes, así $\frac{1}{3}$ veces 12, $\frac{1}{3} \times 12$ y $\frac{1}{3}$ de 12, dan como resultado 4.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

62. Plan de ahorro

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen y usen el significado de las expresiones "$\frac{a}{b}$ *de n*", "$\frac{a}{b}$ *veces n*" y "$\frac{a}{b}$ *x n*".

Consigna

Organizados en equipos, resuelvan los problemas.

1. Manuel tiene un pequeño negocio y ha decidido ahorrar $\frac{2}{5}$ de la ganancia del día. Anota en la tabla las cantidades que faltan.

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
Ganancia	$215.00	$245.00		$280.00		$504.00
Ahorro			$122.00		$168	

2. A Yoatzin le gusta correr en el Parque de Los viveros, en el que hay un circuito de 3 km de longitud. Primero camina $\frac{1}{2}$ de vuelta, luego trota $\frac{2}{3}$ de vuelta, después corre $1\frac{1}{3}$ vueltas y finalmente camina $\frac{1}{6}$ de vuelta. ¿Cuántos kilómetros recorre Yoatzin en total?

3. Calculen los resultados de las siguientes expresiones.

a) $\frac{3}{5}$ de 256 =

b) $\frac{3}{8}$ de 824 =

c) $\frac{4}{5}$ de 90 =

d) $\frac{2}{3}$ x 24 =

e) $\frac{3}{4}$ x 56 =

f) $2\frac{1}{2}$ veces 15 =

Consideraciones previas

Se sugiere realizar una puesta en común para analizar los resultados de la tabla, otra para el problema de Yoatzin y una más para los ejercicios de cálculo.

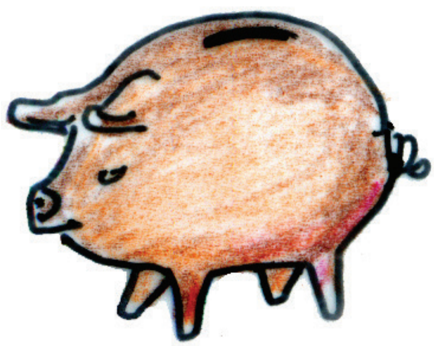
Es de esperarse que, después del trabajo realizado con los dos Desafíos anteriores, los alumnos no tengan dificultad para calcular expresiones de la forma $\frac{a}{b}$ *de n*, es decir, obtener una fracción de una cantidad. Sin embargo, hay en la tabla dos casos en los que los datos son la fracción ($\frac{2}{5}$), y el resultado de aplicar esa fracción a una cantidad, hace falta saber de qué cantidad se trata.

Un razonamiento posible es, en el primer caso, si 122 corresponde a $\frac{2}{5}$, 61 corresponde a $\frac{1}{5}$, por tanto, la cantidad base, formada por $\frac{5}{5}$, es 61 x 5 = 305. La idea fundamental para resolver la tabla consiste en pensar que las ganancias corresponden al total, representado en este caso por $\frac{5}{5}$.

Es probable que el segundo problema resulte más complicado, porque hay que realizar varios cálculos y después sumar los resultados. Además, hay que tener presente que cuando se dice “vuelta” nos referimos a 3 kilómetros. Una posible vía de solución consiste en calcular ($\frac{1}{2}$ de 3) + ($\frac{2}{3}$ de 3) + (1 $\frac{1}{3}$ veces 3) + ($\frac{1}{6}$ de 3), lo que es igual a $1\frac{1}{2}$ km + 2 km + 4 km + $\frac{1}{2}$ km, en total, 8 km.

Otra posibilidad es sumar primero todas las fracciones $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + 1\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 2\frac{2}{3}$. Ahora bien, $2\frac{2}{3}$ veces 3, o $2\frac{2}{3} \times 3 = 8$.

La tercera actividad es claramente para fortalecer las técnicas, pero vale la pena detenerse y analizar con cuidado los casos en los que surgen resultados diferentes.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

63. Cuerpos idénticos

Intención didáctica

Que los alumnos reflexionen sobre las características de una pirámide o un prisma, ante la necesidad de trazar el desarrollo plano, recortarlo y armarlo.

ANTES

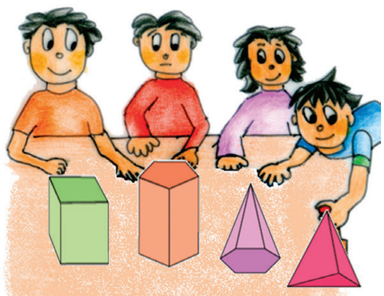
Antes de iniciar el trabajo con el Desafío asegúrese que los equipos cuentan con:

- Una cartulina, tijeras, pegamento, juego de geometría.
- Cajas de diferente tamaño en forma de prismas, pirámides y un cubo(pueden ser cajas de medicinas, de regalos, de chocolates, etc.

Consigna

Organicen equipos para realizar la siguiente actividad.

Armen con la cartulina un cuerpo geométrico igual al que se les dará. Debe ser idéntico al modelo en forma y tamaño, pero no pueden desarmarlo para copiarlo.



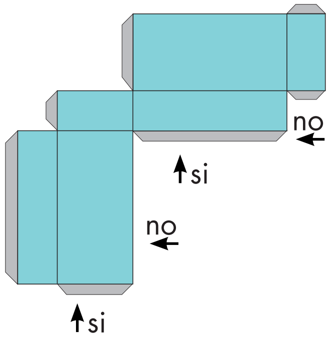
Consideraciones previas

Los alumnos analizarán el cuerpo geométrico para observar cuántas caras lo forman, qué forma tienen y cuáles son las medidas que considerarán para armar un cuerpo igual. Es posible que algunos equipos decidan hacer las caras por separado y luego unirlas una por una para armar el cuerpo. También pueden tratar de identificar la disposición en la que deben trazar las caras para armar el cuerpo con una sola pieza.

Al indicar a los alumnos que no desarmen el cuerpo geométrico se pretende realizar un análisis más profundo sobre la forma de las caras, sus medidas y la disposición de las mismas en un prisma o una pirámide.

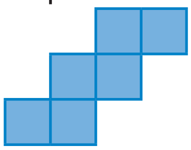
Es importante que los equipos muestren el cuerpo geométrico que sirvió como modelo y el que construyeron. En la confrontación grupal pueden platicar cómo lo hicieron, y si lograron o no el propósito. En el segundo caso conviene analizar cuál fue el error.

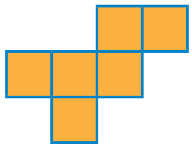
Si se observa que los alumnos tienen dificultad para usar el juego de geometría y para trazar determinada figura, se les puede apoyar en este aspecto. Quizá convenga un repaso grupal de algunos trazos básicos, por ejemplo: líneas paralelas, líneas perpendiculares, rectángulos, etcétera.



También es importante subrayar la eficacia de construir el cuerpo de una sola pieza (patrón o desarrollo plano), así como analizar dónde deben ir las "pestañas", para lo cual conviene realizar algún ejercicio de imaginación espacial a partir de un desarrollo plano propuesto. Esta actividad debe propiciar que los alumnos imaginen cuáles caras se pegan para formar una arista. Hay que considerar que las pestañas se van colocando alternadamente, de manera que en un lado sí se coloquen y en otro no, como se muestra.

Ya que los equipos tienen diferentes cuerpos geométricos, quizás no surjan diferentes desarrollos planos o patrones para armar el mismo cuerpo, por lo tanto, se sugiere que el maestro muestre a los alumnos varias opciones. El cubo es un ejemplo, ya que existen 11 patrones. Dos de ellos son:





Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

El cuerpo oculto

64. El cuerpo oculto

Intención didáctica

Que los alumnos analicen cuál es la información necesaria para poder construir un cuerpo geométrico, sin tenerlo a la vista.

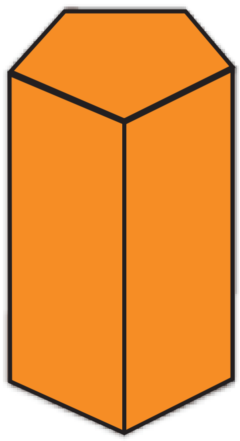
ANTES

Antes de iniciar la actividad el docente habrá de contar con los siguientes materiales para entregar a los equipos:

- Cajas en forma de prismas y pirámides diferentes (cajas de medicinas, regalos, chocolates, etc.) en cantidad suficiente para entregar una a cada equipo. Pueden ser los cuerpos utilizados en la sesión anterior, incluyendo un cubo.
- Solicite a los alumnos su juego de geometría, cartulina, tijeras y pegamento.

Consigna

En esta actividad se les entregará un cuerpo geométrico.



- Organicen equipos y eviten que los demás vean el cuerpo que les tocó.
- Después, en una hoja, escriban un mensaje para que otro equipo arme un cuerpo idéntico al que ustedes tienen.
- El mensaje puede contener dibujos, medidas y texto en palabras. Cuando tengan listo su mensaje lo darán a otro equipo y ustedes recibirán uno similar para armar un cuerpo.
- Al terminar, comparen sus cuerpos geométricos con el modelo original y analicen si son iguales en forma y tamaño. Si hubo falla, identifiquen cuál fue.

Consideraciones previas

Los alumnos elaborarán sus mensajes con lo que consideren necesario para que otro equipo pueda armar un cuerpo idéntico al que tienen. Es muy probable que en los primeros mensajes no se incluya toda la información necesaria para armar el cuerpo geométrico idéntico, por ello se sugiere que la actividad se repita al menos otra ocasión.

Es importante que los equipos muestren y analicen cómo escribieron sus mensajes, qué características de los cuerpos consideraron y los datos que incluyeron. Asimismo, se sugiere que se analicen algunos de los mensajes que no permitieron armar los cuerpos, para que se identifique si el error estuvo en la falta de información, en información errónea, en la interpretación del mensaje, en el trazado de las figuras, etcétera.

Es probable que los alumnos dibujen la representación plana del cuerpo geométrico indicando las medidas; también es probable que algunos se animen a hacer el desarrollo plano (patrón), que redacten textos en los que describan la forma y número de caras con sus medidas o escriban el nombre del cuerpo con las dimensiones necesarias.

El trabajo geométrico radica no sólo en la identificación de la información necesaria para que otro equipo pueda construir el cuerpo, sino también en la habilidad del equipo receptor para interpretar el mensaje y en la destreza que tenga para usar el juego de geometría.

Si se detectan problemas en esto último, es importante apoyarlos recordándoles cómo trazar un cuadrado, un triángulo, un hexágono con ciertas medidas, etc. Incluso, si se considera necesario, se puede detener la actividad y explicar a todo el grupo algunos trazos básicos.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

65. ¿Cuál es el bueno?

¿Cuál es el bueno?

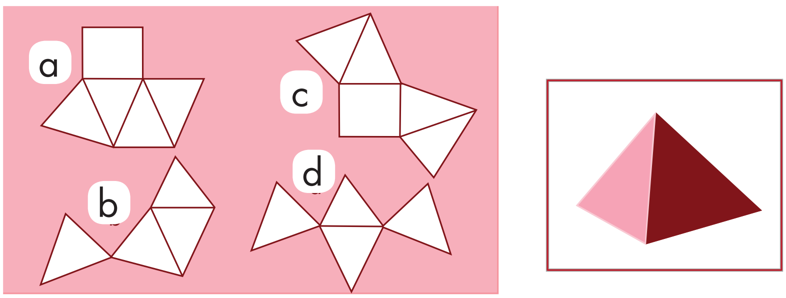
Intención didáctica

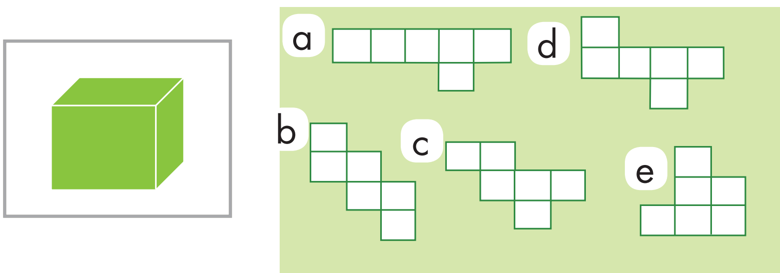
Que los alumnos utilicen la imaginación espacial para identificar y completar desarrollos planos que pueden dar origen a un cuerpo geométrico determinado.

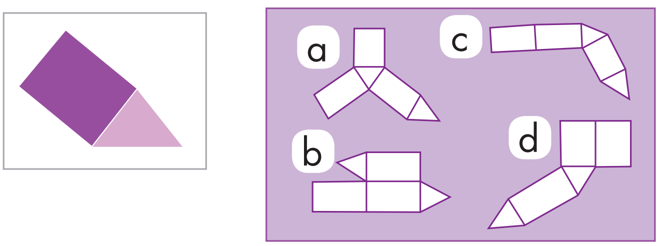
Consigna

Organicen parejas para realizar las siguientes actividades.

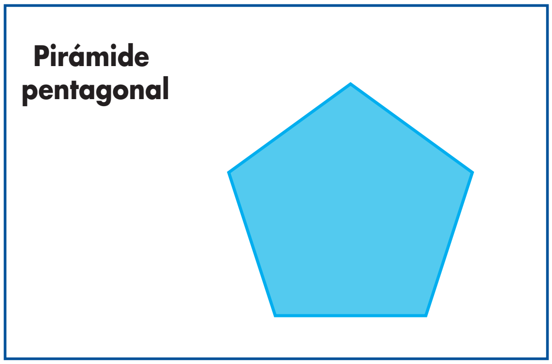
1. Seleccionen los desarrollos planos con los que se puede armar cada cuerpo geométrico.

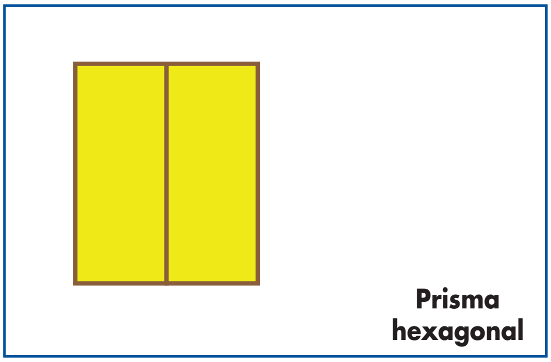


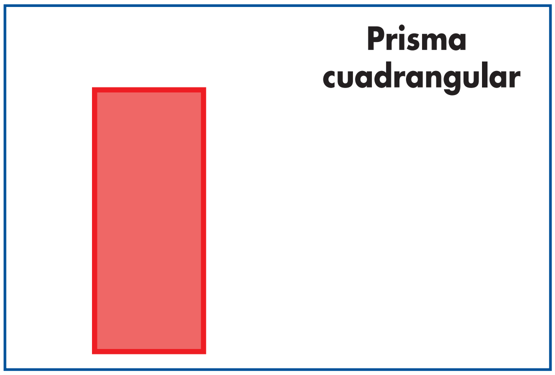




2. Copien en su cuaderno las figuras y dibujen las caras necesarias para completar el desarrollo plano con el que se puede construir el cuerpo geométrico que se menciona.







Consideraciones previas

Para la primera actividad, es importante que los alumnos intenten seleccionar los desarrollos planos que sí permiten la construcción del cuerpo geométrico recurriendo solamente a la imaginación. Si alguna pareja intenta calcar, recortar y armar los desarrollos planos para comprobar si se puede o no formar el cuerpo, se les invitará a que recurran a esto sólo para comprobar si sus respuestas fueron correctas cuando hayan terminado de resolver los tres casos.

Es probable que en la primera actividad se enfrenten al problema de pensar que se trata de pirámide triangular en lugar de cuadrangular y con base en esto elijan el desarrollo plano, sin embargo sólo uno permite la construcción. En el caso del cubo, los desarrollos a y e no permiten su construcción y para el prisma triangular, los que tienen las letras b y c, tampoco son útiles.

Cuando los equipos decidan que uno de los desarrollos es el adecuado, habrá que decirles: *¿cómo les mostrarías a tus compañeros que éste es el correcto?* Esto seguramente propiciará que traten de construir el cuerpo y compararlo con la imagen presentada.

En la segunda actividad, para desarrollar los patrones de los tres cuerpos geométricos, los alumnos necesitan considerar varios aspectos; por ejemplo, cuáles y cuántas figuras geométricas necesitan dibujar para cubrir la totalidad de cada cuerpo, y la forma como deben estar dispuestas para que sea posible construirlos. Si bien es importante que ellos al dibujar mantengan la escala de las figuras que se incluyen, en esta ocasión, lo relevante es que los desarrollos planos que propongan realmente puedan dar origen a los cuerpos geométricos.

Hay que tener presente que siempre es necesario "obligar" a los alumnos a que se hagan responsables de sus resultados o respuestas. Es decir, hay que pedirles siempre que digan por qué dan determinada respuesta.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

66. ¿Conoces a π?

Intención didáctica

Que los alumnos obtengan la medida de la circunferencia y el diámetro de varios círculos y adviertan que el cociente del primero sobre el segundo es una constante llamada π y que reconozcan al producto de π por la longitud del diámetro como un procedimiento más para calcular la longitud de la circunferencia.

ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese que los equipos cuentan con:

- 5 objetos circulares que tengan un diámetro de 8 cm o mayor: (tapas de frascos, cinta adhesiva, jarras, botellas, platos, etc.)
- Cordón, estambre, agujeta, cuerda o lazo delgado que alcance para rodearlos.
- Una regla o cinta métrica para que puedan medir la longitud del cordón.

Consigna

Organizados en equipos realicen la siguiente actividad y después contesten lo que se pide.

Utilicen un hilo o una cuerda para medir la circunferencia y el diámetro de los objetos que tienen en su mesa; después obtengan las medidas que se piden en la tabla.

Pueden auxiliarse de una calculadora y usen sólo dos cifras decimales para expresar el cociente.

Objeto	Medida de la circunferencia (cm)	Medida del diámetro (cm)	Cociente de la circunferencia entre el diámetro (cm)

a) ¿Cómo son los resultados de los cocientes?

b) ¿A qué crees que se deba esto?

c) ¿Cómo calcularían la medida de la circunferencia si conocen la medida del diámetro?

Consideraciones previas

Ya desde quinto grado, los alumnos trazaron círculos y analizaron la diferencia entre círculo y circunferencia. También ubicaron el centro, el radio y el diámetro, así que en este momento se espera que no haya dificultad en ubicar el diámetro.

No se espera que la ubicación sea precisa, ya que no cuentan con el centro del círculo, pero sí puede verificarse que sea cercana a éste.

Es muy probable que algunos cocientes sean 3.14, pero algunos otros no; sin embargo, los cocientes que obtengan, sobre todo si lo hacen con calculadora, rondarán entre 3.1388888, 3.1363636, etc., aunque se les pidió que sólo registraran dos cifras decimales, pueden comentar que estas cantidades son muy cercanas a 3.14 que es la medida que se ha tomado como el valor de π (Pi).

Una vez que los alumnos han hecho el ejercicio de medir la longitud de la circunferencia, la del diámetro y obtenido el cociente, se les pedirá que respondan las preguntas.

En la primera se esperarían respuestas como: "son iguales", "son casi iguales", "se parecen", etc.

En la segunda pregunta interesa que los alumnos puedan establecer que hay una relación estrecha entre la medida del diámetro y la medida de la circunferencia. Esto es, que el diámetro cabe **tres** veces en la circunferencia **más** un pedacito; y que este pedacito equivale aproximadamente a 14 centésimos.

Finalmente se les puede explicar a los alumnos que se ha establecido que a esta relación entre el diámetro y la circunferencia se le dé el nombre de Pi y se represente con una letra griega que lleva ese nombre (π).

Es probable que algunos niños hayan escuchado o aprendido en grados anteriores que el valor de π es 3.1416, así que se les puede platicar que en realidad existe un acuerdo para manejar el valor de π con dos o con cuatro decimales, pero que en realidad consta de muchos números más (3.14159265358979323 8…)

La última pregunta es para que reflexionen acerca de esta relación y puedan concluir que si conocen la medida del diámetro de un círculo, entonces pueden calcular su perímetro (longitud de la circunferencia) al multiplicar esa medida por las veces que cabe en ella.

Dicho de otra forma, es así como surge la fórmula para calcular la longitud de la circunferencia (el perímetro del círculo): $P = \pi \times d$

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

67. ¿Para qué sirve π?

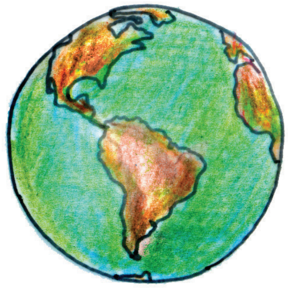
Intención didáctica

Que los alumnos usen la relación entre la circunferencia y el diámetro para resolver problemas.

Consigna

Organizados en equipos resuelvan los siguientes problemas. Pueden auxiliarse de su calculadora.

1. Si el diámetro de la Tierra es de 12 756 km, ¿cuál es la medida de su circunferencia?



2. Si la medida de la circunferencia de una glorieta es de 70 m, ¿cuánto mide su diámetro?

3. De la casa de Pancho a la de José hay una distancia de 450 m. Si vas en una bicicleta cuyas ruedas tienen un diámetro de 41.5 cm, ¿cuántas vueltas darán éstas de la casa de Pancho a la de José?

Consideraciones previas

En el Desafío anterior ya advirtieron que multiplicando el valor aproximado de π por la longitud del diámetro, se puede obtener la medida de la circunferencia; ahora deberán usar esta relación para obtener alguno de los valores involucrados en ella.

Para el primer caso, se trata de calcular el valor de la circunferencia, utilizando el producto de π por la medida del diámetro. Se sugiere usar dos cifras decimales (3.14) para el valor de π.

En el segundo caso, a diferencia del primero, se pide calcular el valor del diámetro, dado el valor de la circunferencia. Para obtener el resultado se parte de la misma relación ($C = \pi \times d$); una vez sustituidos los valores conocidos se tiene:

$$70 = 3.14 \times d$$

Es probable que aun teniendo la expresión anterior, los alumnos no sepan cómo obtener el valor del diámetro; si es así, puede plantearse la siguiente situación.

Dado que la circunferencia es 3.14 veces la medida del diámetro, en consecuencia, para obtener su valor, se multiplica la longitud del diámetro por 3.14; entonces, *¿qué parte representa el diámetro respecto a la circunferencia? ¿Qué operación debe hacerse para obtener el valor del diámetro, dado el valor de la circunferencia? ¿Cómo se obtiene un factor desconocido cuando se conoce el otro factor y el producto?* Incluso, se podría plantear una operación sencilla como $4 \times 3 = 12$ y preguntar, si se desconociera cualquiera de los dos factores, ¿qué operación permitiría calcular su valor? Se espera que concluyan que el diámetro es aproximadamente la tercera parte de la circunferencia; en consecuencia, el diámetro puede obtenerse dividiendo la medida de la circunferencia entre 3.14.

Para el tercer problema, además de calcular la longitud de la circunferencia de las llantas, hay que averiguar cuántas veces cabe esta longitud en 450 metros, distancia que separa las casas de Pancho y José. El error que puede aparecer en este problema es que los alumnos se olviden de convertir los metros en centímetros para realizar la división.

Es importante reconocer y analizar expresiones usuales en las que se utiliza la longitud del diámetro de un objeto, por ejemplo:

- Para conectar el drenaje se necesita un tubo de PVC de 4 pulgadas.
- Debo perforar con una broca de $\frac{3}{4}$ de pulgada.
- En mi jardín hay una manguera de $\frac{1}{2}$ pulgada.
- El grosor del tubo del pozo es de 12 pulgadas.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

68. Cubos y más cubos

Intención didáctica

Que los alumnos relacionen el concepto de volumen con la cantidad de cubos que forman un cuerpo geométrico.

ANTES

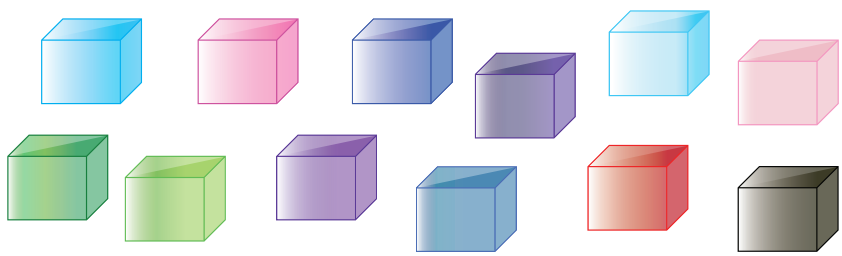
Antes de iniciar la actividad asegúrese que los equipos cuentan con:

- 40 cubos de plástico o madera de igual tamaño.

Si no se cuenta con cubos forme equipos de cinco alumnos y con anticipación pida a cada uno que arme con cartulina 8 cubos de 3 cm de arista. También se pueden pedir dados del mismo tamaño.

Consigna

Organizados en equipos construyan 5 prismas diferentes con los cubos que tienen. Pueden usar todos los cubos o sólo algunos. Posteriormente completen la siguiente tabla.



Prisma	Número de cubos (largo)	Número de cubos (ancho)	Número de cubos (altura)	Volumen: número total de cubos que forman el prisma
A				
B				
C				
D				
E				

Consideraciones previas

La intención de esta actividad es que los alumnos relacionen la idea de volumen de un prisma con el número de cubos que lo forman. No importa el tamaño de estos cubos pues, por el momento, se tomarán como unidad arbitraria de medida. No obstante, se pide que los alumnos cuenten los cubos que tienen sus prismas en sus tres dimensiones (largo, ancho y altura). Tampoco es propósito de este Desafío que lleguen a expresar la fórmula largo x ancho x altura, aunque es probable que algunos alumnos lo noten y no tengan que contar el total de cubos para completar la última columna.

Se podrá hacer una tabla en el pizarrón y anotar los resultados de diferentes equipos. Una de las cuestiones a resaltar en la puesta en común es la equivalencia de prismas:

Prisma	Número de cubos (largo)	Número de cubos (ancho)	Número de cubos (altura)	Volumen: número total de cubos que forman el prisma
A	5	4	2	40
B	4	2	5	40

Se espera que los alumnos noten que se trata del mismo prisma, por ello es importante preguntarles si son iguales o diferentes. Otra actividad interesante, una vez que se ha completado la tabla en el pizarrón con las medidas de varios prismas, es cubrir (o borrar) alguno de los números y que los alumnos calculen el número borrado. En esta actividad también pueden omitirse dos números, situación que invitará a explorar las diferentes posibilidades para completarlos.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

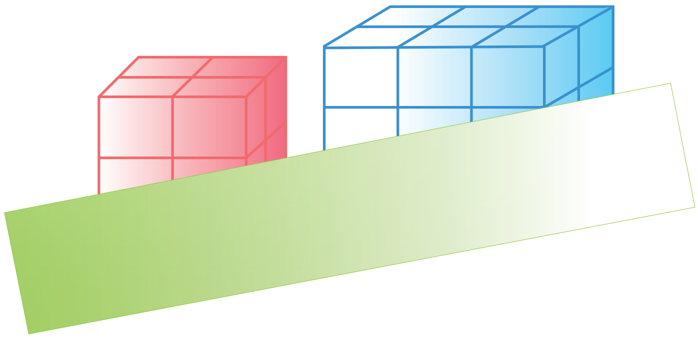
69. ¿Qué pasa con el volumen?

Intención didáctica

Que los alumnos usen la relación entre el largo, el ancho y la altura de un prisma con el volumen del mismo.

Consigna

Organizados en parejas consideren los siguientes prismas para responder las preguntas.



a) ¿Cuál de ellos podría tener un volumen equivalente a 18 cubos?

b) Si la altura de ambos equivale a 4 cubos, ¿cuál es la diferencia de sus volúmenes?

c) Si duplican el número de cubos a lo ancho de cada cuerpo, ¿en cuánto se incrementa su volumen?

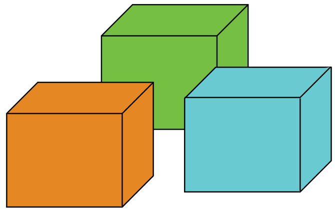
d) Si duplican el número de cubos a lo largo y a lo ancho, ¿en cuánto aumenta su volumen?

Consideraciones previas

En el Desafío anterior los alumnos tuvieron la oportunidad de calcular volúmenes contando cubos; en esta sesión se avanza porque hay obstáculos para que puedan contar todos los cubos. También se predice lo que ocurre al variar alguna o algunas de las medidas de los prismas, siempre en el contexto de calcular los volúmenes mediante el conteo de cubos.

Mientras las parejas trabajan, el docente puede observar lo que hacen y si nota que alguna pareja tiene problemas para contestar las preguntas, puede proporcionar algunos cubos para que los alumnos exploren lo que se les indica. Sobre todo en las dos últimas preguntas, se les puede pedir que anticipen la respuesta y después la comprueben construyendo el prisma que se indica.

Es muy común que los alumnos crean que si se duplican las dimensiones de un cuerpo, su volumen también se dúplica.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

70. Cajas para regalo

Intención didáctica

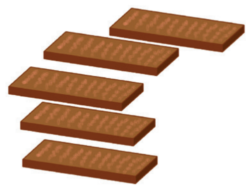
Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen la idea de volumen de un prisma como la cantidad de cubos que lo forman.

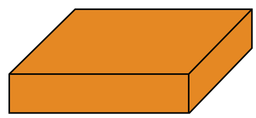
Consigna

Organizados en parejas resuelvan los siguientes problemas.

1. Anita compra 30 chocolates de forma cúbica, cuyas aristas miden 1 cm. Desea envolverlos para regalo en una caja que tenga forma de prisma rectangular.

a) ¿Cuáles pueden ser las medidas de la caja, de tal manera que al empacar los chocolates no falte ni sobre lugar para uno más?

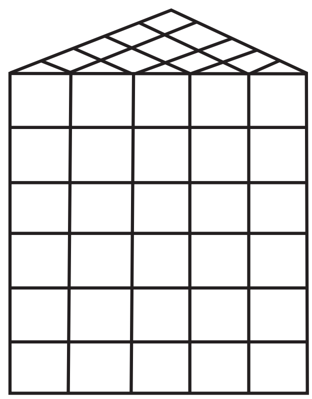




b) ¿Es posible empacar tal cantidad de chocolates en una caja de forma cúbica, sin que sobre o falte espacio para uno más?

- Si la respuesta es sí, ¿cuáles tendrían que ser las medidas de la caja?

- Si la respuesta es no, ¿por qué?



2. ¿Cuál es el volumen, en cubos, del siguiente prisma triangular?

Consideraciones previas

El primer problema representa un avance conceptual del alumno con referencia al volumen por las razones siguientes:

- En las primeras dos sesiones se calculó el volumen de cuerpos contando cubos. “Las medidas” de los prismas se determinaron según el número de cubos (largo, ancho y altura).
- En el inciso a) ya no se pide cuántos cubos se pondrán en cada dimensión. Se pregunta directamente las medidas de la caja.

El problema pretende que el alumno encuentre medidas lineales (centímetros), que al multiplicarlas den como resultado otra medida que él aún no ha trabajado (centímetros cúbicos).

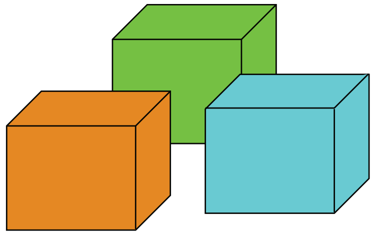
Lo anterior pudiera parecer trivial, debido a que estamos acostumbrados a calcular volúmenes de prismas rectangulares multiplicando el largo, el ancho y la altura, sin embargo no es sencillo entender por qué tres medidas lineales forman una medida cúbica.

La cuestión, dicha de otra forma, es entender por qué la medida de tres segmentos, al multiplicarlas, da una medida de volumen.

Por lo anterior se debe permitir que los alumnos que así lo requieran, sigan dando las dimensiones de la caja en “número de chocolates o cubos”.

Es probable que algunos imaginen los cubos de un centímetro acomodados de cierta forma y den la medida de la caja en centímetros lineales. Esto enriquecerá el momento de compartir los cálculos, ya que el maestro podrá comentar con los alumnos que ambos resultados son correctos.

El segundo problema implica otro avance: las unidades cúbicas no tienen por qué estar completas y los alumnos podrán compensar las mitades de cubos para formar unidades. Se trata de una analogía que hace referencia al cálculo de áreas formadas por cuadrados y partes de cuadrados. El papel que juega la imaginación espacial es básico, ya que deben interpretar la representación plana del prisma triangular, por no contar con mitades de cubos.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

71. ¿Qué música prefieres?

Intención didáctica

Que los alumnos comparen razones dadas en forma de fracción o como porcentajes y determinen cuál es mayor o menor convirtiéndolas todas a una misma forma.

Consigna

Organizados en equipos resuelvan los siguientes problemas.

1. A los grupos de sexto grado de una escuela primaria se les aplicó una encuesta relacionada con el tipo de música preferida. La música de Banda fue de las más elegidas; en el grupo "A" la seleccionaron 1 de cada 2 alumnos, en el "B", 3 de cada 4, y en el "C", 7 de cada 10.

¿En qué grupo de sexto grado tiene mayor preferencia este género de música?

____

2. En los grupos de quinto grado se obtuvieron los siguientes resultados:

En el grupo "A" el 50% de los estudiantes eligió el hip hop y una cuarta parte la música de banda. En el grupo "B", 2 de cada 5 niños eligió la música grupera y 1 de cada 2 eligió el hip hop.

¿En qué grupo hay mayor preferencia por el hip hop?

____

¿Cuál de los tipos de música, grupera o de banda, gusta más entre los alumnos de quinto grado?

____

____

____

Consideraciones previas

En el bloque 3 se trabajaron problemas sencillos de proporcionalidad que implican comparar razones. Ahora se trata de comparar razones expresadas con fracciones o con porcentajes.

Si bien el primer problema puede resolverse transformando las razones en otras equivalentes con un término común (10 de cada 20, 15 de cada 20 y 14 de cada 20), también pueden utilizarse fracciones para representar las razones: 1 de cada 2 con $\frac{1}{2}$, 3 de cada 4 con $\frac{3}{4}$ y 7 de cada 10 con $\frac{7}{10}$ y compararlas entre ellas. Para lograrlo, pueden transformar en fracciones con el mismo denominador o en números decimales.

$$\frac{1}{2} = \frac{10}{20} = 0.5$$
$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20} = 0.75$$
$$\frac{7}{10} = \frac{14}{20} = 0.7$$

Al comparar las fracciones con el mismo denominador o los números decimales, se concluye que $\frac{3}{4}$ es la fracción mayor y en consecuencia es el grupo B el que tiene mayor preferencia por la música de banda.

Otra expresión que puede utilizarse para representar las razones es el porcentaje: 1 de cada 2 representa el 50%, 3 de cada 4 el 75% y 7 de cada 10 el 70%, por tanto, el grupo B tiene la mayor preferencia por la música de banda con el 75%.

Este tipo de representación, que también ya manejaron antes, es importante cuando se presentan situaciones donde se combinan todas las expresiones anteriores, como es el caso del segundo problema, donde hay razones en forma de fracción y también como porcentaje.

Al igual que en el primer problema, los alumnos pueden recurrir a representar todo en fracción:

5°. "A": $\frac{1}{2}$ el hip hop; $\frac{1}{4}$ música de banda

5°. "B": $\frac{2}{5}$ música grupera; $\frac{1}{2}$ el hip hop

Y establecer comparaciones entre estas cantidades para dar respuesta a las preguntas planteadas.

Si lo representan en tanto por ciento sería:

5°. "A": 50% el hip hop; 25% música de banda

5°. "B": 40% música grupera; 50% el hip hop

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

72. ¿Qué conviene comprar?

Intención didáctica

Que los alumnos transformen razones en otras equivalentes pero con un término común, con la finalidad de poder compararlas.

Consigna

Organizados en equipos resuelvan los siguientes problemas. Pueden auxiliarse de su calculadora.

1. En la tienda "Todo es más barato" venden dos tipos de jamón de la misma calidad; por 250 gramos de jamón "San Roque" se pagan $25.00 y 400 gramos del jamón de la marca "El torito", cuestan $32.00. ¿Cuál jamón conviene comprar?

---

2. En la paletería "San Agustín", la cubeta de 4 litros de nieve cuesta $140.00, y en la paletería "Santa Mónica", litro y medio de la misma nieve cuesta $54.00. ¿En cuál paletería es más barato este tipo de nieve?

Consideraciones previas

Para resolver el primer problema es necesario comparar las dos razones que se pueden establecer entre los datos:

250 g cuestan $25.00

400 g cuestan $32.00

Un posible procedimiento es dividir el peso entre el precio, obteniéndose la cantidad de gramos por cada peso.

250 ÷ 25 = 10, así que cada 10 gramos tienen un precio de $1.00.

400 ÷ 32 = 12.5, por lo que cada 12.5 gramos tienen un precio de $1.00.

Otra forma de resolver el problema consiste en transformar las razones en otras equivalentes pero con un término común, el cual puede ser una cantidad de gramos común o una misma cantidad de dinero.

Por los datos numéricos, se facilita obtener el precio de cantidades iguales, por ejemplo de 50 g o de 1 kg.

250 g cuestan $25.00, o bien, 50 g cuestan $5.00
400 g cuestan $32.00, o bien, 50 g cuestan $4.00

Se confirma que el jamón que conviene comprar es el de la marca “El torito”.

En el comercio a menudo es necesario comparar precios de un mismo producto en diferentes tiendas o con presentaciones diferentes.

Si el tiempo lo permite, se puede plantear este otro problema.

¿En qué farmacia conviene comprar los medicamentos de las tablas siguientes?

	Medicamento	Precio
Farmacia “La pastilla”	Alcohol (500 ml)	$12.00
	Caja de 20 tabletas	$8.00

	Medicamento	Precio
Farmacia “El jarabe”	Alcohol (350 ml)	$8.00
	Caja de 24 tabletas	$10.00

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

73. Los medicamentos

Los medicamentos

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen obtener múltiplos comunes de dos o más números.

Consigna

Organizados en equipos resuelvan el siguiente problema.

La señora Clara visitó al médico por una infección en la garganta; el tratamiento que le recetaron consta de varios medicamentos, según se explica en la tabla.

Medicamento	Dosis
A	Tomar una tableta cada 6 horas
B	Tomar una tableta cada 8 horas
C	Tomar una cápsula cada 12 horas

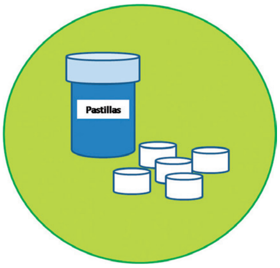
Si la primera toma de los tres medicamentos la hace al mismo tiempo, completen la siguiente tabla en donde se registra el tiempo transcurrido a partir del inicio del tratamiento.

Medicamento	Horas que han pasado (después de la primera toma)								
	2ª. Toma	3ª. Toma	4ª. Toma	5ª. Toma	6ª. Toma	7ª. Toma	8ª. Toma	9ª. Toma	10ª. Toma
A	6	12							
B		16	24						
C			36						

a) Después de la primera toma, ¿cuántas horas deben transcurrir para que coincida la toma simultánea de al menos dos medicamentos?

b) Al cumplir tres días el tratamiento, ¿cuántas veces ha coincidido la toma simultánea de los tres medicamentos?

c) Si el viernes a las 8:00 de la mañana la señora Clara comenzó a ingerir los tres medicamentos, ¿qué medicamentos deberá tomar a las 12 del día domingo?



Consideraciones previas

Completar la tabla es importante porque los alumnos deben generar múltiplos de 6, 8 y 12; posteriormente podrán visualizar y relacionar múltiplos comunes de estos números. Así, para contestar la primera pregunta tendrán que identificar el primer múltiplo común de 6 y 12, el cual es el 12; para la segunda pregunta es necesario identificar los múltiplos comunes de 6, 8 y 12 después de transcurridas 72 horas, los cuales son: 24, 48 y 72. La respuesta a esta segunda pregunta es 4, considerando la toma inicial.

Para la última pregunta se espera que los alumnos adviertan que de las 8 de la mañana del viernes a las 8 de la mañana del domingo transcurrieron 48 horas, así que hay una toma simultánea de los tres medicamentos; de la misma manera, después de 4 horas (12 horas) no hay ninguna toma, la más próxima es a las 2 de la tarde del medicamento “A”.

Hay dos aspectos adicionales que vale la pena reflexionar a partir de las preguntas anteriores:

Si el tratamiento continuara indefinidamente, ¿existirá un momento en que deje de coincidir la toma de los tres medicamentos?, ¿por qué? Con esto se quiere que adviertan que la lista de múltiplos comunes a dos o más números es infinita.

¿Existe un momento en que se tome el medicamento "C", sin que se tome el medicamento" A"? ¿Por qué sucede esto? Aquí la intención es que identifiquen que todos los múltiplos de 12, también son múltiplos de 6.

Con la finalidad de seguir trabajando con la noción de múltiplo común, se pueden proponer los siguientes problemas:

1. Encontrar los primeros diez múltiplos comunes de 7 y 10.
2. Encontrar el décimo múltiplo común de 5 y 9.
3. Encontrar todos los números que tienen como múltiplo común el 20.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

74. Sin cortes

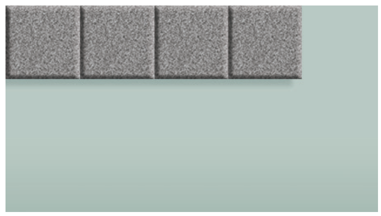
Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen determinar divisores comunes de dos o tres números.

Consigna

Organizados en equipos resuelvan los siguientes problemas.

1. Se quiere cubrir un piso rectangular de 450 cm de largo y 360 cm de ancho con losetas cuadradas de igual medida. No se vale hacer cortes, es decir, el número de losetas tendrá que ser un número entero.



a) Escriban 3 medidas que pueden tener las losetas para cubrir todo el piso.

b) ¿Cuál medida de losetas es la mayor?

2. En la ferretería tienen dos tambos de 200 litros de capacidad. Uno contiene 150 litros de alcohol y el otro, 180 litros de aguarrás. Se ha decidido mandar hacer garrafones de igual capacidad para envasar tanto el alcohol como el aguarrás sin que sobren litros en los tambos.

a) ¿Es posible que la capacidad de los garrafones sea entre 10 y 20 litros?

¿Por qué?

b) Escriban tres capacidades diferentes que pueden tener los garrafones.

Antes de mandar a fabricar los garrafones, llega a la ferretería un tercer tambo con 105 litros de cloro y quieren que los tres líquidos sean envasados en garrafones con la misma capacidad.

c) Escriban dos capacidades diferentes que pueden tener los garrafones.

d) ¿Cuál será el de mayor capacidad?

Consideraciones previas

Ya antes los alumnos trabajaron en la obtención de múltiplos y divisores de un número. Ahora se trata de determinar divisores comunes de dos o más números. En el primer problema hay que obtener divisores comunes de 450 y 360; no es necesario obtener todos, sino aquellos que representen posibles medidas de losetas (10, 15, 30, 45 cm por lado), así como la mayor medida: 90. Por lo tanto, las losetas cuadradas pueden medir 10 x 10, 15 x 15, 30 x 30, 45 x 45 o la de mayor tamaño, 90 cm x 90 cm. En este problema se deben tener presente dos condiciones enunciadas en el texto: una, que las losetas deben ser cuadradas y la otra que deben utilizarse losetas enteras, es decir, no deben hacerse cortes, por lo que sólo estas medidas cumplen con esa condición.

En el segundo problema la complejidad aumenta ya que hay que determinar divisores comunes de tres números, 150, 180 y 105. Igual que en el problema anterior, no se trata de numerar todos los divisores, sino de determinar solamente algunos. Lo importante es construir la noción de divisor común de varios números.

En el caso del problema de los tambos, el profesor deberá tener cuidado de que los alumnos no sumen la cantidad de alcohol, aguarrás y cloro y que a este resultado le calculen sus divisores, ya que los líquidos no deben mezclarse.

Una pregunta interesante para reflexionar es la siguiente:

¿Habrá algún número que sea divisor común de dos o más números cualesquiera?, cuya respuesta es sí, el uno.

Es necesario dejar algunos ejercicios donde encuentren los divisores comunes de dos o tres números. Por ejemplo:

1. ¿Cuáles son los divisores comunes de 3, 9 y 12?

2. ¿Qué divisores tienen en común el 20, 32 y 60?

3. Escribe los divisores comunes de 90 y 70.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Paquetes escolares

75. Paquetes escolares

Intención didáctica

Que alumnos usen las nociones de múltiplo común y divisor común para validar algunas afirmaciones sobre sus regularidades.

Consigna

Organizados en equipos resuelvan los problemas siguientes:

1. Al hacer paquetes de 6 libretas y paquetes de 6 lápices de color, los maestros de una escuela se percataron que había más paquetes de lápices que de libretas y que en ambos casos no sobraba nada.

Se sabe que la cantidad original de libretas está entre185 y 190; y la cantidad de lápices entre 220 y 225.

¿Cuál será la cantidad original de libretas y lápices de color?

2. Lean y discutan las siguientes afirmaciones. Concluyan si son verdaderas o falsas y expliquen su decisión.

Afirmación	V o F	¿Por qué?
En el problema anterior, el 6 es múltiplo de las cantidades originales de libretas y lápices de color.		
Si un número es múltiplo de 2, también es múltiplo de 4.		
Si un número es múltiplo de 10, también es múltiplo de 5.		
Los divisores de 100 son también divisores de 50.		
El 15 y el 14 sólo tienen como divisor común al 1.		
Todos los números pares tienen como divisor común al 2.		
Todos los números impares tienen como divisor común al 3.		

Consideraciones previas

En la primera situación es pertinente considerar que cuando se dice: "y que en ambos casos no sobra nada" se asume que las cantidades originales deben ser múltiplos de 6; por lo tanto, la cantidad de libretas original es 186 y la cantidad original de lápices de color es 222.

En las afirmaciones de la tabla están involucradas las nociones de múltiplo común y divisor común, así como ciertas regularidades.

En la primera afirmación podrían confundirse las nociones antes mencionadas, pues el 6 es divisor de 186 y 222, pero no múltiplo. Por lo anterior, la afirmación es falsa.

Al tratarse de las regularidades se sugiere que los alumnos escriban los múltiplos o divisores involucrados para que puedan responder; por ejemplo, para saber si un número que es múltiplo de 2, también es múltiplo de 4, podrían hacer un ejercicio como el siguiente.

Múltiplos de 2								
2	4	6	8	10	12	14	16	18...
Múltiplos de 4								
4	8	12	16	20	24	28	32	36...

Fácilmente puede advertirse que todos los múltiplos de 4 son múltiplos de 2, pero **no** es cierto que todos los múltiplos de 2 sean múltiplos de 4, así que la afirmación anterior es falsa, y se puede dar un contraejemplo: 6 es múltiplo de 2 y no es múltiplo de 4.

Una vez que los alumnos han averiguado que 14 y 15 únicamente tienen como divisor común al número 1, el profesor podrá comentar que a estos números se les llama primos relativos entre sí; otros ejemplos de este tipo de números son los siguientes: 21 y 34; 125 y 81

Una tarea que se les puede pedir es que busquen otra pareja de número y vean si serán primos relativos entre sí, y ponerlos a consideración del grupo, es decir, **no se les pedirá que hagan la investigación en libros, internet,** etc., sino que prueben ellos con otros números que intuitivamente consideren pueden cumplir con esa condición.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Estructuras secuenciadas

76. Estructuras secuenciadas

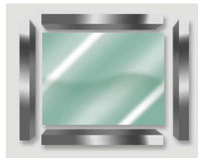
Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la regularidad de una sucesión de figuras con progresión aritmética y la utilicen para encontrar términos faltantes o los que continúan la sucesión.

Consigna

En pareja, resuelvan los problemas:

1. Las siguientes estructuras están armadas con tubos metálicos y hojas cuadradas de vidrio.



Piezas

Estructura 1 Estructura 2 Estructura 3 ________ Estructura 4 Estructura 5

a) ¿Cuántos tubos metálicos se necesitan para hacer la estructura 4?

____

b) ¿Cuántos tubos metálicos se necesitan para hacer una estructura con 10 hojas de vidrio?

____

c) ¿Y con 15 hojas de vidrio?

____

2. Estas estructuras están armadas con tubos metálicos y hojas pentagonales de vidrio.

Pieza

Estructura 1 Estructura 2 Estructura 3 Estructura 4

a) ¿Cuál es la sucesión numérica que representa las cantidades de tubos de las estructuras?

b) ¿Cuántos tubos y cuántas hojas de vidrio se necesitan para formar la estructura 10?

c) ¿Y para la estructura 15?

Consideraciones previas

La idea principal de estos problemas es que los alumnos identifiquen las regularidades de los elementos que intervienen en las estructuras (tubos, hojas de vidrio) y las utilicen para encontrar términos faltantes, así como términos no muy alejados que continúan la sucesión.

Con respecto al problema 1, es probable que algunos alumnos recurran al dibujo para dar respuesta al inciso **a**, sin embargo, para el caso del inciso b, es muy poco probable que recurran a los dibujos y luego cuenten los tubos, porque es un camino muy laborioso, en cambio, es muy probable que establezcan una sucesión numérica que represente los números de tubos de cada estructura., es decir: 4, 7, 10, ___, 16,…

Como se puede observar, la regularidad es que el número de tubos de cada estructura se calcula sumando 3 al número de tubos de la estructura anterior. Por ejemplo, para la estructura 4, el número de tubos necesarios es: 10 + 3 =13.

Una vez que los alumnos escriban la sucesión numérica, es muy probable que la continúen sumando 3 consecutivamente hasta escribir los 15 términos; es decir: 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, …
Con respecto al segundo problema, no existe la probabilidad que los alumnos dibujen para dar respuesta a los cuestionamientos porque de entrada se les está pidiendo que escriban la sucesión numérica que representa las cantidades de tubos de las estructuras de la sucesión, sin embargo, si algu-

nos alumnos recurren al dibujo para apoyarse, habrá que dejarlos. En este caso, la sucesión es 5, 13, 21, 29,…; mientras que al número de hojas de vidrio, le corresponde la sucesión numérica 1, 3, 5, 7,…

Se espera que a partir de analizar la regularidad de cada sucesión puedan dar respuesta a lo que se cuestiona en el inciso **b**.

Cabe mencionar que las sucesiones anteriores son de progresión aritmética porque la diferencia entre dos términos consecutivos es una constante aditiva.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

77. Incrementos rápidos

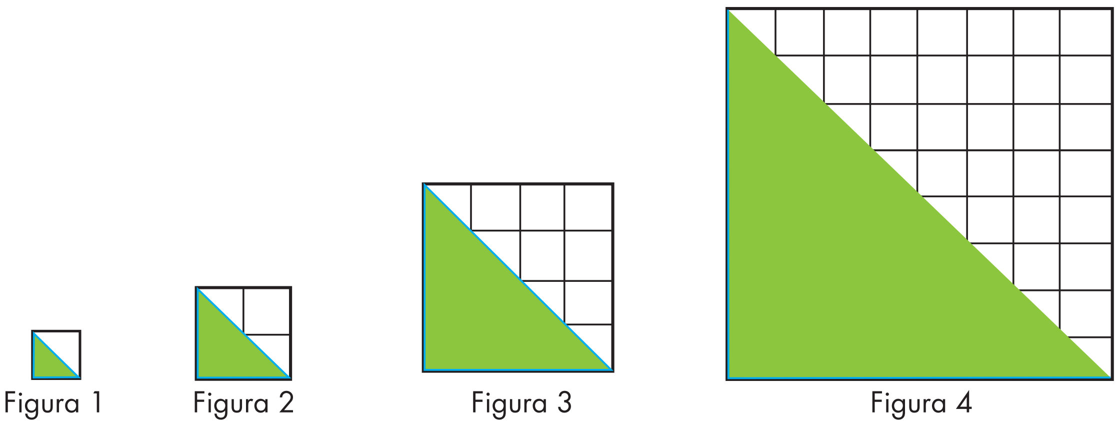
Intención didáctica

Que alumnos identifiquen la regularidad de una sucesión de figuras con progresión geométrica y la utilicen para encontrar términos faltantes o que continúan la sucesión.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas:

1. Con base en las siguientes figuras contesten lo que se pide. Consideren como unidad de medida un cuadrito.

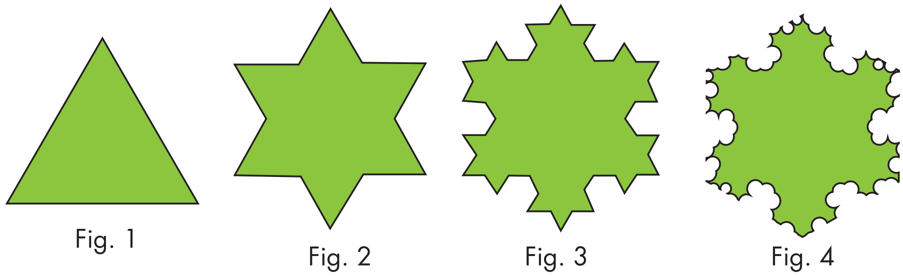


a) ¿Cuál es la sucesión numérica que representa las áreas de los triángulos?

Sucesión: _____, -_____; _____, ____,....

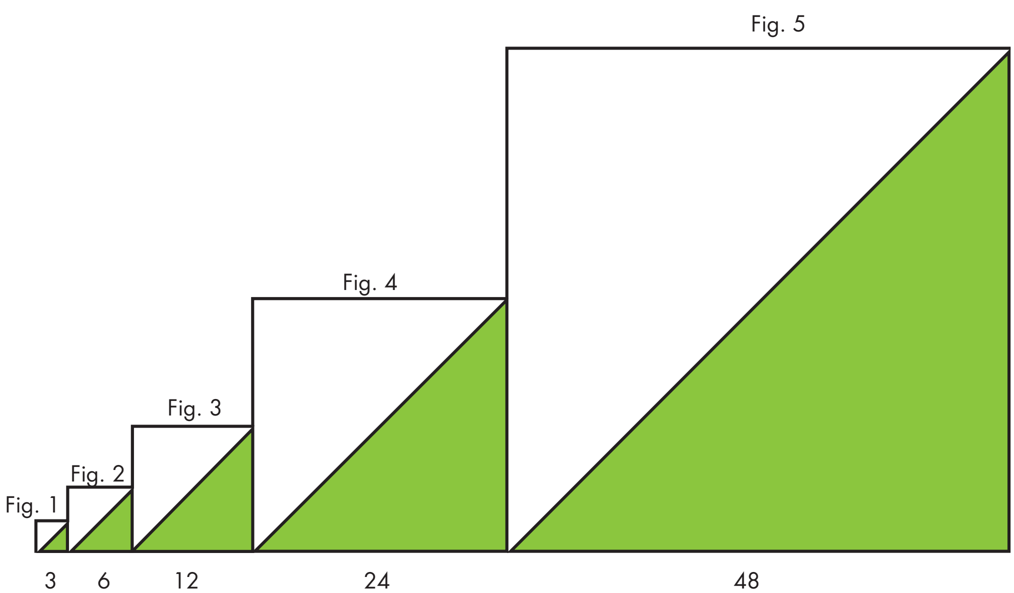
b) ¿Cuál será el área de los triángulos en las figuras 6, 7 y 8?

2. Consideren el número de lados de las figuras para completar la sucesión que representa las cantidades de lados de las primeras 5 figuras.



Sucesión: 3, 12, 48, ___, ___,...

3. Las siguientes figuras representan una sucesión de cuadrados.



a) Escriban la sucesión numérica que representa las primeras 10 medidas de los lados de los cuadrados.

Sucesión: ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___,...

b) La siguiente sucesión corresponde a las áreas de las regiones sombreadas de los cuadrados. ¿Cuáles son los términos que faltan?

Sucesión: 4.5, 18, 72, ___, ___, ___, ___, ...

Consideraciones previas

En el primer problema, se espera que los alumnos determinen que la sucesión numérica que representa las áreas de los triángulos es: 1/2 , 2, 8, 32,… y que se den cuenta que la regularidad de esta sucesión es que cada término se obtiene multiplicando por 4 al término anterior. Si logran descubrir esta regularidad, podrán responder lo que se cuestiona en el inciso **b.** Con respecto al problema 2, la dificultad pasa por determinar la regularidad que se presenta en los números de lados de las figuras; en este caso la regularidad es que el número de lados de cada figura se obtiene multiplicando el número de lados de la figura anterior por 4; es decir, 3x4= 12, 12x4= **48**, 48 x 4 = **192**, 192x4=**768**; por lo que los dos términos que continúan la sucesión son 192 y 768.

En el problema 3, implica identificar dos regularidades, una que tiene que ver con las medidas de los lados de los cuadrados y, otra, que tiene que ver con las áreas de las partes sombreadas. En el caso de las medidas de los lados de los cuadrados, la regularidad es que la medida de un lado de cualquier cuadrado se obtiene multiplicando por 2 la medida del lado del cuadrado anterior; es decir, **3** x 2 = 6, 6 x 2 = **12**, 12x2= **24**, etcétera.

En el caso de las áreas, la regularidad es que el área de cualquier triángulo se obtiene multiplicando por 4 al área del triángulo anterior.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

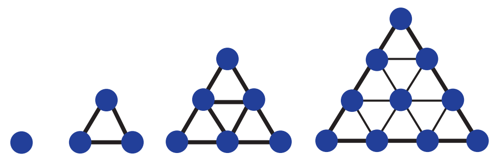
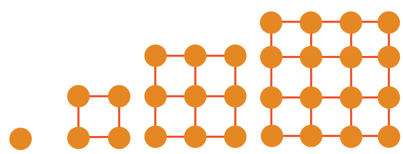
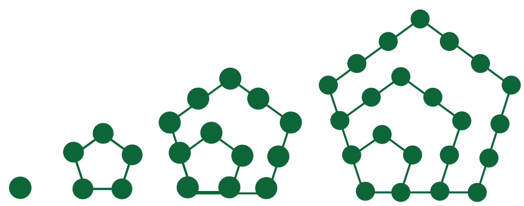
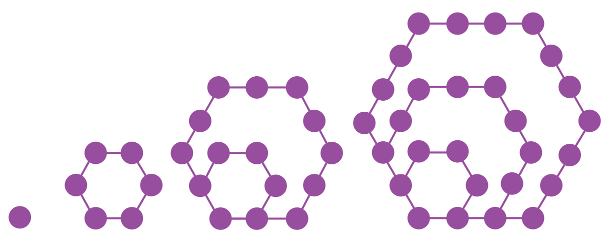
78. Números figurados

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la regularidad de una sucesión especial y la utilicen para encontrar términos que continúan la sucesión.

Consigna

En pareja, escriban los dos términos numéricos que continúan en cada sucesión.

Números	Sucesión de figuras					
Triangulares						
Sucesión numérica	1	3	6	10		
Cuadrangulares						
Sucesión numérica	1	4	9	16		
Pentagonales						
Sucesión numérica	1	5	12	22		
Hexagonales						
Sucesión numérica	1	6	15	28		

Consideraciones previas

La idea principal de estas actividades es que los alumnos analicen sucesiones especiales, es decir, aquellas que no representan progresiones aritméticas ni geométricas. Las regularidades que presentan este tipo de sucesiones son más complejas, pero los alumnos tienen los conocimientos suficientes para que puedan identificarlas, buscando las relaciones aritméticas que se dan en cada caso. Por ejemplo, para los números triangulares, una regularidad que se puede ver es que de la primera figura a la segunda aumenta 2 puntos, de la segunda a la tercera aumentan 3, de la tercera a la cuarta aumentan 4 puntos, y así sucesivamente. Esto se puede visualizar mejor en un esquema coma el siguiente:

Números triangulares						
Número de la posición de la figura	1	2	3	4	5	6
Número de puntos	1	3	6	10	15	21
Diferencia del número de puntos entre dos figuras consecutivas	2	3	4	5	6	

Si a los alumnos se les dificulta identificar las regularidades en los otros casos, se les puede sugerir que construyan un esquema semejante. A continuación se muestra el esquema que corresponde a los números hexagonales.

Números hexagonales						
Número de la posición de la figura	1	2	3	4	5	6
Número de puntos	1	6	15	28	45	66
Diferencia del número de puntos entre dos figuras consecutivas	5	9	13	17	21	

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

79. Para dividir en partes

Intención didáctica

Que los alumnos encuentren un procedimiento para dividir una fracción entre un número natural, cuando el numerador de la fracción es múltiplo del natural.

Consigna

Organizados en equipos resuelvan los siguientes problemas.

1. De un grupo de alumnos, $\frac{4}{6}$ van a participar en un concurso de danza. La mitad de ellos presentará una danza folclórica y la otra mitad presentará una pieza de danza clásica.

   ¿Qué parte de los alumnos participará en cada una de las dos piezas de danza?

2. Al trasladar una pieza de madera se dañó una quinta parte. Con el resto de la madera en buen estado se van a construir 2 puertas de igual tamaño. ¿Qué parte de la pieza original se utilizará en cada una de las puertas?

3. En la ferretería "La tía Adriana", vaciaron en 3 recipientes iguales $\frac{6}{7}$ de una lata de pintura. ¿Qué parte de pintura se vació en cada recipiente?

Consideraciones previas

La división de fracciones es un tema de la educación secundaria; no obstante, los alumnos tienen algunas herramientas para enfrentarse con problemas en los que se tiene que dividir una fracción común entre un número natural (1, 2, 3, 4,...). De ninguna manera se trata de que en este momento se estudie el algoritmo convencional (multiplicación en cruz o multiplicar por el recíproco), sino de que ellos pongan en juego sus conocimientos y lleguen al resultado usando sus propios procedimientos.

En esta sesión, se trabaja el caso más sencillo, cuando el numerador de la fracción es múltiplo del divisor. Se espera que al término de la sesión los alumnos puedan advertir que basta con dividir el numerador de la fracción entre el divisor; por ejemplo:

$$\frac{4}{6} \text{ entre } 2 = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) \div 2$$

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) \text{ y } \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right)$$

$$\frac{2}{6} \text{ y } \frac{2}{6}, \text{ entonces } \frac{4}{6} \text{ entre } 2 = \frac{2}{6}$$

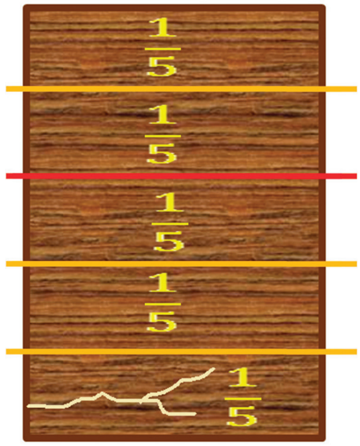
Es probable que algunos alumnos planteen en este problema que $\frac{4}{6}$ entre 2 da como resultado $\frac{2}{3}$, porque consideren, erróneamente, que se dividen entre 2 tanto al numerador como al denominador.

Si este fuera el caso, una forma de propiciar la reflexión sobre su respuesta es pedirles que identifiquen si existe alguna otra relación entre las dos fracciones (equivalencia) o que las representen gráficamente, para que observen que ambas representan el mismo valor. Por lo que éste procedimiento no los lleva a obtener el resultado de la operación. Incluso, si se les deja que resuelvan los tres problemas antes de hacer la confrontación, se encontrarán que este procedimiento no les funciona en el tercer problema, ya que la división del denominador (7) entre 3, es un número decimal infinito.

Otros procedimientos que pueden observarse entre los equipos para resolver el problema 2 son:

- Representar la pieza de madera dividida en quintos, con $\frac{1}{5}$ dañado, y dividir en dos partes iguales los $\frac{4}{5}$ restantes. Para cada puerta se ocuparán $\frac{2}{5}$.

- Considerar solamente cuatro quintos y dividirlos en dos partes. El resultado es $\frac{2}{5}$ para cada puerta.



Se espera que para resolver el tercer problema recurran a procedimientos similares.

Si durante la sesión, entre los equipos no se dio el planteamiento de la división, al término de la confrontación de resultados, se puede invitar a los alumnos a proponer la expresión que indica estas relaciones: $\frac{4}{6} \div 2$, $\frac{4}{5} \div 2$ y $\frac{6}{7} \div 3$

También se puede proponer que resuelvan otras divisiones similares; para plantearlas es importante recordar dos cosas importantes:

- Sólo se trabajarán casos en los que el numerador de la fracción sea múltiplo del divisor.
- No se trata de que los alumnos aprendan mecánicamente algoritmos que no comprenden, sino de que resuelvan problemas de este tipo comprendiendo lo que hacen. Por lo que no se recurrirá a enseñar el algoritmo.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Repartos equitativos

80. Repartos equitativos

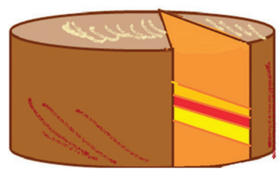
Intención didáctica

Que los alumnos encuentren un procedimiento para dividir fracciones entre números naturales, en casos donde el numerador no es múltiplo del divisor.

Consigna

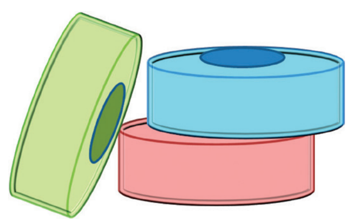
Organizados en equipos resuelvan los siguientes problemas.

1. Cuando Raúl y Esperanza llegaron a la fiesta quedaban $\frac{3}{10}$ del pastel, así que se dividieron esa parte del pastel en partes iguales. ¿Qué parte del pastel completo le tocó a cada uno?



2. Cuatro amigos van a repartirse, por partes iguales y sin que sobre nada, $\frac{5}{8}$ de una pizza. ¿Qué parte de la pizza completa le tocará a cada uno?

3. Patricia tiene $\frac{3}{4}$ de metro de listón y lo va a cortar para hacer 4 moños iguales, ¿qué cantidad de listón ocupará para cada moño?



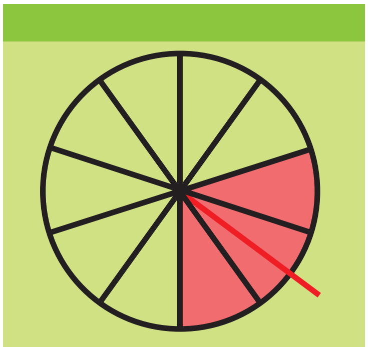
Consideraciones previas

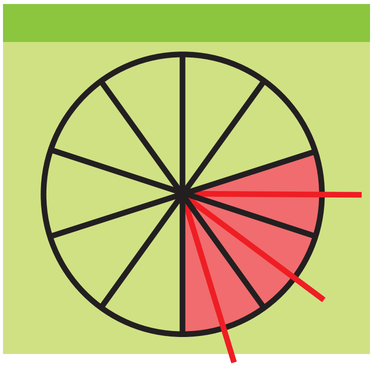
Probablemente los alumnos se darán cuenta de que no pueden recurrir al procedimiento abordado en la sesión anterior, porque ahora el numerador de la fracción no es múltiplo del divisor. Se espera entonces, que usen sus conocimientos previos acerca de las fracciones para generar estrategias propias y lleguen al resultado. Por ejemplo, para el caso del primer problema pueden dar las siguientes respuestas que podrían considerarse correctas:

- Les toca de $\frac{1}{10}$ y otro pedazo. Habrá que pedirles que determinen el valor de ese otro pedazo.
- Les toca la mitad de $\frac{3}{10}$. En este caso, se les dirá que averigüen cuánto es la mitad de $\frac{3}{10}$.
- También, recordando lo estudiado en el desafío anterior, pueden dividir 3 entre 2 y responder que les toca $\frac{1.5}{10}$. En este caso, deberán reflexionar acerca de lo que significa 1.5 décimos, es decir, cómo representar con fracción la mitad de un décimo.

Las estrategias para resolverlo que pueden surgir son varias, por ejemplo:

- Trabajar con dibujos. Pueden representar al pastel circular o rectangular (el problema no lo aclara). Al hacer el dibujo, los alumnos notarán que a cada uno le toca un décimo más la mitad de un décimo. Los alumnos pueden expresar así el resultado: $\frac{1}{10}$ + ($\frac{1}{10}$ ÷ 2) y está bien, no obstante, se les puede señalar que pueden dar el resultado sin que esté expresado como una suma.





Para ello se les pueden plantear preguntas como: ¿cuánto es la mitad de $\frac{1}{10}$?, ¿Cuánto obtienes si le sumas $\frac{1}{20}$ a $\frac{1}{10}$?

Otra manera de llegar al resultado a partir del dibujo es que los alumnos noten que si se divide un décimo a la mitad, este pedazo es $\frac{1}{20}$ del pastel y por tanto, se tendrían $\frac{6}{20}$ para repartir entre Raúl y Esperanza, por lo que a cada uno le tocan $\frac{3}{20}$.

- Otro procedimiento, sin usar dibujos, es encontrar una fracción equivalente a $\frac{3}{10}$ pero cuyo numerador sea un múltiplo de 2 (porque se quiere dividir entre dos). Esa fracción puede ser $\frac{6}{20}$ y al dividir entre 2 se obtiene $\frac{3}{20}$.

Los procedimientos para los otros problemas pueden ser similares; en el caso del tercer problema es probable que los alumnos conviertan $\frac{3}{4}$ de metro a 75 cm, lo cual es válido; lo interesante será que en la confrontación se demuestre la equivalencia de los resultados dados en centímetros o en metros.

Se espera que con la práctica los alumnos usen la estrategia de encontrar fracciones equivalentes cuyo numerador sea múltiplo del divisor. Pero es importante recordar que en ningún caso se espera enseñar el algoritmo convencional para dividir una fracción entre un entero. Es importante observar que los procedimientos informales dan lugar a que los alumnos ejerciten su razonamiento y profundicen en sus conocimientos sobre las fracciones. Al resolver varios ejemplos, notarán que dividir una fracción entre un número entero equivale a multiplicar su denominador por ese número, por ejemplo, $\frac{3}{4}$ entre 8 da como resultado $\frac{3}{32}$. Es decir, para que esta fracción sea 8 veces más pequeña, el denominador debe ser 8 veces mayor.

Para terminar, se sugiere plantear otras divisiones de fracciones, como las que se trabajaron en la sesión anterior o como las que se trabajaron en esta sesión.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Cuánto cuesta un jabón?

81. ¿Cuánto cuesta un jabón?

Intención didáctica

Que los alumnos encuentren un procedimiento para dividir números decimales entre números naturales en un contexto monetario.

Consigna

Organizados en equipos resuelvan el problema.

En el almacén "La Abarrotera" pusieron en oferta paquetes de jabón para tocador. De acuerdo con la información de la tabla, ¿cuál es la oferta que más conviene?

Marca	Número de jabones	Precio del paquete ($)	Precio de un jabón ($)
Cariño	5	17.50	
Fresquecito	4	10.80	
Darling	7	26.60	
Siempre floral	6	32.40	

Consideraciones previas

No obstante que es la primera vez que los alumnos se enfrentan a problemas que implican dividir un decimal entre un natural, se espera que con lo que saben de números decimales y con su experiencia en el manejo del dinero, puedan calcular el costo de un jabón. Los procedimientos que pueden seguir son variados; a manera de ejemplo se presentan algunos:

- Un jabón "Fresquecito" cuesta menos de \$ 3 porque 3 x 4 = 12, y el costo del paquete es de \$10.80. Si costara 2.90, el total sería 2.90 + 2.90 + 2.90 + 2.90 = 11.60, y eso sigue siendo más que el costo del paquete. Si costara 2.70, el total sería 2.70 + 2.70 + 2.70 + 2.70 = 10.80. El costo de un jabón "Fresquecito" es \$ 2.70.
- Si cada jabón "Cariño" costara \$ 3, el paquete costaría \$15, y si costara \$ 4 costaría \$ 20. Entonces, el jabón cuesta más de \$ 3, pero menos de \$ 4. La diferencia entre \$17.50 y \$15 es de \$2.50 que, dividido en cinco partes, es \$ 0.50. El precio de un jabón "Cariño" es \$ 3.50.
- Para el caso del jabón "Darling", si dividimos 26 entre 7, da como resultado 3 y sobran 5 que, junto con los otros 60 centavos da un total de \$ 5.60. Si este sobrante se divide en 7 partes iguales, cada parte es de 0.80. El precio del jabón "Darling" es \$ 3.80.

Es probable que algún equipo plantee una división para alguno de los casos, por ejemplo del jabón "Siempre floral"

$$6\overline{)32.40}$$

Seguramente llegarán adividirla parte entera, para obtener el cociente (5) y les sobran 2. Pero después ya no sepan qué hacer ante la presencia del punto. En este caso se les puede apoyar con preguntas como: ¿Qué cantidad de dinero es el 2 que les sobró?;Y si juntan esa cantidad con el **.4**, ¿qué cantidad de dinero tienen?Y si dividen ese 24 entre 6, *¿cuál es el cociente?, ¿El resultado es en pesos o décimos de peso?, ¿Qué haría falta en el cociente para saber que ya no se trata de pesos enteros?*

Es difícil que los alumnos, por sí solos, construyan el algoritmo convencional para dividir un número decimal entre uno natural. Por ello habrá que apoyarlos con algunas intervenciones e incluso con una explicación al frente del grupo. Esta explicación tiene que ser posterior a que los alumnos hayan justificado sus propios procedimientos. También es importante que la explicación no se limite a expresiones como "se hace la división igual y se sube el punto". Esta explicación no tiene sentido si ellos no saben por qué lo tienen que hacer. Es más conveniente que se den cuenta de que en el momento de bajar la primera cifra decimal (décimos), la cifra del residuo también representa décimos y por esa razón debe ponerse el punto en el resultado (cociente), para indicar que empiezan a dividirse los decimales.

Se sugieren otros ejercicios para fortalecer los procedimientos empleados, por ejemplo:

a) 10.5 ÷ 4 b) 350.45 ÷ 8 c) 258.9 ÷ 10

d) 57 689.6 ÷ 100 e) 674 567 ÷ 1 000

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Transformación de figuras

82. Transformación de figuras

Intención didáctica

Que los alumnos analicen qué sucede con el perímetro de una figura cuando se transforma en otra.

ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que las parejas cuentan con:

- El rombo del material del alumno. Pida que utilicen sólo uno.

Consigna

Organizados en parejas hagan lo que se indica a continuación:

1. Calculen el perímetro y el área de la figura que se les dará (rombo fig.1).
2. Uno de ustedes trace la diagonal mayor (fig. 2), recorte sobre ella y forme la figura 3.
3. El otro trace la diagonal menor (fig. 4), recorte sobre ella y forme la figura 5.
4. Cada uno calcule el perímetro y el área de la nueva figura que obtuvo.
5. Finalmente entre los dos respondan las preguntas que aparecen debajo de las figuras.

Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4 Fig. 5

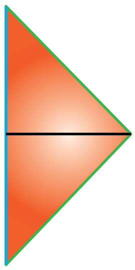
a) Al recortar el rombo sobre una de sus diagonales, ¿cómo son los dos triángulos que se obtienen?

b) ¿Qué sucedió con el perímetro del rombo con respecto de la nueva figura?

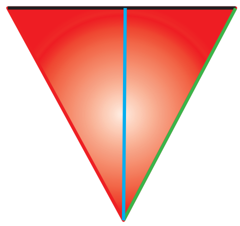
c) ¿Qué sucedió con el área del rombo con respecto del área de la nueva figura?

Consideraciones previas

Tomando en cuenta las medidas que se dan en la figura, el perímetro del rombo es 30.8 cm y su área es 52.8 cm^2. Los alumnos ya hicieron trabajo anteriormente acerca del rombo y la obtención de una fórmula para calcular su área, así que al recortar y transformar la figuras no es necesario que midan las longitudes que ahora se convertirán en lados de la figura o altura de los triángulos, ya que los pueden obtener de los mismos datos de la figura original.



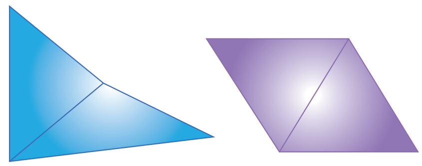
- 13.2 cm
- 8/2 = 4 cm
- 7.7 cm



- 7.7 cm
- 8 cm
- 13.2/2=6.6 cm

Será necesario observar el trabajo que realizan para responder las preguntas, pero si a ningún equipo se le ocurre la estrategia anterior para obtener las medidas de las nuevas figuras, se les propondrán al término de la exposición de sus estrategias y resultados.

Para enriquecer este trabajo se les puede pedir que con los dos triángulos que obtuvieron ahora formen otra figura diferente, podría ser uniéndolos por uno de sus lados. Por ejemplo:



Aunque este tipo de trabajo ayuda a reforzar la construcción de fórmulas para el cálculo del área de los polígonos, lo que se pretende aquí es que finalmente los alumnos concluyan que cuando una figura se descompone en otras, el perímetro puede cambiar, pero el área siempre se conserva.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

83. Juego con el tangram

Juego con el tangram

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen que el perímetro de una figura puede cambiar cuando se descompone en otras figuras, pero el área se conserva.

ANTES Antes de iniciar la actividad asegúrese que las parejas cuentan con un tangram.

Consigna

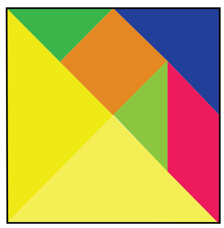
Organizados en parejas, hagan lo que se pide enseguida.

Con las piezas del tangram reproduzcan las figuras que se les muestran abajo y calculen su perímetro y área.

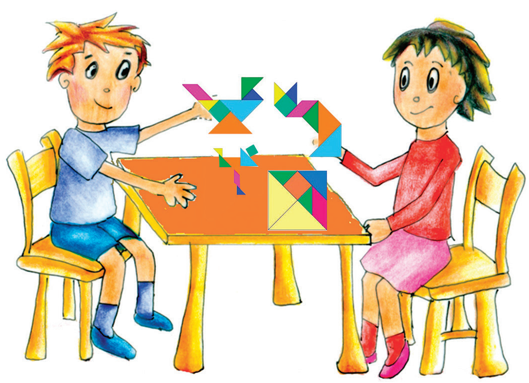
P=
A=

P=
A=

P=
A=



P=
A=



Consideraciones previas

Para realizar este trabajo es necesario que los alumnos dispongan de un tangram o en su defecto usen las figuras que aparecen en el material recortable del alumno.

En este trabajo habrá que dejar que los alumnos tomen medidas para obtener lo que se solicita.

Dado que las figuras tienen un color diferente para las piezas, se considera que no tendrán dificultad en reproducirlas.

Aquí el problema puede pasar por otros aspectos que se tienen que considerar antes de iniciar con este trabajo.

- El tamaño de las piezas del tangram que usen los equipos debe ser el mismo para que haya posibilidad de comparar sus resultados.
- La obtención del área de los cuadriláteros y triángulos que forman parte del tangram, aunque en contenidos anteriores ya se trabajó con ellos y sólo habría que recordarles, si es necesario, este trabajo.
- Las diferencias en la precisión para medir pueden provocar una diferencia en los resultados obtenidos. Habrá que considerar que esas diferencias estén dentro de un rango razonable.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¡Entra en razón!

84. ¡Entra en razón!

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que implican representar razones mediante una fracción y compararlas utilizando fracciones equivalentes.

Consigna

Organizados en parejas resuelvan los siguientes problemas:

1. En la comunidad "El Cerrito", 3 de cada 4 habitantes hablan una lengua distinta al español y en la comunidad "El Paseo", 5 de cada 7 habitantes hablan otra lengua.

a) ¿En cuál de las dos comunidades hay un número mayor de hablantes de una lengua distinta al español?

___

b) ¿De cuánto es la diferencia entre las dos comunidades?

___

2. En una escuela primaria de la comunidad "El Cerrito", de los 30 alumnos del grupo 6°. "A", 18 aprobaron el examen de matemáticas y de los 40 alumnos del grupo 6°. "B", aprobaron 32.

a) De acuerdo con esos resultados, ¿qué grupo tuvo mejor aprovechamiento en matemáticas?

___

b) ¿De cuánto es la diferencia en el aprovechamiento de los grupos?

___

___

Consideraciones previas

Ya antes los alumnos han trabajado con razones representadas tanto en forma de fracción como en porcentaje y recurrieron a diversas estrategias para compararlas. Así que con seguridad tratarán de recurrir a esas mismas estrategias para resolver los problemas que aquí se les plantean, principalmente a la que les haya resultado más fácil de llevar a cabo; sin embargo, por las cantidades que en estos problemas se incluyen, será necesario que analicen con mayor detenimiento y experimenten cuál es el procedimiento que puede ser más efectivo en cada caso.

Sería conveniente que primero resolvieran el problema 1 y se analizaran los procedimientos, antes de proponerles el segundo problema.

En el primer problema las razones que se comparan son:

- Comunidad "El Cerrito": 3 de cada 4 habitantes hablan otra lengua $=\frac{3}{4}$
- Comunidad "El Paseo": 5 de cada 7 habitantes hablan otra lengua $=\frac{5}{7}$

Algunos procedimientos que podrían surgir para responder la primera pregunta son:

- Representar cada razón como porcentaje y comparar estas cantidades. Este procedimiento es válido, aunque con los resultados, los alumnos podrían tener dificultades para expresar una respuesta correcta al planteamiento. En el caso de $\frac{3}{4}$, les resultará fácil encontrar su equivalente en porcentaje (75%). Pero $\frac{5}{7} = 0.71428571\ldots$, así que se verán en la necesidad de truncar hasta centésimos (71%) para hacer la comparación.

- Calcular fracciones equivalentes con un denominador común para las fracciones que representan las dos razones. Esto es recurrir a un procedimiento estudiado previamente para comparar fracciones mediante la obtención de fracciones equivalentes, aplicando el principio de multiplicar el numerador y el denominador por el mismo número:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{21}{28} \qquad \frac{5}{7} = \frac{5 \times 4}{7 \times 4} = \frac{20}{28}$$

Con este procedimiento fácilmente concluirán que la primera razón es mayor que la segunda, por lo tanto, en la comunidad "El Cerrito" la proporción de hablantes de una lengua distinta al español es mayor.

En la segunda pregunta es más perceptible la necesidad de usar el segundo procedimiento, ya que la diferencia se puede obtener de manera fácil e inmediata: $\frac{1}{28}$

Con el primer procedimiento (convertir a porcentaje) se presenta la dificultad de no poder dar un resultado exacto sino solamente aproximado, pues el resultado de la resta (0.75 – 0.71) no es exacto ya que 0.71 es una representación trunca de la división de 5 ÷ 7.

En caso de que ningún equipo utilice el procedimiento de convertir las fracciones en otras equivalentes, es conveniente presentarlo como una opción más para dar una respuesta exacta a situaciones como ésta.

En el segundo problema, seguramente les resultará más difícil hacer la división para obtener el porcentaje que simplificar las razones y compararlas. Incluso, si quisieran recurrir a obtener la mitad de cada grupo y ver si las cantidades son mayores o menores, no les sería fácil, pues ambas son mayores que la mitad de sus correspondientes totales.

Para simplificarlas pueden realizar lo siguiente:

$$\frac{18}{30} = \frac{18 \div 6}{30 \div 6} = \frac{3}{5} \qquad \frac{32}{40} = \frac{32 \div 8}{40 \div 8} = \frac{4}{5}$$

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Hablemos de nutrición

85. Hablemos de nutrición

Intención didáctica

Que los alumnos, a partir de la información explícita contenida en una tabla, resuelvan problemas que implican representar más de dos razones mediante fracciones y compararlas utilizando fracciones equivalentes.

Consigna

Con base en los datos que proporciona la tabla y organizados en equipos, resuelvan los siguientes problemas. **Si lo consideran necesario pueden usar su calculadora.**

1. Si comparamos el arroz, los frijoles y las tortillas, ¿cuál alimento es el más rico en carbohidratos?

2. Si consideramos el huevo, la carne de res y el pescado, ¿cuál alimento es el más rico en proteínas?

3. ¿Cuál es el alimento más rico en lípidos?

Alimento	Gramos	Carbohidratos	Proteínas	Lípidos
Arroz	100	80	7	1
Huevo	50	3	11	10
Carne de res	90	0	18	18
Pescado	50	0	12	2
Frijoles	120	60	22	2
Tortillas	25	15	2	1

Consideraciones previas

Para responder los problemas, se espera que representen las razones en forma de fracciones y que transformen éstas en otras equivalentes más simples y fáciles de comparar.

Arroz: $\frac{80}{100}$ Frijoles: $\frac{60}{120}$ Tortillas: $\frac{15}{25}$

$\frac{80}{100} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}$ $\frac{60}{120} = \frac{1}{2}$ $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

Posiblemente algunos alumnos descarten fácilmente los frijoles al darse cuenta que la fracción es menor que las otras dos, las cuales son mayores que un medio y comparar éstas no representa mayor problema, ya que tienen el mismo denominador.

En el segundo problema se espera que los alumnos observen que con los datos de la tabla, dos de las razones se pueden comparar fácilmente: $\frac{11}{50}$ (huevo) y $\frac{12}{50}$ (pescado), y concluir que el pescado aporta más proteínas. El segundo paso consiste en comparar esta razón con la de la carne de res, para lo cual pueden recurrir a realizar varias transformaciones de $\frac{18}{90}$.

Carne de res: $\frac{18}{90}$ $\frac{18}{90} = \frac{9}{45} = \frac{1}{5} = \frac{10}{50}$

De donde se concluye que el pescado aporta más proteínas que cualquiera de los otros dos alimentos.

El tercer problema implica una tarea más elaborada, ya que necesitan obtener varios resultados parciales; sin embargo los números que se incluyen permiten que los alumnos realicen fácilmente algunos cálculos o retomen los que realizaron para resolver los problemas anteriores. Así que podrían seguir este procedimiento:

Arroz: $\frac{1}{100}$

Carne de res: $\frac{18}{90}$

Frijoles: $\frac{2}{120}$

Huevo: $\frac{10}{50}$

Pescado: $\frac{2}{50}$

Tortillas: $\frac{1}{25}$

$\frac{1}{100}$	$\frac{10}{50}$	$\frac{18}{90}$	$\frac{2}{50}$	$\frac{2}{120}$	$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{100}$	$\frac{20}{100}$	$\frac{20}{100}$	$\frac{4}{100}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{4}{100}$
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
$\frac{3}{300}$	$\frac{60}{300}$	$\frac{60}{300}$	$\frac{12}{300}$	$\frac{5}{300}$	$\frac{12}{300}$

En este caso, la respuesta correcta es que el huevo y la carne de res son los alimentos más ricos en lípidos.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Participación en la fase piloto y adaptación de los Desafíos frente a grupo en el DF: Supervisores Generales de Sector: Antonio Abad Escalante Álvarez (19), Gonzalo Colón Vallejo (23), Celia Martínez Nieto (24). **Supervisores de Zonas Escolares:** Juan de Dios Ojeda González (100), Patricia Luz Ramírez Gaytán (101), Enma Fariña Ramírez (103), Jorge Ibarra Gallegos (104), Gerardo Ariel Aguilar Rubio (105), Alma Lilia Cuevas Núñez (107), Ma. Teresa Macías Luna (108), María Bertha Cedillo Crisóstomo (109), Jesús Pineda Cruz (111), María Esther Cruz Vázquez (112), Thalía Salomé Caballero García (114), Jaime Velázquez Valencia (117), Ana Marta Lope Huerta (119), Josefina Aguilar Tovar (120), Sergio Adrián García Herrera (124), María Eugenia Galindo Cortés (125), Maribel Carrera Cruz (126), Jesús Luna Mejía (127), Teresa Gómez Suárez (132), Patricia Soto Vivas (145), Fernando Díaz Méndez (137), Elizabeth Alejandre Tuda (129), Bertha Reyes Ávalos (135), Ricardo Zenón Hernández (139), Eduardo Castro López (142), Víctor Adrián Montes Soto (143), Irma Cortés López (208), Vidal Flores Reyes (216), Olga Mendoza Pérez (217), Guadalupe Pérez Ávalos (218), Beatriz Adriana Aguilar García (225), David Rubén Prieto (230), María del Rocío López Guerrero Sánchez (239), Olivia Soriano Cruz (242), Imelda García Hernández (245), Ignacio Castro Saldívar (247), María Guadalupe Sosa (256), Hilaria Serna Hernández (257), Gloria Gutiérrez Aza (258), Silvia García Chávez (259), Rosa Ponce Chávez (260), Hipólito Hernández Escalona (300), Llanet Araceli Nava Ocadiz (304), Laura Muñoz López (309), María Laura González Gutiérrez (316), Juana Araceli Ávila García (324),Jorge Granados González (328), José Rubén Barreto Montalvo (333), Alfonso Enrique Romero Padilla (345), Juan Manuel Araiza Guerrero (346), Adelfo Pérez Rodríguez (352), Thelma Paola Romero Varela (355), Silvia Romero Quechol (360), Marcela Eva Granados Pineda (404), María Elena Pérez Teoyotl (406), Josefina Angélica Palomec Sánchez (407), Cecilia Cruz Osorio (409), Ana Isabel Ramírez Munguía (410), Víctor Hugo Hernández Vega (414), Jorge Benito Escobar Jiménez (420), Leonor Cristina Pacheco (421), María Guadalupe Tayde Islas Limón (423), Lídice Maciel Magaña (424), Minerva Arcelia Castillo Hernández (426), Verónica Alonso López (427), Rosario Celina Velázquez Ortega (431), Arsenio Rojas Merino (432), María del Rosario Sánchez Hernández (434), Lucila Vega Domínguez (438), Silvia Salgado Campos (445), Rosa María Flores Urrutia (449), Norberto Castillo (451), Alma Lilia Vidals López (500), Angélica Maclovia Gutiérrez Mata (505), Virginia Salazar Hernández (508), Marcela Pineda Velázquez (511), Patricia Torres Marroquín (512), Rita Patricia Juárez Neri (513), Ma. Teresa Ramírez Díaz (514), Alejandro Núñez Salas (515), María Libertad Castillo Sánchez (516), María Aurora López Parra (517), María Guadalupe Espindola Muñoz (520), Rosa Irene Ruiz Cabañas Velásquez (522), Ada Nerey Arroyo Esquivel (523), Yadira Guadalupe Ayala Oreza (524), Arizbeth Escobedo Islas (528), Patricia Rosas Mora (537), Gerardo Ruiz Ramírez (538), Nelli Santos Nápoles (543), María Leticia Díaz Moreno (553), Alma Rosa Guillén Austria (557), Juan Ramírez Martínez (558), María Inés Murrieta Gabriel (559), Beatriz Méndez Velázquez (563) **Directores de Escuelas Primarias:** Rocío Campos Nájera (Esc. Prim. Marceliano Trejo Santana), Alma Lilia Santa Olalla Piñón (Esc. Prim. 21 de agosto de 1944), Víctor Sánchez García (Esc. Prim. Zambia), Alma Silvia Sepúlveda Montaño (Esc. Prim. Adelaido Ríos y Montes de Oca), Cossette Emmanuelle Vivanda Ibarra (Esc. Prim. Benito Juárez. T.M.).

Desafíos Docente. Sexto Grado se imprimió
en los talleres de la Comisión Nacional de Libros
de Texto Gratuitos, con domicilio en Av. Acueducto No.2,
Parque Industrial Bernardo Quintana,
C.P. 76246, El Marqués, Qro., en el mes de noviembre de 2012.
El tiraje fue de 5, 275 ejemplares.
Sobre papel offset reciclado
con el fin de contribuir a la conservación
del medio ambiente, al evitar la tala de miles de árboles
en beneficio de la naturaleza y los bosques de México.

Impreso en papel reciclado